



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 36. \end{cases}$$
Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overbrace{h h h h}^{4}$$

$$A = k \cdot n \cdot 101 \Rightarrow \text{до какого квадрата} \Rightarrow$$

$$\cancel{\text{X}} \cancel{\text{Z}} C = 11 \Rightarrow B = k \cdot 101 \Rightarrow$$

$$k = 7, \quad \Rightarrow (7777; 707; 11); \quad \text{м.к.}$$

$\cancel{\text{X}}$ C - двумерное ~~состоит~~ и содержит

1 но $C = 11$ единственные случаи

$$\cancel{2) C = 44}$$

Ответ: $(7777; 707; 11)$

$$\cancel{2)}$$

Ответ: $(7777; 707; 11)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} \quad \text{или}$$

но учитывая: $k = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$

$$k = \frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)} \quad ; \quad \text{но } x, y > 0$$

но $x+y+3 > 0 \Rightarrow xy = (x-4)(y+4) \Rightarrow$

$$\cancel{x-4} = y+4 \quad xy = xy + 4x - 4y - 16$$

$$0 = x - y - 4 \Rightarrow x = y + 4$$

$$M^2 = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y^2$$

$$= y^3 + 3 \cdot 4 \cdot y^2 + 3 \cdot 4^2 \cdot y + 4^3 - y^3 - 12(y+4)12 \cdot y^2 - 3 \cdot 4^2 \cdot y = 4^3 - 64$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a) Пусть $\sin y = a - b$; $\sin x = a + b$; тогда
 $(\sin(a-b) - \sin(a+b)) \sin(a-b) = \cos(a-b)(\cos(a-b) +$
 $+ \cos(a+b))$

$$\begin{aligned} & (\sin a \cos b - \sin b \cos a - \sin a \cos b - \sin b \cos a) \sin(a-b) = \\ & = \cos(a-b)/2 \cdot \cos a \cos b \\ & = -2 \sin b \cos a \rightarrow \sin(-2 \sin b \cos a) \sin(a-b) = \\ & = -2 \sin b \cos a \cdot \sin(a-b) = 2 \cos a \sin b \cdot \cos(a-b) \end{aligned}$$

1) $\cos a \neq 0$

$$\cos(a-b) \cos b + \sin(a-b) \cdot \sin b = 0$$

$$\cos(a-b-b) = 0$$

$$\cos(\pi(y - \frac{\pi}{2})) = 0 \quad \cos(\pi(\frac{3}{2}y - \frac{\pi}{2})) = 0$$

$$\frac{\sqrt{1}}{2} + \pi k \quad \pi(\frac{3}{2}y - \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{1}}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$3y - \pi = \cancel{\pi} + \cancel{\pi} + 2k; k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi = 3y - \pi + 2k; k \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos \alpha = 0$; уравнение верно \Leftrightarrow

$$\pi(\frac{n+y}{2}) = \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$n = \frac{\pi}{2} - y; n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: а) Все точки вида $(3y-1+2k; y)$ и $(1+2n-y; y)$; где $y \in \mathbb{R}$; $n; k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кол-во способов выбрать k чиселов n

одинаковых классов: $\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$; кол-во

способов выбрать одинаковые числовы i из $\frac{k!}{(k-2)!(k-2)}$

Но условия: $P = \frac{n! \cdot k! \cdot (k-1)! \cdot (k-h)!}{(h-2)! \cdot 2! \cdot h!}$

Но условия

$$11. P(y) = P(k) \Rightarrow \frac{4! \cdot 4! \cdot (h-4)!}{2! \cdot 2! \cdot h!} = \frac{k! \cdot k! \cdot (h-k)!}{(k-2)! \cdot h! \cdot h!}$$

$$y = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (h-4) \cdot (h-5) \cdot (h-6) \cdot (h-7) \cdot h! \cdot k!$$

$$h = 11$$

Кол-во способов выбрать k одинаковых

числа, где y все а оставшиеся разные:

$$\frac{(n-2)!}{(h-(k-1))(k+1)} = \frac{(h-2)!}{(h-k+2)(k-2)!} ; P = \frac{(h-2)!(n-k)!h!}{(h-k+2)!(h-2)!h!}$$

Но условия

$$11. \frac{2! \cdot (n-2)! \cdot (h-4)!}{(n-2)! \cdot 2! \cdot h!} = \frac{(h-2)!(h-k)!h!}{(h-k+2)!(h-2)!h!}$$

$$11. (h-4)! = \frac{(n-2)! \cdot k! \cdot (k-1)(h-k)!}{(n-h+2)(h-k+1)(h-k)!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n(n-k)! \cdot (n-k+2)(n-k+1) = (k-1) \cdot k \cdot (n-2)(n-3)$$

$\forall k; n \in \mathbb{Z}^N; n \geq k > 4$

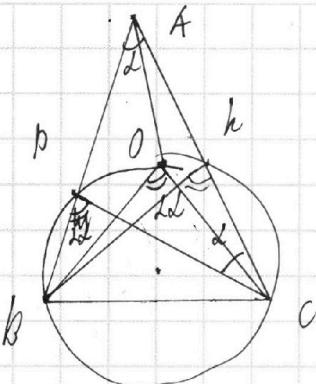


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BAC = \alpha$, $\angle BOC = 2\alpha$ - \angle центральный, а

$\angle BAC$ вписанный для ω ,
для ω_2 $\angle BOC = \angle BAC$

$\angle BPC = \angle BOC$ - \angle вписанный, опирающийся
на ортус дуги; $\triangle APC$: $\angle BPC$ - внешний \Rightarrow

$$\angle BPC = \angle PCA + \angle PAC \Rightarrow \angle PCA = \angle \alpha$$

$\triangle APC$ - равнобедренный $\Rightarrow AP = PC = 16$ но

найдем высоту для $\triangle APC$:

$$PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cos \alpha \cdot AP \cdot AC \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AP} = \frac{11}{16} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{256 - 121}{256}} = \frac{\sqrt{135}}{16}$$

$$\frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{\sqrt{15}}{16}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AC \cdot AB = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AC \cdot (AB + BC) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{16} \cdot 22 \cdot 24 = \frac{99\sqrt{15}}{16}$$

Ответ: $\frac{99\sqrt{15}}{16}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = \sqrt{AB} + \sqrt{CD} + AC + BD$$

$$A(36 - 16 \cos \alpha)$$

$$\cancel{m. k \text{ где}} \quad OK = \sqrt{(4 \cos \alpha)^2 + (-4 \sin \alpha)^2} \\ = 4 \quad \text{при } \tan \alpha = 0$$

н. к движение m окр. $R = 4$; $x_0 = 0$; $y_0 = 0$

тогда есть a_0 при котором M - максимальна

но есть ~~a~~ ~~где~~ a значение при котором

можно $a = h$; $a = a_0 + Rh$ с

каким же значением M (поворот на 180°

нулево не имеет). ~~Нужен~~ AC ~~здесь~~ ~~также~~

~~Однако~~ предполагаем движение ~~нулево~~

h не влияет где значение не будет

из геометрии $\sqrt{AB} + \sqrt{CD} = \sqrt{4R^2 + 90^\circ}$

$\sqrt{AB} + \sqrt{CD} = \sqrt{2} \Rightarrow$ длина дуг $= \pi R$.

$$= 6\pi \cdot A(4 \sin \alpha + 36 - 16 \cos \alpha)$$

$$AC = 2 \cdot \sqrt{R^2 - 4 \cos^2 \alpha}; \quad BD = 2 \cdot \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha}$$

$$M(a) = 6\pi + 2 \left(\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} + \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta(\alpha) = \frac{D}{2} - 4$$

Мы хотим максимизировать $\Delta \rightarrow \max$

$$\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} + \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} \rightarrow \max$$

$$72 - 16(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + 2\sqrt{(36 - 16 \cos^2 \alpha)(36 - 16 \sin^2 \alpha)} \rightarrow \max$$

~~$$72 - 16 + 2\sqrt{36 \cdot 16 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} \rightarrow \max$$~~

~~$$36^2 - 76 + 36 \cdot 16 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + 16 \cdot 16 \cdot \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \rightarrow \max$$~~

$$4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \rightarrow \max$$

$$\sin^2 \alpha \rightarrow \max \quad ; \text{ так } \sin^2 \alpha \leq 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 \quad \text{или} \quad \alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Delta = 6\sqrt{D} + 2\left(\sqrt{36 - 16 \cos^2 \frac{1}{2}} + \sqrt{36 - 16 \cdot \frac{1}{2}}\right)$$

~~$$= 8\sqrt{D} + 2\left(4 \cdot \sqrt{36 - \frac{1}{2}} + 6\sqrt{D} + 4\sqrt{28}\right) = 6\sqrt{D} + 4\sqrt{28}$$~~

$$\text{Ответ: } \Delta = 6\sqrt{D} + 4\sqrt{28},$$

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

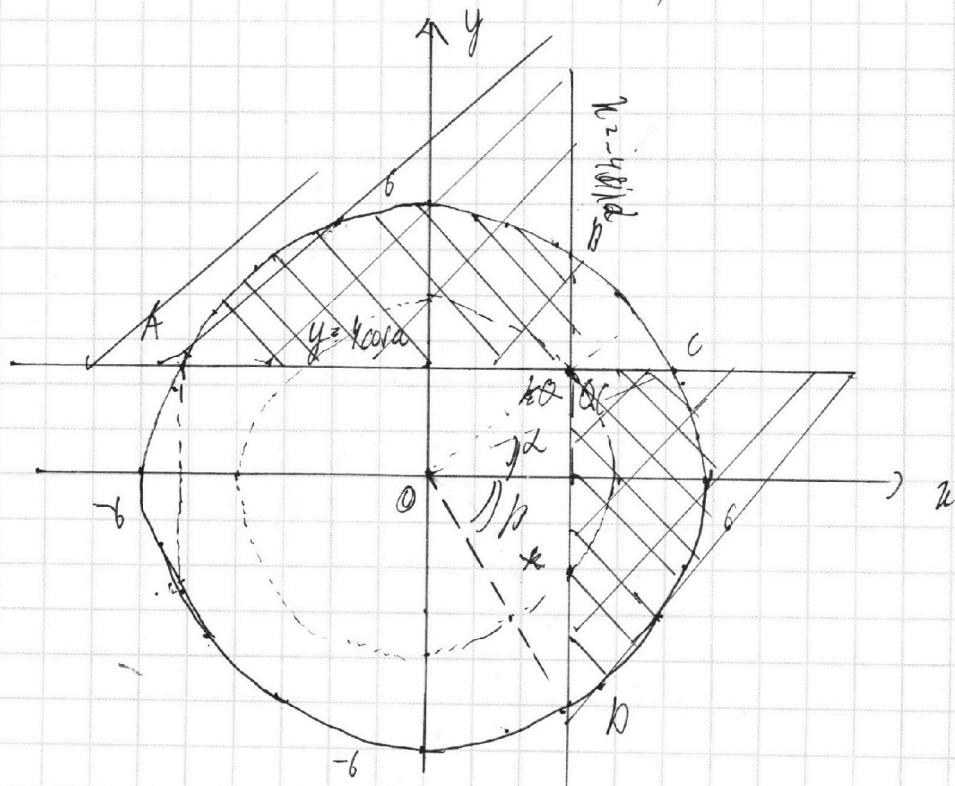
$$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0$$

\uparrow \curvearrowright
 $x \geq -4 \sin \alpha; y$
 $y \geq 4 \cos \alpha$

$\left\{ \begin{array}{l} x \geq -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{array} \right.$

 $\left\{ \begin{array}{l} x \leq -4 \sin \alpha \\ y \geq 4 \cos \alpha \end{array} \right.$

$x^2 + y^2 \leq 36$ — круг с центром 0
на координатной плоскости ограничивающей
окружность радиусом $R=6$; $k(-4 \sin \alpha; 4 \cos \alpha)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(h-4)!}{(h-7)!} = 5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{y} + \frac{3}{ny} = \frac{1}{n-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{y+4(n-4)}$$

$$\frac{y+n+3}{ny} = \frac{n+y+3}{n(y+4)(n-4)} \quad n \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (h-4)! = n! \cdot k(h-7)$$

$$n \cdot n \cdot n! = k \cdot (h-7) \cdot (h-6) \cdot (h-5) \cdot (h-4)$$

$$1) \quad y+n+3=0 \quad ; \quad y+n=-3 \quad y; n>0$$

$$M = -(n-4)(n^2+ny-y^2) - 12ny =$$

$$= \cancel{n^3} + \cancel{(n+3)^3} + 12n(n+3) =$$

$$= n^3 + n^3 + 9n + ny^2 + 3n^2 + 27 + 18n + 12n^2 + 36n =$$

$$= 2n^3 + 21n^2 +$$

$$2) \quad ny = (y+4)(n-4)$$

$$ny = yn + 4n - 4y - 16$$

$$nh = 400 \text{ rad} \quad \frac{400 \text{ rad}}{40}$$

$$\cos p = -\frac{400 \text{ rad}}{6}$$

$$0 = n - y - 4 \quad n - y = 4 \quad \frac{(h-2)!}{(h-k-2)! \cdot (h-2)!}$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y =$$

$$= y^3 + y^3 + 3y^2 \cdot 4 + 12 \cdot 4 \cdot y - y^3 - 12(y+4)y =$$

$$= -12y^2 - 3y^2$$

$$\sin^2 \theta y - \sin \theta n \cos \theta y \sin \theta y^2 \cos^2 \theta y + \cos \theta n \cos \theta y$$

$$-\sin \theta y =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

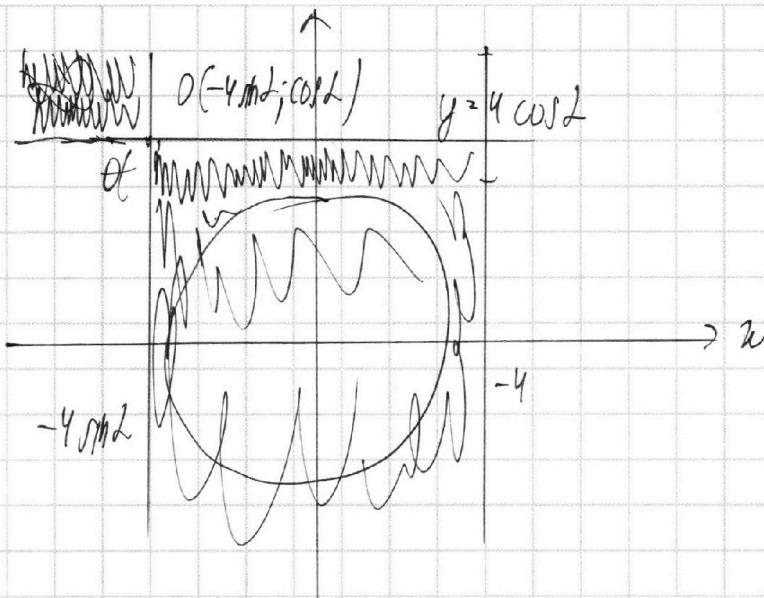
6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n \cdot 2 = h - 1 \cdot k$$

$$\cancel{n} \cdot 2 = \cancel{h} - 1 \cdot k$$

$$h = 1 \quad * \cdot (1 - 2) (h - 1) \cdot 10 = 10 \cdot (h - 1)$$

$$\pi n = a + b$$

15

$$\pi y = a - b$$

$$\pi n - \pi y = 2b$$

$$\pi n + \pi y = 2a$$

$$\sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a = -(\sin a \cos b + \sin b \cos a)$$

$$-2 \sin b \cos a \cdot \sin(a - b)$$

~~$$\cos a \cos b + \sin a \sin b + \cos a \cos b - \sin a \sin b =$$~~

$$2 \cos a \cos b$$

$$-2 \sin b \cos a \cdot \sin(a - b) = 2 \cos a \cos b + \sin a \cos b (\cos a - \sin a)$$

$$1) \cos a = 0$$

$$2) -\sin b \cdot (\sin a \cos b - \sin b \cos a) = \cos b (\cos b \cos a + \sin a \sin b)$$

$$* (15-h)(14-h) = (h-1)h \cdot 10$$

~~$$(h-1)h \cdot 10 = (16-h)(15-h) = (h-1) \cdot 12$$~~

$$(h-1)h \cdot 10 = 12(h-3)(h-3)$$

$$2 \sin b \sin a \cos b - (1 - \cos^2 b) \cdot \cos a + \cos^2 b \cdot \cos a = 0$$

$$2 \cos b (\cos a - \sin a) = 0$$

$$2 \sin b \cdot \sin a + \cos a \cdot \cos 2b = 0$$

$$\cos a - \sin a \cos(2b - a) = 0$$

$$\cos(\pi(n-y - \frac{\alpha n}{2} - \frac{\gamma}{2})) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n \cdot 4 \cdot \dots \cdot (h-4) \cdot (h-5) \cdots (h-k+1) = k! \cdot h \cdot (k-1)$$

$$n \cdot 4 \cdot \dots \cdot (h-10) \cdot h-1 \cdot \frac{h!}{h-1}$$

11. 4. 3. 2 16. 15.

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{n!}{(h-k)! \cdot k!}$$

~~$$(h-1) \cdot (h-2) \cdot (h-3) \cdot (h-4) \cdot (h-5)$$~~

~~$$\frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!}$$~~

4. 3.

$$\frac{5!}{3!} \cdot 5^4$$

1	1	2	1
1	2 3 4		1
2	3 4 1		2
3	4 1 2		3
4	1 2 3		4

$$k \cdot (k-1)$$

$$P = \frac{k \cdot (k-1) \cdot n \cdot (n-4) \cdot 4!}{(n-4)! \cdot k!} = \frac{k \cdot (k-1) \cdot n \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdots (n-k+1) \cdot k!}{h!}$$

$$h > 4$$

$$k-4 = d > 0$$

$$-h < -4$$

$$(h-4)! \quad (h-4-d)!$$

$$(h-4)! < (h-4-d)!$$

$$(h-4)! = \frac{(h-4)!}{(h-4-d)!} = \frac{(h-4)!}{(h-4-d)!} \cdot (h-4-d)!$$

A

$$= (h-4) \cdot (h-5) \cdots (h-k+1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

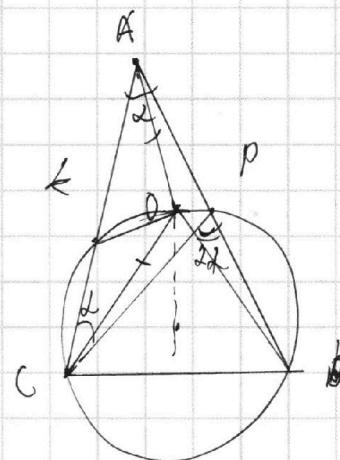
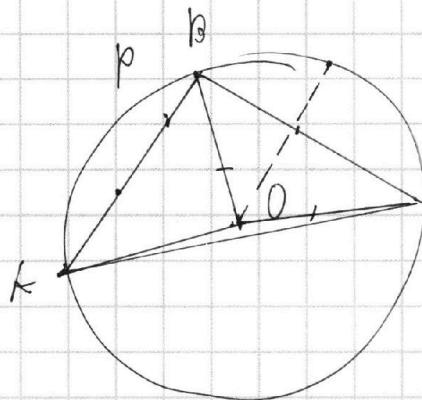
5

6

7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$1) n > -4\ln a$$

у 2

