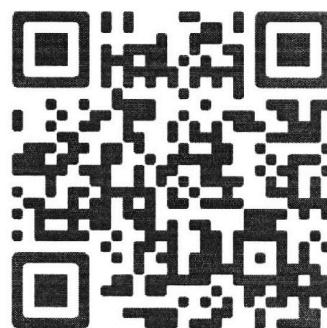




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Заметим, что $A = 1111 \cdot a = 101 \cdot 11 \cdot a$, т.к. a -цифра от 1 до 9.

Т.к. 101 и 11 - простые, то, чтобы $A \equiv C \pmod{11}$, необходимо,

чтобы 101 и 11 содержались в кратности простых множителей b и c . Т.к. $B \leq 99$, $B = \overline{1k}$, то $B = 11$.

$B \leq 99$, $B \equiv 1 \pmod{101}$ и содержит 7 $\Rightarrow B = 707$.

$$x^2 = ABC = 101 \cdot 11 \cdot a \cdot 101 \cdot 7 \cdot 11 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 7 \cdot a \Rightarrow a = 7.$$

Ответ: $(\overline{7777}) (7777; 707; 11)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№2. По условию выполнено следующее

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}, \text{ а также}$$

очевидно, что $x \neq 4$, $y \neq -4$, $x, y \neq 0$. Преобразуем:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} - \frac{1}{y+4} = \frac{3}{(x-4)(y+4)} - \frac{3}{xy}$$

$$\frac{x-4-x}{x(x-4)} + \frac{y+4-y}{y(y+4)} = \frac{3xy - 3(xy - 4y + 4x - 16)}{xy(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{4x(x-4) - 4y(y+4)}{xy(x-4)(y+4)} = \frac{3xy - 3xy + 12y - 12x + 48}{xy(x-4)(y+4)} \Rightarrow$$

$$4x^2 - 16x - 4y^2 - 16y = 12y - 12x + 48$$

$$4x^2 - 4x - 4y^2 - 28y - 48 = 0$$

$$(2x-1)^2 - (2y+7)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = 2y+7 \\ 2x-1 = -2y-7 \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая: $2x+2y=-6 \Rightarrow x+y=-3$, но

$x, y > 0 \Rightarrow x+y>0$ — противоречие $\Rightarrow 2x-2y=8 \Rightarrow x-y=4$.

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 12xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 12xy = \\ &= 4((x^2 + x(x-4) + (x-4)^2) - 12xy) = 4(x^2 + x^2 - 4x + x^2 - 8x + 16) \\ &- 12xy = 4(3x^2 - 12x + 16) - 12xy = 12x(x-4) = \\ &= 12x^2 - 48x + 64 - 12x^2 + 48x = 64 \end{aligned}$$

Ответ: 64.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{н3. а) } (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y.$$

Пусть $\alpha = \pi x, \beta = \pi y$. Тогда:

$$(\sin \pi \beta - \sin \alpha) \sin \pi \beta = (\cos \beta + \cos \alpha) \cos \beta.$$

$$\sin^2 \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \beta + \cos \alpha \cos \beta.$$

$$-\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta$$

$$-\omega_3(\alpha + \beta) = \omega_3^2 \beta \Rightarrow 2\omega_3^2 \beta + \omega_3(\alpha + \beta) = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_3 \frac{2\beta + \alpha + \beta}{2} \cdot \omega_3 \frac{2\beta - \alpha + \beta}{2} = 0.$$

$$1) \quad \frac{2\beta}{2} = \frac{\beta + \alpha}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\beta + \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\beta + \alpha = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \pi y + \pi x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$y = (2k+1) - x, k \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}.$$

$$2) \quad \frac{3\beta - \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow 3\beta - \alpha = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$3\pi y = \pi x + (2\pi k + \alpha), k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3y = x + (2k+1), k \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}.$$

$$0). \quad \arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}. \quad 003: \frac{x}{7} \leq 1 \Rightarrow -7 \leq x \leq 7 \\ -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq y \leq 4$$

По известному множеству:

$$\arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arccos \arcsin \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{x}{7}$$

$$\arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{4} > 0, \quad \arccos \frac{x}{7}, \arccos \frac{y}{4} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\text{Ограничение тангенс: } \begin{cases} \frac{x}{7} \neq 1 \\ \frac{y}{4} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{cases} \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x \in \mathbb{R}, y = n - x, n - \text{натуральное}$$

$$x \in \mathbb{Z} \text{ по усл. и.б} \Rightarrow -7 \leq x \leq 6,$$

$$\Delta 4 \leq n - x \leq 3 \Rightarrow -4 + x \leq n \leq 3 + x \Rightarrow 5 \leq n \leq 9$$

n - натуральное, $n \in \{4+x; 3+x\}$, $x \in \mathbb{Z}$. Длина промежутка равна $3+x+4-x+1=8$ - ровно 8 натуральных чисел \Rightarrow в данном случае для каждого чекого $x \in [-7; 6]$ существует 8 подходящих значений y . ~~в данном случае~~

$$2) x \in \mathbb{R}, 3y = x + (2k+1), k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3y = x + n, n - \text{натуральное}$$

$$x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow ; -4 \leq y \leq 3 \Rightarrow -12 \leq 3y \leq 9 \Rightarrow$$

$$-12 \leq x+n \leq 9 \Rightarrow -12-x \leq n \leq 9-x \Rightarrow n \in \{-12-x; 9-x\},$$

$$x \in \mathbb{Z}, n - \text{натуральное} \Rightarrow \text{длина промежутка } 9-x+(2+x+1)=22,$$

ровно 11 натуральных значений \Rightarrow Для каждого $x \in [-7; 6]$ существует 11 решений в данном случае.

$$x+n = -12, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9. - 8 \text{ значений, где}$$

$$\text{Число: 1) } 14 \cdot 4 = 56 \text{ значений}$$

$$2) 8 \cdot 11 = 88 \text{ значений.}$$

Ответ: а) $(x; (2k+1)-x)$; б) $(x; \frac{1}{3}(x+(2k+1)))$, $x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$.

б) 88 решений.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4. Руслан внес в одиннадцатиклассников. Тогда

вероятность пойти Петя на концерт равна $P(\Pi) = \frac{4 \cdot (k-1)}{k}$

$$P(\Pi) = \frac{4 \cdot (k-1)(k-2)(k-3)}{k(k-1)(k-2)(k-3)} = \frac{4}{k}.$$

Вероятность пойти Все на концерт при условии, что пойшёл Петя, равна $P(B|\Pi) = \frac{3 \cdot (k-2)(k-3)}{(k-1)(k-2)(k-3)} = \frac{3}{k-1}$

По формуле умножения вероятности $P(B \cap \Pi) = P(\Pi) \cdot P(B|\Pi) =$
 $= \frac{3}{k-1} \cdot \frac{4}{k} = \frac{12}{k(k-1)}$. — вероятность того, что пойдут оба.

Руслан кончил концерт балловально. Аналогично

рассчитаем вероятности: $P^1(\Pi) = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)} =$
 $= \frac{n}{k}$; $P^1(B|\Pi) = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)\dots(n-k+1)}{(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)} =$

$$= \frac{k-1}{k-1} \Rightarrow P^1(\Pi \cap B) = \frac{n}{k} \cdot \frac{n-1}{k-1} = \frac{n(n-1)}{k(k-1)} = 11P(\Pi \cap B)$$

$$= 11 \cdot \frac{12}{k(k-1)} \Rightarrow n(n-1) = 11 \cdot 12. \quad \text{Если } n > 11, \text{ то}$$

$$n-1 > 12 \quad \text{и} \quad n(n-1) > 11 \cdot 12 \Rightarrow; \quad \text{Если } n < 11, \text{ то}$$

$$n-1 < 12 \Rightarrow n(n-1) < 11 \cdot 12 \Rightarrow n = 12.$$

Ответ: в конце месяца было 12 баллов на вах.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

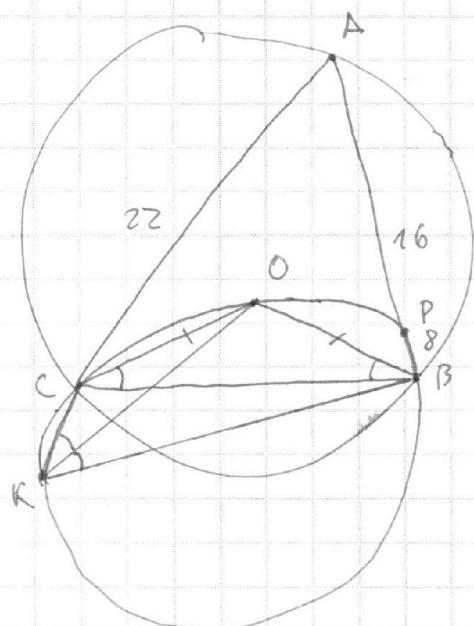
 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

=k⁵.



Рассмотрим $K = \omega_2 \cap AC$.

Тогда $AC \cdot AK = AP \cdot BA \Rightarrow$

$$AK = \frac{8 \cdot 24}{22} = \frac{12}{11} \cdot 8 = \frac{96}{11}$$

Из вписанности угла

и равнобедренности $\triangle BOC$:

$$\angle OBC = \angle BCO = \angle OKB = \angle CKO.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \sin^2 \omega_2 \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \cdot \sin^2 \omega_2 \sin^2 \alpha \Rightarrow$$

по неравенству между ср. арифм. иср. квадр.

$$AD + BC \leq 4$$

$$AD + BC \leq \sqrt{\frac{(36 - 16 \sin^2 \alpha)^2 + (36 - 16 \cos^2 \alpha)^2}{2^2}} + \sqrt{36 - 16 + 36} =$$

$$= \sqrt{72 - 16} = \sqrt{50} = 2\sqrt{14}.$$

$$\max M = 6\pi + 2\sqrt{14}, \text{ при } \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = 1 \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi n \text{ или } \alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $6\pi + 2\sqrt{14}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi n, \alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

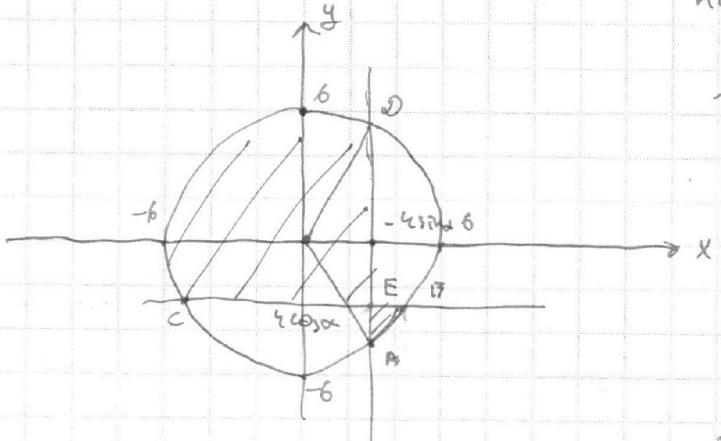
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



25. Заметим, что $AB = AP + PB$

26. Рассмотрим приемное $x = -4 \sin \alpha$, $y = 4 \cos \alpha$.



Нам подходит замкнутая
важная область.

Дуги AB и DC всегда
в сумме дают кон-
стантную величину,

$$\text{m.k.l. } \angle CED = 90^\circ = \text{const.}$$

$$\text{Периметр } M = \frac{1}{2} \pi \cdot 6 + AD + BC$$

Пусть длина некоторой хорды BC окружности радиуса R равна l ,

то ее расстояние от центра окр.-ти до середины хор-
ды равно h :



$$\sin \varphi = \frac{h}{R}, \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}}$$

$$l = 2R \cos \varphi = 2R \cdot \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}} = \\ = 2\sqrt{R^2 - h^2}.$$

В нашем случае: $l = AD$, $R = 6$, $h = -4 \sin \alpha$.

$$AD = 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha}. \text{ Аналогично } BC = 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

$$AD + BC = 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} \quad \text{но перенесено}\}$$

$$= 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + 2\sqrt{36 - 16 + 16 \sin^2 \alpha} = 2\sqrt{36 - 16 \cdot 36 + 16^2 \sin^2 \alpha}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+4 \sin \alpha)(y-4 \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 36 \end{array} \right. \quad P(A \cap B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = P(B) \cdot P(A|B). \quad \text{или} \quad P(A \cap B) =$$

$$A = 1111 \cdot a.$$

н1. где A - 9 бал.

где B

$$P(A \cap B) \quad \text{и} \quad 1111 = 11 + 1100 =$$

$$= 11 \cdot 101.$$

$$ABC : 11 \cdot 101.$$

$$11 \cdot 707.$$

н3. $3y = x + (2k+1)$; $\Rightarrow \frac{3y-x}{2} = 0$.

$$\cos 2\beta + \cos(\alpha + \beta) = 0, \quad \alpha = 3\beta + \pi + 2\pi k \quad P(\Pi|B) =$$

$$\cos 2\beta + \cos(\alpha - \beta + 2\pi k) = 0 \quad =$$

$$\cos 2\beta + \cos(2\beta + \pi) = 0; \quad \cos(2\beta + \pi) = -\cos 2\beta \quad BIR$$

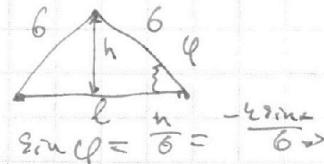
y $x + (2k+1) =$

$$x+n = 4,$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{36 - 16 \sin^2 \varphi}}{\sqrt{36 - 4 \sin^2 \varphi + \sqrt{36 - 4 \sin^2 \varphi}}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

$$3(x+n) = -12, -9, -6, -3, -1, 0, 3, 6, 9.$$

-7; $3y = x+n$.



$$\sin \varphi = \frac{n}{\sqrt{l^2 + n^2}} = \frac{-4 \sin \varphi}{6} = \frac{-2 \sin \varphi}{3}$$

$$-7+n \leq x+n \leq 6+n$$

Более 2, $\rightarrow n$ -длины. $P_0 = \frac{1}{n!} P'$, $n=?$

$$\Pi \cdot \Pi \cdot \Pi \cdot \Pi$$

$$P(\Pi|B) = P(\Pi) \cdot P(\Pi|B) = \frac{R}{P(\Pi)} \cdot P(\Pi \cap B). \quad C_4^2 = \frac{C_4^2 \cdot C_{k-2}^{k-4}}{C_k^4} = \frac{24}{24} = 1$$

~~P(\Pi|B)~~

$$P(\Pi \cap B) = \frac{6 \cdot (k-2)(k-3)(k-4) \cdots 4!}{k!} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$3y = x + \xi n$$

~~окт~~

$$3y = x + (2k+1)$$

$$y = \frac{1}{3}(x + (2k+1))$$

$$3y =$$

$$y = (2n+1) - x.$$

$$x + 2k+1 = 6n+3 - 3x \Rightarrow 4x = 6n - 2k + ?.$$

$$2x = 3n - k + 1 ; \quad 3n - k \div 2 \quad x = \frac{3n - k + 1}{2}$$

$$y = n - x$$

$$\Rightarrow n - x = \frac{1}{3}(x + k)$$

$$y = \frac{1}{3}(x + k)$$

$$3n - 3x = k + k \Rightarrow 4x = 3n - k.$$

$$x = \frac{3n - k}{4}, \quad 3n - k \div 4.$$

$$3(3x) - (-12 - k) \Rightarrow 9 + 3x + 12 + k = \\ = 21 + 4x$$

$$\leq 3n - k \leq 21 + 4x$$

$$3(-4x) - (9 - k) = -12 + 3x - 9 + k = -21 + 4x.$$

$$-21 + 4x \leq 3n - k \leq 21 + 4x$$

$4x + 2 = 4x$ ~~если~~ α ~~если~~

значение $(3n - k)$ будет. Σ оно

$$\underbrace{\dots}_{1} \underbrace{\dots}_{2} \underbrace{\dots}_{1}$$

Если $\min(\frac{3n - k}{4}) \geq 1$, то

меньше 10

$$3y - n = y - k \\ 2y = n - k.$$

Если $\min(\frac{3n - k}{4}) \neq 1$, то меньше 11 значений.

$$3\beta - \alpha = n + 2m + k; \quad \alpha = 3\beta + n + 2m + k.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
_____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3y = x + n, n - \text{нечётное.}$$

$$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3y \equiv 0, x+n \equiv 0.$$

$$-12 \leq 3y \leq 9 \Rightarrow -4 \leq x+n \leq 3 \Rightarrow$$

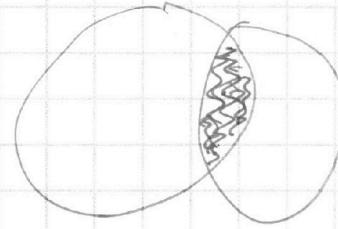
$$-12-x \leq n \leq 9-x \Rightarrow 9-x+(2+x+1) = 22, \text{ нет реш.}$$

4. 4 бинома, $\rightarrow 24$. k к. $\in \binom{k}{k-1} \cdot \binom{k-1}{k-2} \cdot \binom{k-2}{k-3}$.

$$P(\Pi) = \frac{k!}{(k-4)!}, P(B) = \frac{k!}{(k-4)!3!} \quad P_0 = P^1$$

$$P(\Pi \cap B) = P(\Pi) \cdot P(\Pi \cap B)$$

$$P(\Pi \cap B) = \frac{P(\Pi \cap B)}{P(\Pi)} =$$



$$4 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot L_3$$

$$P(\Pi / B) = P(B / \Pi), \quad P(\Pi / B) = \frac{(k-1)(k-2)(k-3)}{(k-1)(k-2)(k-3)}$$

$$P(\Pi \cap B) = \frac{(k-1)(k-2)(k-3)}{k(k-1)(k-2)(k-3)} = \frac{1}{k}$$

$$P^1(\Pi \cap B) = \frac{P(\Pi / B)}{P(\Pi)} = \frac{(k-1)}{(k-1)}$$

$$P(\Pi) = \frac{4}{C_k^4} ; \quad P(\Pi / B) = \frac{3}{C_{k-1}^3}$$

$$P(\Pi \cap B) = \frac{3}{C_{k-1}^3} \cdot \frac{C_k^4}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{k!}{4!(k-4)!} \cdot \frac{3!(k-4)!}{k!(k-3)!} =$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{3!}{4!(k-4)!} = \frac{3}{8} \cdot \frac{6}{2^3} \cdot \frac{K}{K(K-1)} = \frac{3}{16} (K-1) \cdot K$$

$$P^1(\Pi) = \frac{n}{C_k^n} ; \quad P^1(B / \Pi) = \frac{(n-1)}{C_{k-1}^{n-1}}$$

$$P^1(\Pi \cap B) = \frac{(n-1)}{C_{k-1}^{n-1}} \cdot \frac{C_k^n}{n} = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{k!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{(n-k)!(k-1)!}{(k-1)!} =$$

$$= \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n!}{(n-1)!} \cdot \frac{1}{k-1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{k}{n} ; \quad \frac{(n-1)K}{n^2} = \frac{11 \cdot 3K}{16}$$

$$16(n-1) = 11n^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \sin \pi x) \cos \pi y.$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, y = 2k+1 - x : (\sin((2k+1)\pi - \pi x) - \sin \pi x)$$

$$\sin(\pi - \pi x) = \sin \pi \cos \pi x - \cos \pi \sin \pi x = \sin \pi x - \sin \pi x = 0$$

$$\cos \pi y = \cos(\cos^{-1}((2k+1)\pi - \pi x)) = \cos((2k+1)\pi - \pi) =$$

$$= \cos(\pi x - \pi x) = \cos \pi \cos x + \sin \pi \sin x = -\cos \pi x + \cos \pi x = 0.$$

$$y \geq \frac{1}{3} \quad \sin \pi y = \frac{1}{3} (x - (2k+1)\pi).$$

$$\delta) \arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > \frac{\pi}{2}.$$

$$\arccos \frac{x}{7} \in [0; \pi], \quad \arcsin \frac{y}{4} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}],$$

$$\Leftrightarrow \alpha + \beta \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}], \quad \arcsin \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{y}{4}.$$

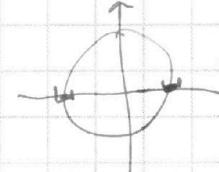
$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{7} \leq 1 \Rightarrow -7 \leq x \leq 7; \quad -4 \leq y \leq 4$$

$$\arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{4} > 0,$$

арккос

$$\Leftrightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{4} - \sqrt{1 - \frac{x^2}{49}} + \sqrt{1 - \frac{y^2}{16}} > 1.$$

$$\frac{xy}{28} = 5$$



$$\arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{4} > 0. \quad 1) \quad y = 2k+1-x, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{2k+1-x}{4} > 0, \quad \text{значит } 0 > 0. \Rightarrow$$

$$\frac{x}{7} = \frac{2k+1-x}{4} \Rightarrow x = 7, \quad y = 4 - \text{не подходит.}$$

$$-7 \leq x \leq 6,$$

$$y = (2k+1) - x$$

$$3+k+4-k+1 = 8.$$

$$-4 \leq n - x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x - n \leq 4$$

$$-4 + k \leq n \leq 3 + k$$

$$-3+k \leq n \leq 4+k$$

$$-11 \leq n \leq 9 - \text{крайний гранич}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P(\Pi \cap B) = P(\Pi / B) = P(\Pi) \cdot P(\Pi \cap B). \quad \text{если } n \geq k \geq 3 \geq \dots \geq n$$

$$\cancel{\text{д}} \frac{3 \cdot (k-2)(k-3)}{(k-1)(k-2)(k-3)} = \frac{3}{k-1} = \frac{4 \cdot (k-1)(k-2)(k-3)}{k(k-1)(k-2)(k-3)} \cdot P(\Pi \cap B)$$

$$\text{д} \quad P(\Pi \cap B) \cdot \frac{4}{k} = \frac{3}{k-1} \Rightarrow P(\Pi \cap B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{k}{k-1}. \quad C_{k-2}^n =$$

$$\cancel{\frac{15}{16}} \cancel{\frac{18}{20}};$$

$$\cancel{\text{д}} \quad P'(\Pi / B) = \frac{(n-1)(k-2)(k-3)\dots(k-n+1)}{(k-1)(k-2)(k-3)\dots(k-n+1)} \cdot \frac{n-1}{k-1}$$

$$P(\Pi) - P'(\Pi \cap B) =$$

$$P'(\Pi / B) = \frac{(n-1)(k-2)(k-3)\dots(k-n+1)}{C_{k-1}^{n-1}} = \frac{(n-1) \cdot (k-2)!}{(n-2)! (k-n)!} \cdot \frac{(k-n)! (n-1)!}{(k-1)!}$$

$$= \frac{(n-1) \cdot (k-2)!}{(n-2)! (k-1)!} = \frac{(n-1) \cdot (k-2)}{n-2} \quad n=k.$$

$$P'(\Pi) \cdot P'(\Pi \cap B) = \frac{n \cdot (k-1)(k-2)\dots(k-n+1)}{(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)} - P'(\Pi \cap B) =$$

$$= \frac{n}{k} \cdot P'(\Pi \cap B); \quad P'(\Pi / B) = \frac{(n-1)(k-2)(k-3)\dots(k-n+1)}{(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)}$$

$$= \frac{n-1}{k-1}; \quad P'(\Pi \cap B) \cdot \frac{n}{k} = \frac{n-1}{k-1} \Rightarrow P'(\Pi \cap B) = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{n-1}{n} =$$

$$= 11 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{k}{k-1} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot 11 = \frac{n-1}{n} \Rightarrow \frac{33}{4} = \frac{n-1}{n} \Rightarrow 33n = 4n - 4 \Rightarrow$$

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{n-1}{n} = 11 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{k}{k-1} \Rightarrow 11n - 11 = \frac{3}{4}n. \quad 44n - 44 = 3n.$$

$$33n = 44n - 44 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

74

 $\cancel{12}$

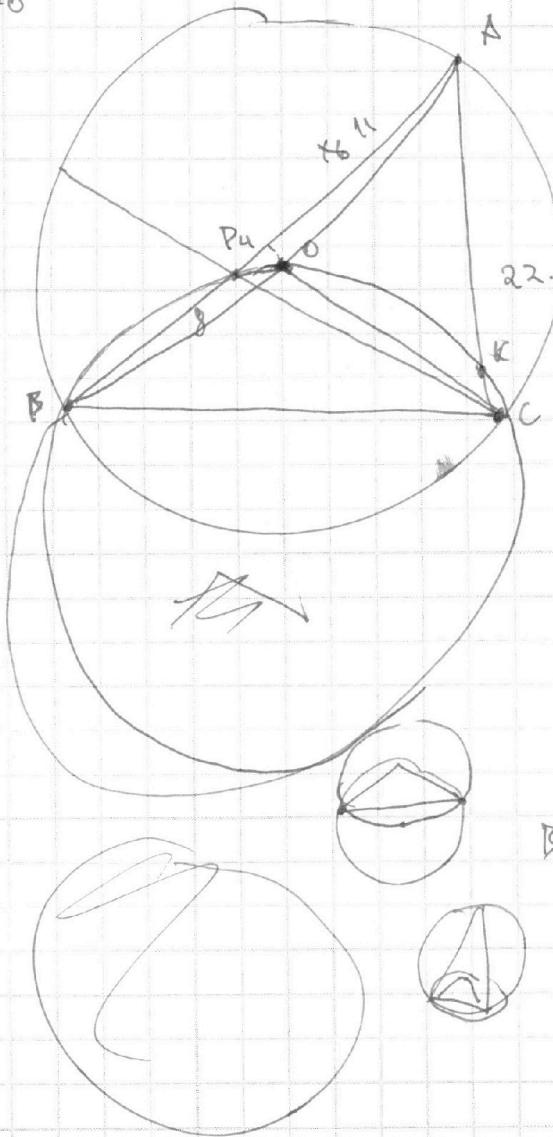
28

 $\cancel{11}$

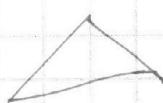
26

80

$\Delta \leq 22$ числа.
11 чисел.



$$\begin{aligned} x + 4 \sin \alpha &\geq 0 \\ y - 4 \cos \alpha &\leq 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{cases}$$

 $AP \cdot PB =$ $AP \cdot PB =$

$= 16 \cdot 24 = AK \cdot AC = 22 \cdot 11$

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6$

$\frac{?}{-12-6} = \frac{?}{-11} =$

$x = -12 - 6 \leq -12 + 7$

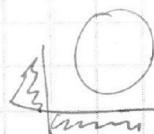
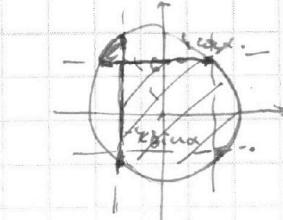
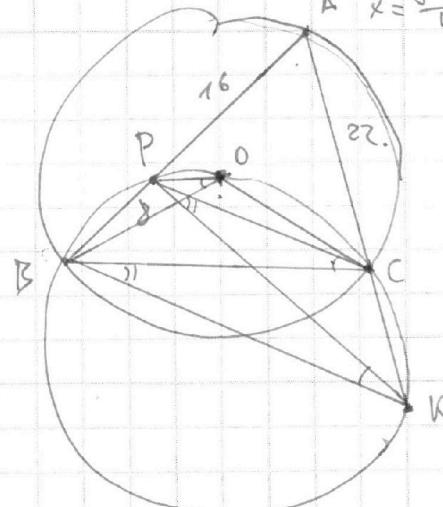
$$\begin{array}{r} 10 \\ 72 \\ -16 \\ \hline 56 \end{array}$$

$22^2 = 16 \cdot 24$

$22(22+4) = 16 \cdot 24$

$11(22+x) = 8 \cdot 24$

$x = \frac{8 \cdot 24}{11} - 22$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1. $(A; B; C)$

$$A = \overline{aaaa}$$

$$= \overline{bb_2b_3}$$

$B \leq 7, 1$ сепирка

$$C = \overline{c_1c_2} , - 7, 1 \text{ зерн.}$$

$$ABC = x^2 ; A = 10^4 a + 10^3 a + 10^2 a + 10 a + a : a.$$

$$C = 11, \quad c = \overline{k} \text{ или } c = \overline{k1} \quad 1) C = 10 + k$$

$$C = 10k + 1$$

$$2) B = \overline{17}$$

$$B = 7 \cup \cup$$

$$B = \cup \cup 7.$$

$x, y > 0$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} \Leftrightarrow = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$x, y \neq 0$.

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = ? = (x-y)(x^2 + xy + y^2).$$

$x \neq 4$
 $y \neq -4$.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{xy - 4y + 4x - 16}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} - \frac{1}{y+4} = \frac{3}{xy - 4y + 4x - 16} - \frac{3}{xy}$$

$$\frac{x-4-x}{x(x-4)} + \frac{y+4-y}{(y+4)y} = \frac{3xy - 3xy + 12y - 12x + 48}{xy(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{-4y(y+4)}{xy(x-4)(y+4)} + \frac{4x(x-4) + -4y(y+4)}{xy(x-4)(y+4)} = \frac{12y - 12x + 48}{xy(x+4)(y+4)}.$$

$$4x^2 - 16x - 4y^2 - 16y = 12y - 12x + 48. \quad 2x$$

$$4x^2 - 4x - 4y^2 - 28y - 48 = 0. \quad \begin{cases} 2x-1 = 2y+7 \\ 2x-1 = -2y-7 \end{cases}$$

$$4x^2 - 4x + 1 - 4y^2 - 28y - 49 = 0 \quad \begin{cases} 2x-1 = 2y+7 \\ 2x-1 = -2y-7 \end{cases}$$

$$(2x-1)^2 - (2y+7)^2 = 0 \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$3y = x + n, \text{ и -нерѣт.}$$

$$x = 3y + t, \text{ т -нерѣт.}$$

$$\begin{aligned} \sin(3\pi y + \pi) &= \\ &= \sin 3\pi y \cos \pi + \cos 3\pi y \sin \pi = \\ &= -\sin 3\pi y. \end{aligned}$$

$$\sin \pi y - \sin \alpha = \sin \pi y - \sin(3\pi y + \pi t) =$$

$$\sin \pi y - \sin 3\pi y = 2 \cdot (\sin \pi y - \sin 3\pi y) \sin \pi y.$$

$$\cos 2 \cos(3\pi y + \pi) = -\cos 3\pi y \Rightarrow$$

$$(\sin \pi y - \sin 3\pi y) \sin \pi y = (\cos \pi y - \cos 3\pi y) \cos \pi y$$

$$\alpha \rightarrow \sin 3\alpha = 3 \sin \alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha =$$

$$= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha)^{\frac{1}{2}} \sin \alpha = 2 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha -$$

$$-3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha;$$

$$\sin \pi y - 3 \sin^3 \pi y + 4 \sin^3 \pi y = (4 \sin^3 \pi y - 2 \sin \pi y) \sin \pi y =$$

$$= 4 \sin^4 \pi y - 2 \sin^2 \pi y; \quad \cos 3\pi y = \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha =$$

$$= 2 \cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2 \sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \sin \alpha.$$

$$4 \sin^4 \pi y - 2 \sin^2 \pi y = 4 \cos^4 \pi y - 2 \cos^2 \pi y$$

1-1=0.
1 3 1 3

$$4a^2 - 2 \quad 2a^2 = a$$

$$4-4=0$$

$$3y = x + n, \quad \Rightarrow$$

$$3n_2 - 3x = x + n \Rightarrow$$

$$y = n_2 - x$$

$$4x = 3n_2 - n_1 - \text{нѣизв.}$$

$$n - x \quad \left\{ \begin{array}{l} 3y = x + t \Rightarrow 3n - 3x = xt, \\ y = n - x \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 4x = 3n - t. \end{array}$$

1, 3, 1, 3.



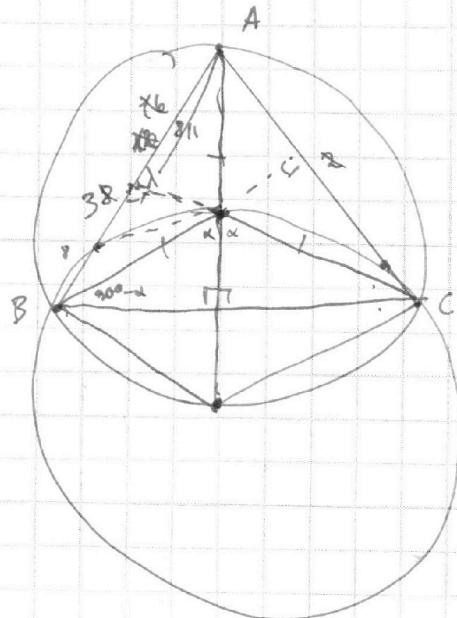
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

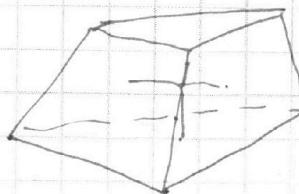
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{22}{\text{бокус}} = \frac{BC}{2 \cos \alpha}$$

$$\frac{10 + 7}{7} = \frac{17}{7}$$

Aef



№6. $\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases}$

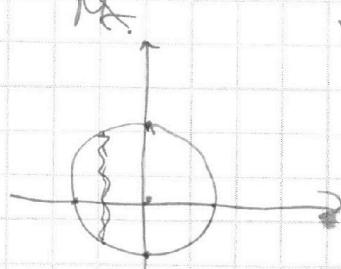
? $\begin{cases} x + 4 \sin \alpha \leq 0 \\ y - 4 \cos \alpha \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \leq -4 \sin \alpha \\ y \geq 4 \cos \alpha$

~~$x^2 \leq 16 \sin^2 \alpha$~~ $x^2 - y^2 \quad (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) = 0$

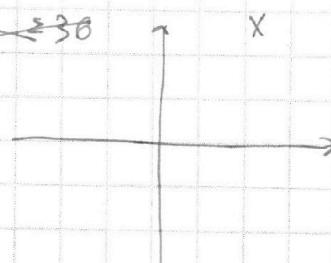
$\begin{cases} x = -4 \sin \alpha \\ y = 4 \cos \alpha \end{cases}$

$x^2 = 16 \sin^2 \alpha$

$y^2 = 16 - 16 \sin^2 \alpha = 16 - x^2$
 $y^2 + x^2 = 16$



$$\begin{aligned} y^2 &= 4 \cos^2 \alpha = \\ &= 4 - 4 \sin^2 \alpha = \\ &= 4 - \frac{4}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \alpha &\leq 0 \\ \cos \alpha &> 0 \end{aligned}$$

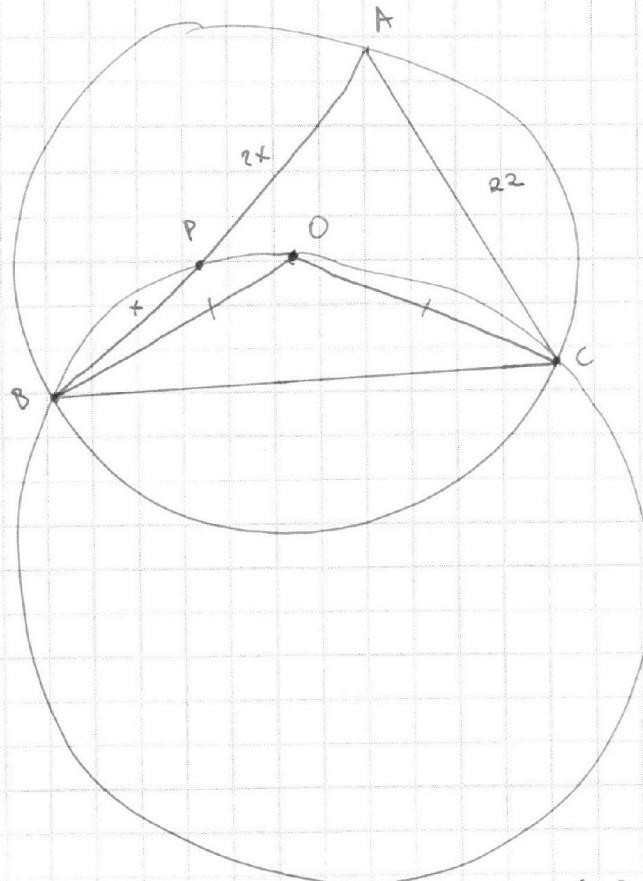
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

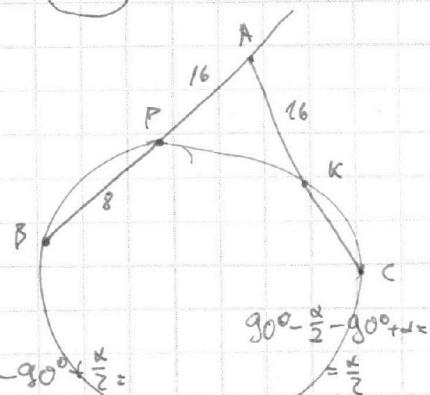
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порядок QR-кода недопустим!



$$\begin{aligned}AP &= 16 \\BP &= 8 \\AC &= 22 \\S_{ABC} &\rightarrow \\AP \cdot BA &= \end{aligned}$$

$$x \cdot 22 = 16 \cdot 8$$

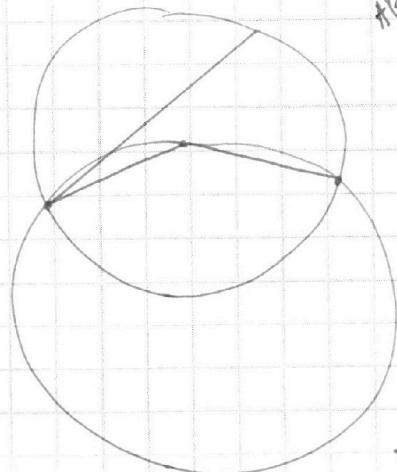
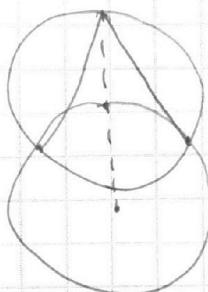
$$x = 16.$$



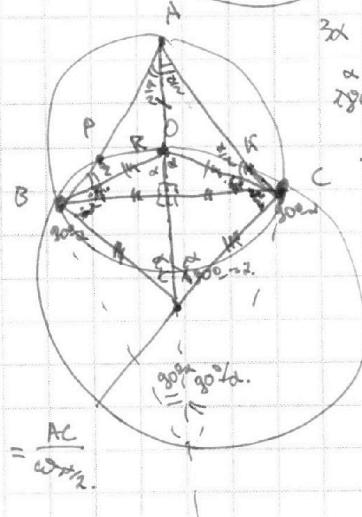
$$90^\circ - \frac{\alpha}{2} - 90^\circ + \frac{x}{2} =$$

$$AP \cdot AB$$

$$\begin{aligned}90^\circ - \frac{\alpha}{2} - 90^\circ + \frac{x}{2} &= \\&= \frac{x}{2}\end{aligned}$$



$$\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin 2x}$$



$$\begin{aligned}2x &\\280^\circ - 2x + \frac{\alpha}{2} &+ 90^\circ - \frac{\alpha}{2} + x = 180^\circ \\- 2x + 90^\circ + \frac{\alpha}{2} &= 180^\circ \\x &= 90^\circ - \frac{\alpha}{2}\end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~20
~24

$$\begin{aligned}
 P(\Pi \cap B) &= \frac{\binom{4+3}{2} \cdot \binom{1}{C_k}}{\binom{4+3}{4}} = \frac{\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot k(k-1)(k-2)(k-3)}{6(k-2)(k-3) \cdot (k-4)! \cdot 4!} = \\
 &= \frac{6(k-2)(k-3) \cdot 4!}{k \cdot (k-1)(k-2)(k-3)} = \frac{24 \cdot 6}{k(k-1)} = \frac{144}{k(k-1)}. \\
 &= \frac{144}{4 \cdot 3}.
 \end{aligned}$$

$$P(\Pi \cap B) = 1$$

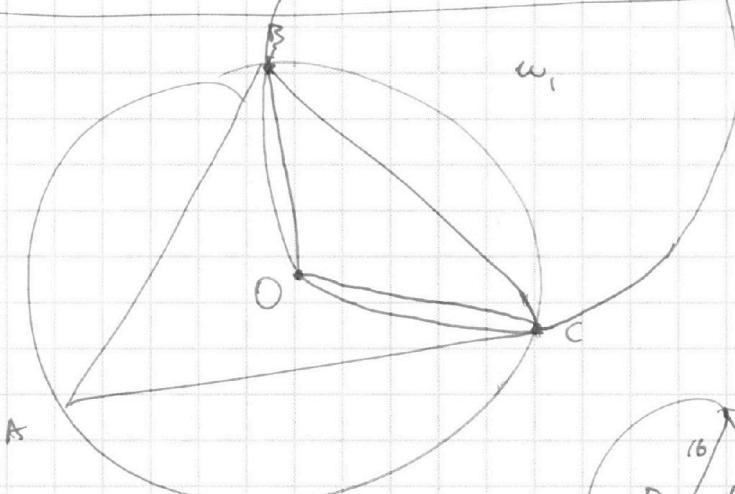
$k=4$

$$\frac{4!}{k!}$$

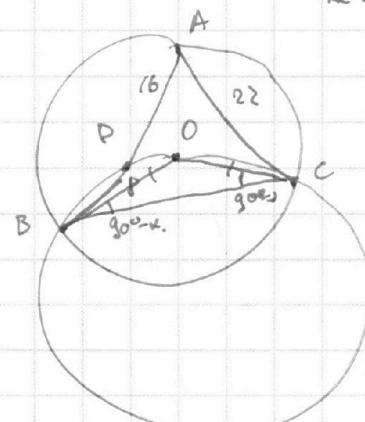
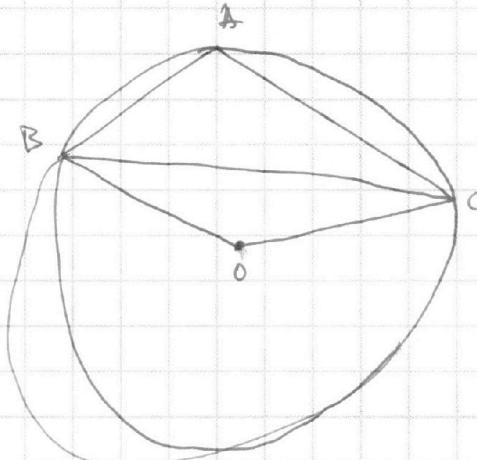
8

$$P(\Pi \cap B) =$$

~5.



$$\begin{aligned}
 S_{ABC} &=? \\
 AP &= 10 \\
 BP &= 8 \\
 AC &= 22
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 2x - 1 = 2y + 7 \Rightarrow 2x - 2y = 8, x - y = 4 \Rightarrow y = x - 4.$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} + \frac{3}{x(x-4)} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x} + \frac{3}{x(x-4)}$$

$$x^3 - y^3 - 12xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 12xy = \\ = (x-y)(x^2 + x(x-4) + (x-4)^2) - 12(x-4)x = 0 = 256 - 44 \cdot 16 \text{ сор?}$$

$$= 4(x^2 + x^2 - 4x + x^2 - 8x + 16) - 12x^2 + 48x =$$

$$= 4(3x^2 - 12x + 16) - 12x^2 + 48x =$$

$$= 12x^2 - 48x + 64 = 12x^2 + 48x = [48]$$

$$2) 2x - 1 = -2y - 7 \Rightarrow 2x + 2y = -6 \Rightarrow x + y = -3!?$$

$$\sim 3. a) (\sin \alpha - \sin \beta) \sin \alpha = (\cos \alpha + \cos \beta) \cos \alpha.$$

$$\pi x = \alpha; \pi y = \beta \Rightarrow (\sin \beta - \sin \alpha) \sin \beta = (\cos \beta + \cos \alpha) \cos \beta.$$

$$\sin^2 \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos^2 \beta + \cos \alpha \cos \beta \Rightarrow$$

$$\cos^2 \beta - \sin^2 \beta + \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = 0$$

$$\cos 2\beta + \cos(\alpha - \beta) = 0.$$

$$2 \cos \frac{\beta + \alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{2\beta - \alpha + \beta}{2} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos \frac{\beta + \alpha}{2} = 0 \\ \cos \frac{3\beta - \alpha}{2} = 0 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$1) \frac{\beta + \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \beta + \alpha = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\alpha + \pi y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x + y = 2k + 1, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{R}, y = 2k + 1 - x, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \frac{3\beta - \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3\beta - \alpha = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$3\pi y - \pi x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3y = x + (2k+1), k \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{1}{3}(x + (2k+1)), k \in \mathbb{Z}.$$