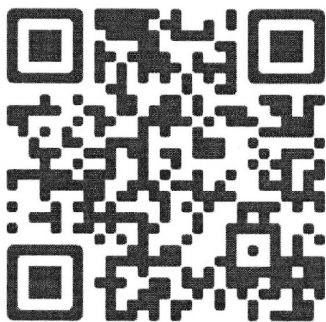




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = -2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -6$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$.
6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 11$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $AQ = 2\sqrt{5}$, $CM = 4\sqrt{5}$, $CN = 5\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $f(x) = x^2 + ux + v$. Тогда по условию $x^2 + ux + v = -2x^2$
 $\Leftrightarrow 3x^2 + ux + v = 0$ — имеем ед. решение $\Leftrightarrow D = 0 = u^2 - 4 \cdot v \cdot 3$
 $\Leftrightarrow u^2 - 12v = 0 \Rightarrow u^2 = 12v$ (1) Также по условию $x^2 + ux + v = -6$
 $\Leftrightarrow x^2 + ux + v + 6 = 0$ — имеем ед. решение $\Leftrightarrow D = 0 = u^2 - 4 \cdot 1 \cdot (v + 6) = 0$
 $\Rightarrow u^2 = 4(v + 6)$ (2). Тогда с учетом (1) и (2) $\Rightarrow u^2 = 12v = 4v + 24$
 $\Rightarrow v = 3 \Rightarrow u^2 = 36 \Rightarrow u = \pm 6$ (примем оба варианта подходов)
1) $v = 3, u = 6$ $x^2 + 6x + 3 = -2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 3 = 3(x + 1)^2$; корни -1
 $x^2 + 6x + 3 = -6 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$; корни -3
2) $v = 3, u = -6$ $x^2 - 6x + 3 = -2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2$; корни 1
 $x^2 - 6x + 3 = -6 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$; корни 3
 $f(x) = 0 = x^2 + ux + v$. $D = u^2 - 4v = 36 - 4 \cdot 3 = 24 > 0 \Rightarrow$ корни есть
при $u^2 = 36$, тогда по г. Виета $x_1 + x_2 = -u$. Значит сумма
корней либо 6 , либо -6 ($= -u$)

Ответ: ± 6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $5^{151} \cdot 7^{600} = x \cdot y$; $y : x \Leftrightarrow y = kx$ ($y, k, x \in \mathbb{N}$)

($\Rightarrow$) $5^{151} \cdot 7^{600} = kx^2$, т.е. необходимо найти все такие x , что

$5^{151} \cdot 7^{600} : x^2$ ($x \in \mathbb{N}$) . Означает, что $x = 5^d \cdot 7^{\beta}$; $d, \beta \in \mathbb{Z} \geq 0$

Тогда $5^{151} \cdot 7^{600} : 5^{2d} \cdot 7^{2\beta} \Rightarrow \begin{cases} 151 \geq 2d \\ 600 \geq 2\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 75 \geq d \geq 0 \\ 300 \geq \beta \geq 0 \end{cases}$

т.е. наибольшее значение d равно $75+1=76$

и наибольшее значение β равно $300+1=301$

и т.к. d и β могут быть выбраны независимыми, то все возможные пер d и β дают равно $76 \cdot 301 = 22876$

Ответ: $76 \cdot 301 = 22876$

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 3\log_x 27 + \log_y 3 + 8\log_{xy} \frac{1}{9} = 0 & (1) \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} & (2) \\ y \leq 24 & (3) \end{cases} \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

т.к. $x, y \in \mathbb{Z}$ и логарифмы определены, то $x > 1$; $y > 1$

р-м (1): $3\log_x 3^3 + \log_y 3 + 8 \cdot \log_{xy} 3^{-2} = 0 \Leftrightarrow$

$$9\log_x 3 + \log_y 3 = \frac{16}{\log_3 xy} = \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} \Leftrightarrow$$

$$(9\log_x 3 + \log_y 3)(\log_3 x + \log_3 y) = 16 \Leftrightarrow 9\log_3 x \cdot \log_3 3 + 9\log_x 3 \cdot \log_3 y +$$

$$+ \log_y 3 \cdot \log_3 x + \log_y 3 \cdot \log_3 y = 9 + 9\log_x y + \log_y x + 1 = 16$$

$$\Leftrightarrow \log_y x + \frac{9}{\log_y x} = 6 \Leftrightarrow \log_y^2 x - 6\log_y x + 9 = 0 \Leftrightarrow$$

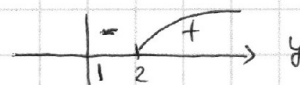
$$(\log_y x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \log_y x = 3 \Leftrightarrow y^3 = x$$

р-м (2): $\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7(y^3+1)}{y^3-1} = \frac{7(y+1)(y^2-y+1)}{y-1(y^2+y+1)}$

т.к. $y > 1$, то $\frac{y+1}{y-1} > 0 \Rightarrow$ на него можно сократить, не переменив знака
и не меняя знака $\Rightarrow 3 < 7 \frac{y^2-y+1}{y^2+y+1} \Leftrightarrow 3(y^2+y+1) < 7(y^2-y+1)$
(умножаем, т.к. $y^2+y+1 > 0$, при $y > 1$) $\Leftrightarrow 4y^2 - 10y + 4 > 0$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 5y + 2 = (2y-1)(y-2) > 0$$

$\Rightarrow$ выполняется для $y > 2$



и т.к. $y \leq 24$, то выполняется $y \in [3, 24]$ — 22 варианта.
 $x = y^3$ всегда больше y (и очевидно > 1)

Ответ: 22 пары



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \min(a, b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \max(a, b) = \text{НОК}(a, b) \end{cases}$$

Заметим, что если пара (a, b) — решение, то (b, a) — тоже, т.к. $(a-b)^2 = (b-a)^2$; $\min(a, b) = \min(b, a)$; $\max(a, b) = \max(b, a)$;

$\text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(b, a)$. Поэтому, не теряя общности, можно предположить, что пара (a, b) удовлетворяет $(a > b)$, и отбросить случаи, когда $a < b$ или $a = b$.

$$a > b; \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 & (1) \\ 5a = \text{НОК}(a, b) & (2) \end{cases}$$

т.к. $a, b \in \mathbb{N}$, то из (1) следует, что $4b : 5$, т.е. $b : 5$, пусть $b = 5b'$ $\Leftrightarrow 4 \cdot 5b' = 5(a-5b')^2 \Leftrightarrow 4b' = (a-5b')^2$ — из этого равенства следует, что b' — квадрат. Пусть $b' = 5x^2$ (1) $\Rightarrow$

$$4 \cdot 5x^2 = 5(a-5x^2)^2 \Leftrightarrow 4x^2 = (a-5x^2)^2 \Rightarrow \pm 2x = a-5x^2$$

т.е. a имеет вид либо $a = 5x^2 + 2x$, либо $a = 5x^2 - 2x$

$$1) \quad b = 5x^2; \quad a = 5x^2 + 2x \quad (x \in \mathbb{N})$$

$$5 \cdot (5x^2 + 2x) = \text{НОК}(5x^2 + 2x, 5x^2) = \text{НОК}(5x + 2, 5x) \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot (5x + 2) = \text{НОК}(5x + 2, 5x)$$

$$1.1) \quad x = 2x', \quad x' \in \mathbb{N} \quad \Leftrightarrow 5 \cdot (10x' + 2) = \text{НОК}(10x' + 2, 10x') =$$

$$= 2 \cdot \text{НОК}(5x' + 1, 5x') = 2(5x' + 1) \cdot 5x' \quad (\text{т.к. } 2 \text{ попарно взаимно простых чисел}) \Rightarrow 10(5x' + 1) = 10x'(5x' + 1) \Leftrightarrow x' = 1 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$1.2) \quad x = 2x' + 1, \quad \text{тогда если } 5x + 2 : p \text{ и } 5x : p \Rightarrow 5x + 2 \equiv 0 \equiv 5x \pmod{p}$$

$$\Rightarrow 2 \equiv 0 \pmod{p} \Rightarrow 2 : p \Rightarrow p \neq 2 \text{ но } 5x \not\equiv 2 \Rightarrow 5x + 2 \text{ и } 5x$$

взаимно просты $\Rightarrow$ их НОК это их произведение.

$$\Rightarrow 5(5x + 2) = \text{НОК}(5x + 2, 5x) = 5x(5x + 2) \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

т.е. возможные пары $(5, 7); (7, 5); (20, 24); (24, 20)$
 (с учетом симметрии)

$$2) \quad b = 5x^2; \quad a = 5x^2 - 2x \quad (x \in \mathbb{N}), \text{ но тогда } a < b \Rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } (a, b) \in \{(5, 7); (7, 5); (20, 24); (24, 20)\}$$

$$= 10^2 \left(1 + \frac{9}{16} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \right) = 10^2 \cdot \frac{43}{16}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по 7. Используя для $\triangle ABC$ и $\angle BCA$:

$$BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos \angle BCA = AB^2$$

$$\Rightarrow \cos \angle BCA = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC} = \frac{d^2 + D^2 \cdot \frac{4^3}{16} - D^2}{2d \cdot \frac{\sqrt{43}}{4} \cdot D} =$$

$$= \frac{\left(\frac{d}{D}\right)^2 + \frac{27}{16}}{2 \cdot \frac{d}{D} \cdot \frac{\sqrt{43}}{4}} = \frac{\frac{9}{16} + \frac{27}{16}}{2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{43}}{4}} = \frac{6}{\sqrt{43}} = \cos \angle BCD$$

$$\Rightarrow \sin \angle BCD = \sqrt{\frac{7}{43}}; \quad \sin \angle BCF = \sin \angle BCE = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{Тогда} \quad \frac{BF}{BD} = \frac{\frac{BC}{(\sin \angle BCF)^{-1}}}{\frac{BC}{(\sin \angle BCD)^{-1}}} = \frac{(\sin \angle BCD)^{-1}}{(\sin \angle BCF)^{-1}} = \frac{\sin \angle BCF}{\sin \angle BCD}$$

$$(\text{т.е.} \quad BF = BC \cdot \sin(\angle BCF) = \frac{BC}{(\sin \angle BCF)^{-1}} \quad \text{Аналогично с } BD)$$

$$\Rightarrow \frac{BF}{BD} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{43}}} = \frac{\sqrt{43}}{4}$$

$$\text{Ответ:} \quad \frac{\sqrt{43}}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В том числе в ответ ^{еще} $x = 1$, $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

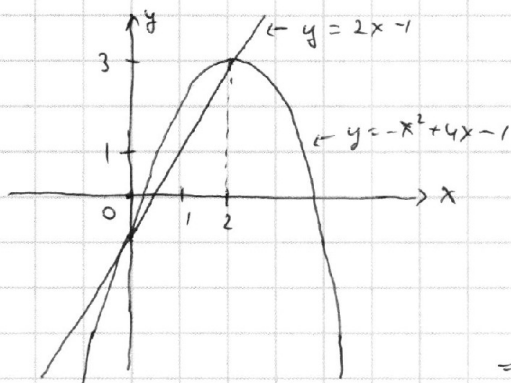
1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + y^2)(y - 2x + 1) = 0 & (1) \\ y = (-2u + 4)x + u^2 - 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (y - (x^2 + 4x - 1))((x - y)^2 + 2y^2)(y - (2x - 1)) = 0$$

решения являются все точки на параболе $y = -x^2 + 4x - 1$;
тогда где $(x - y)^2 + 2y^2 = 0$, т.е. точка $(0; 0)$ и прямая $y = 2x - 1$
прямая $2x - 1$ пересекает параболу $-x^2 + 4x - 1 \Rightarrow 2x - 1 = -x^2 + 4x - 1$
 $\Leftrightarrow 2x = -x^2 + 4x \Rightarrow$ в точках $(0; -1)$ и $(2; 3)$.



и когда прямая из уравнения (2)
пересекает параболу? $\Rightarrow$

$$(-2u + 4)x + u^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1$$

$$\Leftrightarrow -2ux + u^2 = -x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2ux + u^2 = (x - u)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = u \text{ — единственное решение. т.е. в)}$$

$\Rightarrow$ то уравнение касательной к параболу $-x^2 + 4x - 1$ в точке с абсциссой u .

1) Когда прямая (2) проходит через $(0; 0)$? $0 = 0 + u^2 - 1 \Rightarrow$

$u = \pm 1$. При $u = 1$ (2) имеет вид $y = 2x \Rightarrow$ || прямой $2x - 1$.

т.е. эта прямая проходит через $(0; 0)$ и **касается** с параболой

— 2 решения, $(u = 1)$ подходит. Если $u = -1$, то $y = 6x$, и

не параллельна $2x - 1 \Rightarrow$ имеет точку пересечения $(x = -\frac{1}{4}; y = -\frac{3}{2})$

тогда в решении будут три точки, не подходит.

2) Если $u \neq \pm 1$, то (2) не параллельна $2x - 1$ (т.е. $-2u + 4 = 2$

$\Rightarrow u = 1$, уже рассмотрено.) Если точка пересечения лежит на параболу

(т.е. точки $(2; 3)$; $(0; -1)$) То будет только одно решение, и т.к.

(2) — касательная параболу в точке $(u; -u^2 + 4u - 1)$, то $u = 0$, $u = 2$

не подходят. В остальных случаях, когда $u \neq -1, u \neq 1, u \neq 0, u \neq 2$

(2) — касательная с параболой, пересекает $2x - 1$ не на параболу, и не проходит через $(0; 0)$, это дает 2 решения.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Torque} \quad \frac{O_2 L}{B_0} = \frac{R}{2} = \frac{CO_2}{BC} = \frac{10}{\sqrt{12+4}} = \frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (\text{длина координат } \Delta CO_2 L \sim \Delta COB)$$

$$\Rightarrow R = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow AA_1 = \frac{8}{\sqrt{5}} = 2R$$

$$S_{ABCD} = \underbrace{11 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}}_{S_{CDB}} + \underbrace{11 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}}_{S_{CDB}} + \underbrace{2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}}_{S_{BDA}} + \underbrace{2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}}_{S_{BDA}} = 24$$

$$\Rightarrow V_{AA_1CDB, B, C, D_1} = 24 \cdot \frac{8}{\sqrt{5}} = S_{ABCD} \cdot AA_1 = \frac{192}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Ответ: } V = \frac{192}{\sqrt{5}}$$

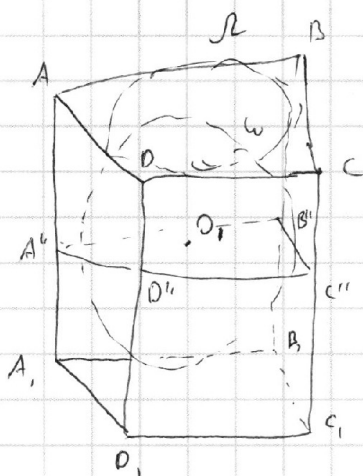


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



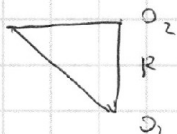
сферами радиуса R с центром в O_1 и сферами радиуса R с центром в O_2 . Тогда $AO_1^2 - R^2 = AP \cdot A_1P = 4$ (сфера радиуса R), и $CO_1^2 - R^2 = CM \cdot C_1M = 100$

Проведём через O_1 и O_2 плоскость α перпендикулярную к $ABCD$.

Очевидно, что в α обе сферы имеют окружности с радиусом R и центром в O_1 . Если сфера имеет центр O_1 и $ABCD$, (тогда α) то $O_1\alpha \perp ABCD$, $\Rightarrow O_1\alpha \parallel AD, BC, \Rightarrow \alpha \perp AD, BC$. С другой стороны α вырезает из призмы четырёхугольник $A''B''C''D''$ который попарно равен $ABCD$, и т.д. Вырезав из сферы окружности касаясь всех двоек граней, они касаются и сторон $A''B''$, $B''C''$, $C''D''$, $D''A''$ (т.е. точки касания $\in \alpha$).

Это означает что $ABCD$ — ~~квадрат~~ четырёхугольник, в который можно вписать окружность радиуса R . Известно её R . Она же является центром ω и $ABCD$. Пусть её центр O_2

Р-н $\triangle ADO_2$



$$AO_2^2 = AO_1^2 - O_1O_2^2 = AO_1^2 - R^2 = 4$$

$$\Rightarrow AO_2 = 2$$

Аналогично

$$CO_2 = 10$$

$$(O_1O_2 = R, \text{ т.е. } S(ABCD; O_1) = S(ABCD; O_2))$$

$= R$, а O_2 — центр O_1). Но тогда $CO_2 + AO_2 = 12 = AO + CO$

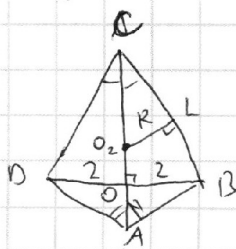
$\Rightarrow O_2$ лежит на AC . Но если O_2 — центр описанной окружности

то AC — диаметр и биссектриса $ABCD$

$\Rightarrow ABCD$ — квадрат. $\Rightarrow DB \perp AC$

$$BO = OD = 2$$

L — точка касания R и BC





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = x^2 + ax + b = -2x^2$$

$$u^2 = 12b$$

$$b=1$$

$$x^2 + ax + b = -6$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b + 6 = (x + c)^2$$

$$2u^2 = 3 \cdot 4 \cdot b^3$$

$$u = \pm 6$$

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$\Rightarrow D = 0 = a^2 - 4(b+6) = 0 \Rightarrow a^2 = 4(b+6)$$

$$-u = \pm 6$$

$$x^2 + 6x + 3 = -2x^2$$

$$x^2 + 6x + 3 = -6$$

$$n = 5^{151} \cdot 7^{100}$$

$$y : x \Rightarrow y = 4x$$

$$x^2 + 6x + 3 = 0$$

$$5^{24} \cdot 7^{24}$$

$$7b \cdot 301$$

$$36 - 12 = 24$$

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 3 \log_{xy} \frac{1}{3} = 0 \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \\ y < 24 \end{cases}$$

$$x, y > 1$$

$$y \leq 24$$

$$\frac{1}{\log_3 x + \log_3 y}$$

$$\log_3 8 = 1$$

$$9 \log_x 3 + \log_y 3 + 16 \log_{xy} 3$$

$$\log_y x + 9 \log_{xy} y$$

$$9 \log_x 3 + \log_y 3 = \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y}$$

$$2 + \log_y 3 \cdot \log_3 x$$

$$+ 9 \log_x 3 \cdot \log_3 y + 1 = 16 \cdot 6$$

$$t + \frac{9}{t} = 6$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$3; 24$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$(t-3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3$$

$$\log_y x = 3 \Leftrightarrow y^3 = x$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < 7$$

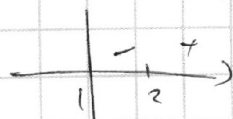
$$\frac{3(y+1)}{y-1} < \frac{7(y^3+1)}{y^3-1} = \frac{7(y+1)(y^2-y+1)}{(y-1)(y^2+y+1)}$$

$$3(y^2+y+1) < 7(y^2-y+1)$$

$$2y^2 - 5y + 2 > 0$$

$$25 - 16$$

$$(2y-1)(y-2) > 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

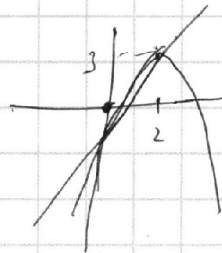
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = x^2$$

$$y \leq 0, x \leq 0$$

$$(y + (x-2)^2 - 3) ((x-4)^2 + 2y^2) (y - 2x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -(x-2)^2 + 3 \\ y = (-2x+4)x + x^2 - 1 \end{cases}$$



$$(x \neq 1)$$

$$2x - 1 = -(x-2)^2 + 3$$

$$2x - 1 = -x^2 + 4x - 1$$

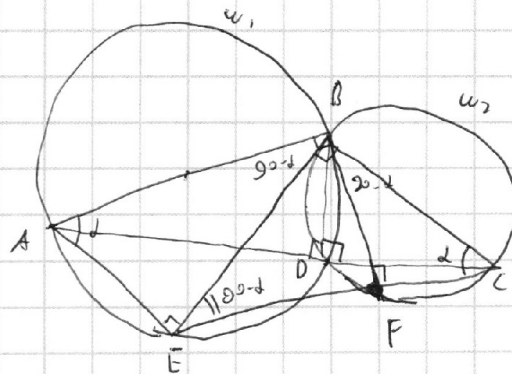
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$2x + 16 = 43$$

$$-x^2 + 4x - 1 = (-2x + 4)x + x^2 - 1$$

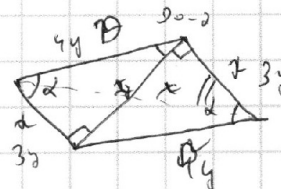
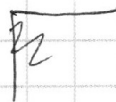
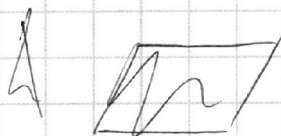
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 301 \\ \times 76 \\ \hline 1806 \\ 2107 \\ \hline 22876 \end{array}$$



$$2D^2 + 2D^2 = 4D^2 = AC^2$$

$$50y^2 = 25y^2$$



$$x^2 + d^2 - 2xd \cos \beta = D^2$$

$$\cos \beta = \frac{x^2 + d^2 - D^2}{2xd}$$

$$d^2 + D^2 - d^2 + D^2 + 2Dd \cdot \frac{3}{4} = x^2$$

$$d^2 + D^2 + \frac{3}{2}Dd = x^2$$

$$\frac{(2d^2 + 3Dd)^2}{2(d^2 + D^2 + \frac{3}{2}Dd)} = x^2$$

$$\frac{2d^2 + \frac{3}{2}Dd}{2(d^2 + D^2 + \frac{3}{2}Dd)} = \frac{2 \cdot \frac{9}{16} + \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}}{2(\frac{9}{16} + 1 + \frac{3}{2})}$$

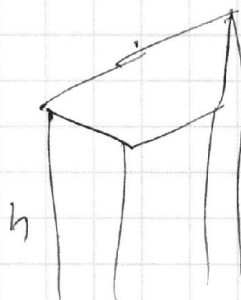
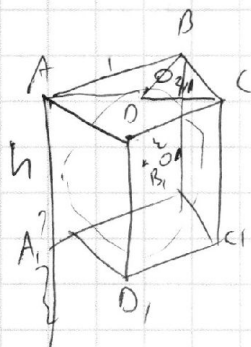
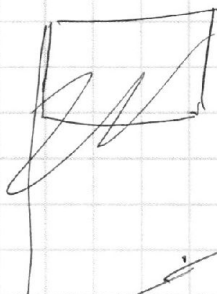


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

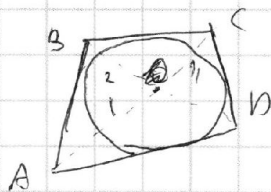
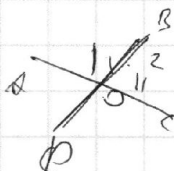
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AP - AQ = 4$$
$$CM - CN = 100$$



$$x^2 - 2r^2$$

