



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Н/А

П.к. Если A можно представить в виде $\overline{aaaa}$ (десятичная запись), то $A = a \cdot 1111 = 11 \cdot 101 \cdot a$.

Поскольку $A \cdot B \cdot C$ - полный квадрат, то $A \cdot B \cdot C : 101^2 \cdot 11^2 \cdot a^2$,

т.к. $A : 11 \cdot 101 \cdot a$, то получаем, что $B \cdot C : 101 \cdot 11 \cdot a$,

т.к. 101 и 11 - простые, то это возможно только

если $B = 101 \cdot k$, $C = 11 \cdot c$, т.к. иначе эти числа не будут соответствовать условию, и тогда

B и C получаем одинаково: $B = 202, C = 33 \Rightarrow$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C = a \cdot 101^2 \cdot 11^2 \cdot 2 \cdot 3 \neq 101^2 \cdot 11^2$$

Чтобы $A \cdot B \cdot C$ было полным квадратом необходимо

чтобы $a \cdot 2 \cdot 3$ тоже было полным квадратом, поскольку $101^2 \cdot 11^2 = (101 \cdot 11)^2$ - уже полный квадрат, тогда получаем, что $a = 6$, тогда единственная тройка (6666; 202; 33)

Ответ: (6666; 202; 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{y+x+2}{xy}$$

Отсюда, по условию:

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x-1+y+1+2}{(x-1)(y+1)} \Leftrightarrow (x+y+2) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy \neq 0, (x-1)(y+1) \neq 0 \\ x+y+2=0 \\ \frac{1}{xy} - \frac{1}{xy-y+x-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy \neq 0, (x-1)(y+1) \neq 0 \\ y = -(2+x) \\ \frac{xy-y+x-1-xg}{xy(xy-y+x-1)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq -1 \\ y = -(2+x) \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq -1 \\ y = -(2+x) \\ y = x-1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Если } y = -(2+x), \text{ то} \\ \text{по условию } 2+x > 0 \Rightarrow \\ \rightarrow y < 0, \text{ что противоречит} \\ \text{с } y > 0 \text{ по условию,} \end{array}$$

значит $y = x-1$, и $x \neq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow M = x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = 1$$

Получаем, что единственное возможное значение $M=1$, которое достигается при $x>1$.

Ответ: $M=1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

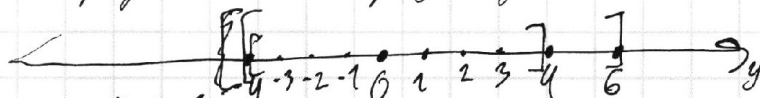
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y - 1 + 2k \\ y - 1 + 2k \in [-5; 5] \\ y \in [4; 4] \\ x = -\frac{y+1}{2} + \frac{2k}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ -\frac{y+1}{2} + \frac{2k}{2} \in [-5; 5] \\ y \in [4; 4] \\ (x; y) \neq (5; 4) \end{cases} \quad (1) \quad \Rightarrow \begin{cases} x = y - 1 + 2k \\ y \in [-4 - 2k; 6 - 2k] \\ y \in [4; 4] \\ x = -\frac{y+1}{2} + \frac{2k}{2} \\ y \in [-6 + \frac{2k}{2}; 14 + \frac{2k}{2}] \\ y \in [4; 4] \\ (x; y) \neq (5; 4) \end{cases} \quad (2)$$

Для системы (1): параметрами будут все x, y такие, что $x = y - 1 + 2k$, тогда y не будет решением, необходимо, чтобы отрезки $[-4 - 2k; 6 - 2k]$ имели какое-то пересечение, что будет при $k \in \{-4; -3; \dots; 4; 5\}$, тогда для изменения k мы перебираем отрезок длины 10 по числовой прямой



при этом как-то решений симметричного для k и $1-k$, тогда решения разбиваются на пары, но при этом нужно учесть повторение решений.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\alpha(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) = \cos \pi x \cdot \cos \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos(2\pi x + \pi) = \cos(\pi x + \pi y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi x + \pi = \pi x + \pi y + 2\pi k \\ 2\pi x + \pi = -\pi x - \pi y + 2\pi n \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 + 2k \\ 3x = -1 - y + 2n \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 + 2k \\ x = -\frac{y+1}{3} + \frac{2n}{3} \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (y - 1 + 2k; y), (-\frac{y+1}{3} + \frac{2n}{3}; y) \quad y \in \mathbb{R}; n, k \in \mathbb{Z}$$

д) по определению $\arcsin \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, $\arccos \frac{y}{4} \in [0; \pi] \Rightarrow$

$\Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ исходное пер-во

будем возмущаться при всех (x, y) , при которых пер-во существует, и $\arcsin \frac{x}{5}$ вместе с $\arccos \frac{y}{4}$ не равны своим макс. значениям одновременно, найдены $(x; y)$ такие что $\arccos \frac{y}{4} = \pi$, $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} = \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -4 \end{cases}, \text{ тогда}$$

найдем систему:

$$\begin{cases} x = y - 1 + 2k \\ x = -\frac{y+1}{3} + \frac{2n}{3} \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 + 2k \\ x = -\frac{y+1}{3} + \frac{2n}{3} \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-5; 5] \\ y \in [-4; 4] \\ (x; y) \neq (5; -4) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть всего n организационных секций, и на них было выделено k билетов ($k \geq 4$), тогда, поскольку всего способов выбрать k из n равно C_n^k , а способов выбрать $k-2$ из $n-2$, т.е. можно взять в k билетов равно C_{n-2}^{k-2} , то вероятность равна $\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{n-2!}{(k-2)!(n-k)!}}{\frac{n!}{k!(n-k)!}} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$. Тогда, если в конце было x билетов ($x \geq 4$), то получаем уравнение:

$$\frac{4(4-1)}{n(n-1)} \cdot 2,5 = \frac{x(x-1)}{n(n-1)} \Rightarrow 30 = x^2 - x \Rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \Rightarrow x = 6$$

Ответ: В конце месяца на концерт было выделено 6 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку, получаем, что $M = AB + CD + CA + DB$,
и в силу симметрии $CA + DB$ будет всегда
равно половине длины окружности $x^2 + y^2 = 25$,
т.е. $CA + DB = 5\pi$, тогда, т.к. $AB = 2\sqrt{25 - 16\cos^2\varphi}$,
и $CD = 2\sqrt{25 - 16\sin^2\varphi}$, тогда:

$$\begin{aligned} M &= 2\sqrt{25 - 16\sin^2\varphi} + 2\sqrt{25 - 16\cos^2\varphi} + 5\pi = \\ &= 2\sqrt{25 - 16\cos^2\alpha} + 2\sqrt{25 - 16\sin^2\alpha} + 5\pi = \\ &= 2\sqrt{4 + 16\sin^2\alpha} + 2\sqrt{25 - 16\sin^2\alpha} + 5\pi \end{aligned}$$

Поскольку 5π не изменяется, то чтобы максимизировать
 M , нужно максимизировать $f(\alpha) = \sqrt{4 + 16\sin^2\alpha} + \sqrt{25 - 16\sin^2\alpha}$,
Пусть $\sin^2\alpha = t$, тогда нужно максимизировать
 $g(t) = \sqrt{4 + 16t} + \sqrt{25 - 16t}$, при $t \in [0; 1]$.
 $g'(t) = \frac{16}{2\sqrt{4 + 16t}} - \frac{16}{2\sqrt{25 - 16t}} = \frac{9\sqrt{25 - 16t} - \sqrt{4 + 16t}}{\sqrt{4 + 16t}\sqrt{25 - 16t}}$.
Ноль производной при $\sqrt{25 - 16t} = \sqrt{4 + 16t} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$
 $g'(t) \begin{matrix} + & - \\ \nearrow & \searrow \end{matrix} t$, $t = \frac{1}{2}$ — точка максимума,
тогда $M = 2\sqrt{4 + 16} + 5\pi = 20 + 5\pi$, $\sin^2\alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: Максимум $M = 20 + 5\pi$, при
 $\alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

Для удобства сделаем замену $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha$, тогда:

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\cos\varphi)(y - 3\sqrt{2}\sin\varphi) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

График $x^2 + y^2 \leq 25$ — круг радиуса 5 с центром $(0; 0)$

График $(x - 3\sqrt{2}\cos\varphi)(y - 3\sqrt{2}\sin\varphi) \leq 0$ — 2 четверти плоскости, разбитые прямыми $x = 3\sqrt{2}\cos\varphi$, $y = 3\sqrt{2}\sin\varphi$, т.е. вычеркнется точка $(x_0; y_0)$, так, что $x_0^2 + y_0^2 = 18$, и строятся прямые $x = x_0$, $y = y_0$ (см. график).

Фигура Ренбуава
пересечением этих
графиков, найдем
точки пересечения
 $x = 3\sqrt{2}\cos\varphi$ и $y = 3\sqrt{2}\sin\varphi$
и $x^2 + y^2 = 25$:

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2}\cos\varphi \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3\sqrt{2}\cos\varphi \\ y = \pm\sqrt{25 - 18\cos^2\varphi} \end{cases} \Rightarrow$$

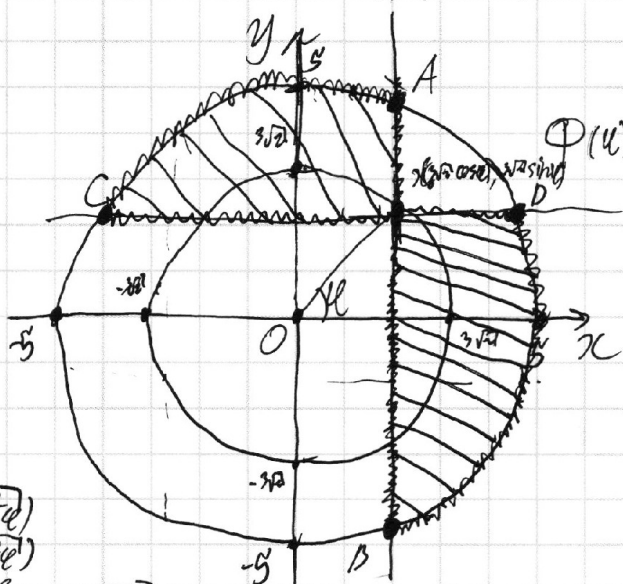
$$\Rightarrow A = (3\sqrt{2}\cos\varphi; \sqrt{25 - 18\cos^2\varphi})$$

$$B = (3\sqrt{2}\cos\varphi; -\sqrt{25 - 18\cos^2\varphi})$$

$$\begin{cases} y = 3\sqrt{2}\sin\varphi \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3\sqrt{2}\sin\varphi \\ x = \pm\sqrt{25 - 18\sin^2\varphi} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = (-\sqrt{25 - 18\sin^2\varphi}; 3\sqrt{2}\sin\varphi)$$

$$D = (\sqrt{25 - 18\sin^2\varphi}; 3\sqrt{2}\sin\varphi)$$



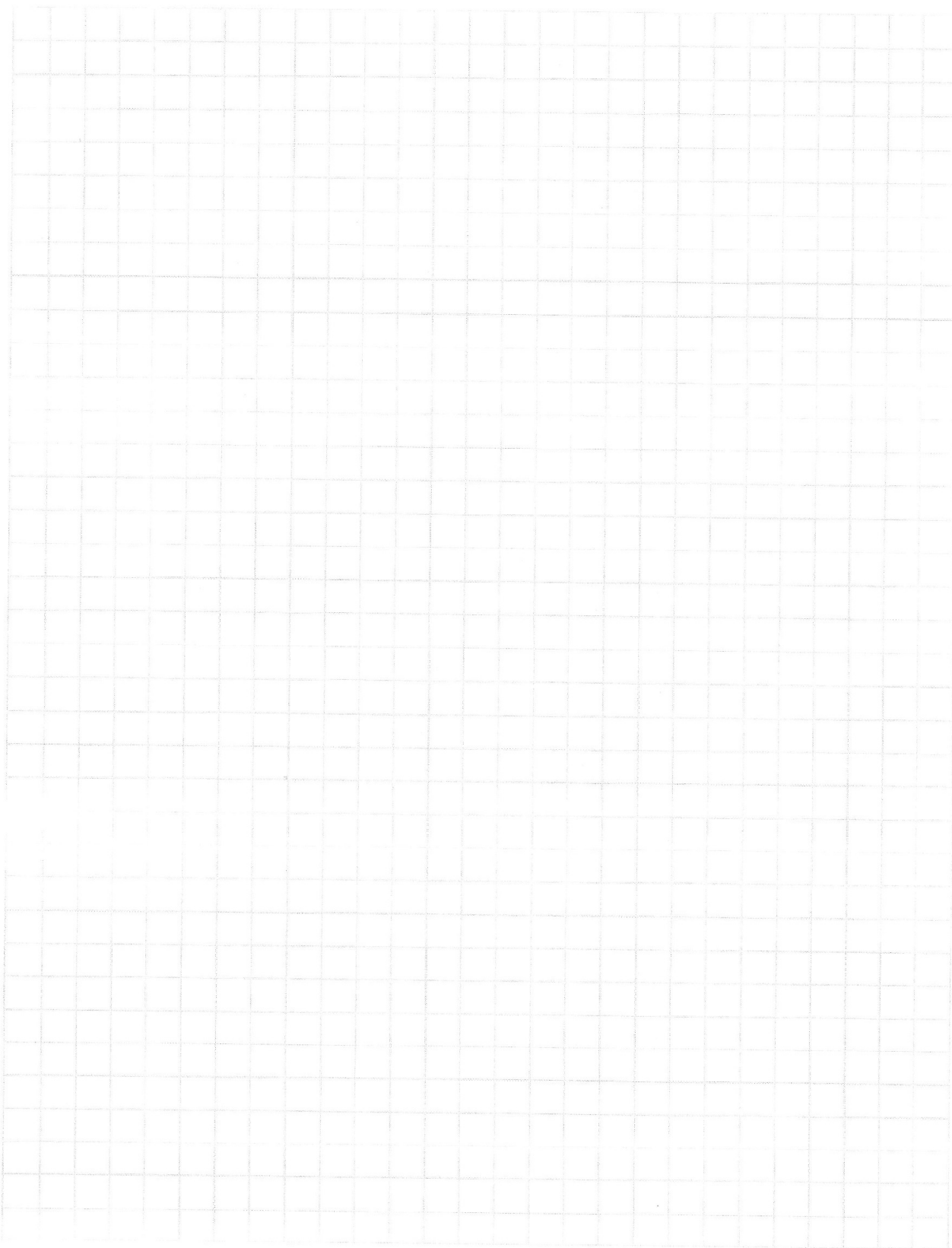


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



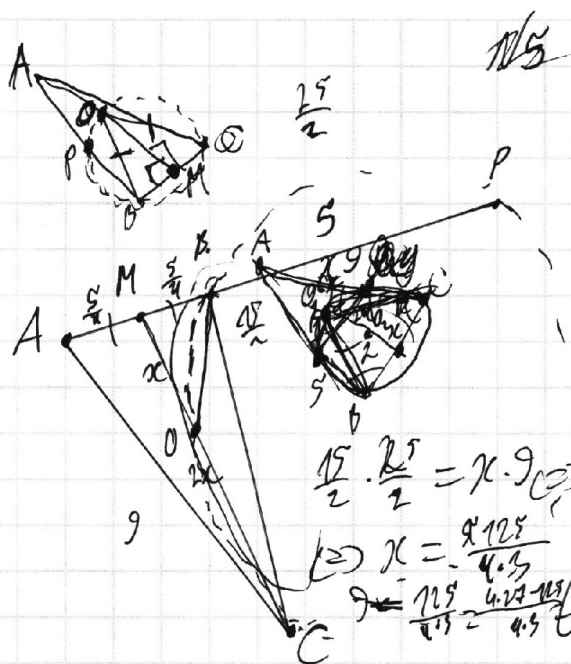


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Продлим CO до пересечения CA , пусть Q — это точка M , тогда M, K, O — центр описанной окружности, то CM — медиана, а также $CO:OM = 2:1$, пусть $OM = x$, тогда $CO = 2x$.

П.к. $B, P, O, C \in \omega_2$, ~~то~~ ~~также~~ и

$M, B, P \in MP$; $M, Q, C \in MC$, то справедливо, что:

$$MP \cdot MP = MO \cdot MC, \text{ т.к. } AP = AP - BP = \frac{5}{2}, \text{ то}$$

$$\text{получаем: } \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{5}{4} + 5\right) = x \cdot 3x \Leftrightarrow x^2 = \frac{125}{4 \cdot 3} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow MC^2 = 9x^2 = \frac{3 \cdot 125}{4}.$$

$$2) \text{ По т. косинусов в } \triangle MAC: \cos \angle MAC = \frac{AM^2 + AC^2 - MC^2}{2 \cdot AM \cdot AC} =$$

$$= \frac{\frac{5^2}{4} + 9^2 - \frac{3 \cdot 125}{4}}{2 \cdot \frac{5}{4} \cdot 9} = \frac{25 + 81 - 93.75}{90} = \frac{12.25}{90}, \text{ т.к. } \angle BAC -$$

$$\text{остроугольный } (\angle MAC = \angle BAC), \text{ то } \sin \angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} =$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 9 \cdot$$

=

Ответ: $S_{\triangle ABC} =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~15~~

Получаем, что:



$$M = AB + CD + AC + BD$$

~~$AB =$ Поскольку A и B симметричны~~

~~относительно OQ , а D и C симметричны относительно OQ , то AC и BD будут симметричны~~

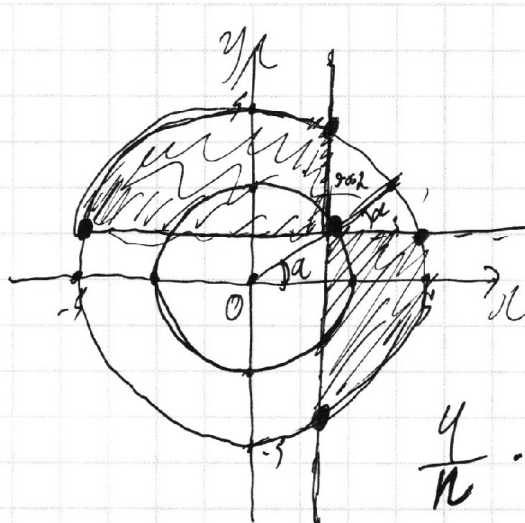


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



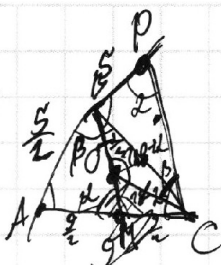
$$\frac{(n-2)! \cdot k!}{(k-2)! \cdot n!} = \frac{k(n-1)}{n(n-1)}$$

$$\frac{2 \cdot 20}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = 10$$

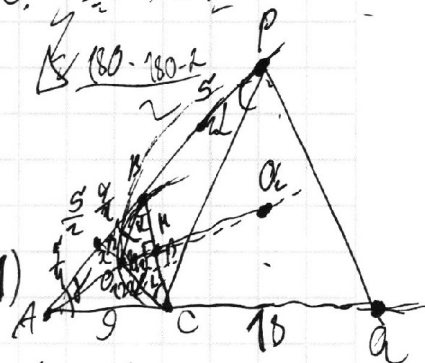
n - количество классов,

$$k > 4$$

$$\frac{4}{n} \cdot 2,5 = \frac{k}{n}$$



$$\frac{15}{2} - 5 = \frac{5}{2}$$



30 VS 11.101

16 VS 101 - площадь

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1} \cdot 2,5 = \frac{k \cdot k-1}{n \cdot (n-1)}$$

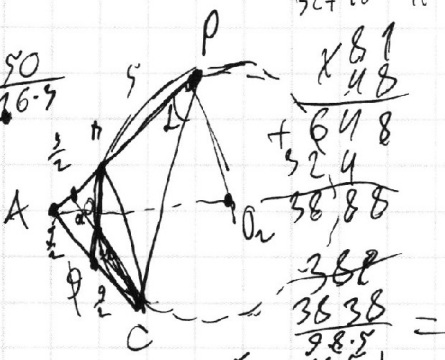
Решение было $n=11$ -класс, тогда, если было в классе 11 человек, то

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{n-2!}{2! \cdot n-4!} = \frac{n(n-1)}{4! \cdot (n-4)!}$$

$$\frac{81 - \frac{50}{16 \cdot 3}}{2 \cdot \frac{5}{4} \cdot 3} = \frac{16 \cdot 3 \cdot 81 - 50}{16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{5}{4} \cdot 3}$$

$$\frac{25}{16} - \frac{225}{16 \cdot 3} = \frac{45 - 225}{16 \cdot 3} = \frac{-50}{16 \cdot 3}$$

$$\frac{32 + 16}{48} = \frac{48}{48} = 1$$



$$\begin{aligned} x \cdot 3x &= \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{5}{4} \right) = \frac{25}{16} \\ &= 3x^2 = \frac{225}{42} \\ &= x^2 \frac{38 \cdot 101}{9 \cdot 8 \cdot 5} = 2 \frac{19 \cdot 101}{5 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 5} \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

192-1

$$6 - 2k = -4$$

$$k = 5$$

$$-4 - 2k = 4$$

$$-2k = 2 \cdot 4$$

$$k = -4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{3} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow y - 4 - 2k; \sqrt{4 + 16 \sin^2 \alpha} + \sqrt{25 - 16 \sin^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \sin(\frac{x}{3} + \alpha \cdot \arcsin \frac{x}{3} + \arccos \frac{y}{4}) < \frac{y + 16 \sin^2 \alpha + 1}{9}$$

$$y - 1 + 2k = \frac{-y - 1}{3} + \frac{1}{3} \cdot k$$

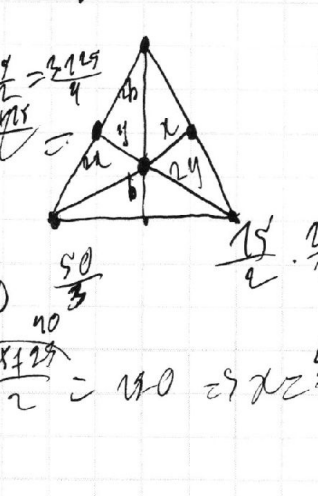
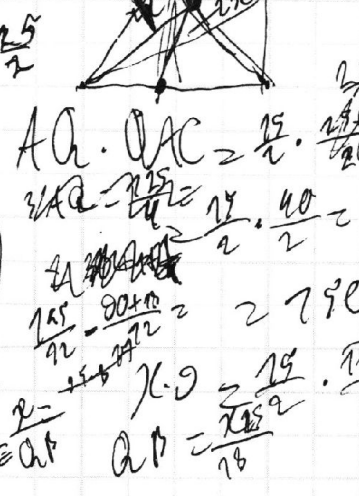
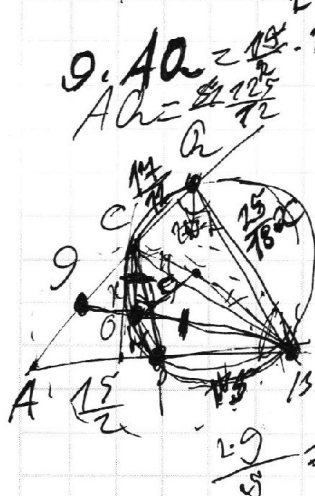
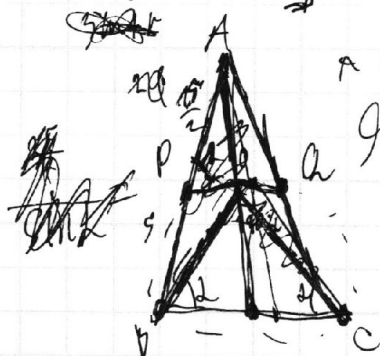
$$g'(t) = \frac{18 \cdot \frac{y+1}{3} + \frac{2k}{3}}{\sqrt{4+16t}} \in [-5; 5]$$

$$-y - 1 \in [-15 - \frac{2k}{3}; 15 - \frac{2k}{3}]$$

$$y \in [14 - \frac{2k}{3}; 16 - \frac{2k}{3}]$$

$$y \in [-16 + \frac{2k}{3}; 14 + \frac{2k}{3}]$$

$$y = \frac{2k - y - 1}{3}$$



$$\frac{12.5}{4.3} = \frac{12.5}{4.2}$$