



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Так как $ab : 2^{15} \cdot 7^{17}$ то $ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{17}$

здесь k - натуральное число. Так как
 $bc : 2^{12} \cdot 7^{18}$ то $bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}$ где m - натуральное
число. Так как $dc : 2^{23} \cdot 7^{39}$ то $dc = n \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}$
здесь n - натуральное число:

$$\begin{cases} ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{17} \\ dc = n \cdot 2^{23} \cdot 7^{39} \\ bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{18} \end{cases} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 = 2^{55} \cdot 7^{58} \cdot k \cdot n \cdot m$$

так как квадрат натурального числа
содержит в своём разложении все делители
в четных степенях то $(abc)^2 = 2^{58} \cdot 7^{58} \cdot \frac{k \cdot n \cdot m}{2}$

если abc наименьшее то и $(abc)^2$ - наимень-
ший, а значит $\frac{k \cdot n \cdot m}{2}$ - наименьший.
а наименьшее это при $\frac{k \cdot n \cdot m}{2}$ равной 1 \Rightarrow

$$\Rightarrow (abc)^2 = 2^{56} \cdot 7^{58} \Rightarrow abc = 2^{25} \cdot 7^{28} \text{ так как по условию } a; b; c \text{ - натуральные} \Rightarrow abc > 0$$

Ответ: ~~abc~~ $2^{28} \cdot 7^{58}$ $2^{25} \cdot 7^{58}$

7 из 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 7} = 1 - 9x \\ 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 + 3x + 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 + 3x + 7 \geq 0 \end{cases}$$

Задача 2.

Если дробь $\frac{a}{b}$ - несократима то у
д и б нет общих простых делителей, а
это означает что $a+b$ и $a\cdot b$ - взаимопросты

так как $a\cdot b$ - делится только на те простые
делители в которых входят в состав a и b, а
 $a+b$ делит все эти же простые числа то
они не могут в составе a или b так как в
обратном случае если бы делали это то

1 число делится ч. их сумма делится на 4.

2 число однозначно делится на 3. Потому что $a+b$ и $a\cdot b$ -
взаимопросты. Пусть $a+b=k$. $a\cdot b=n$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab} = \frac{k}{k^2 - 9n}$$

Число можно сократить на k. делите на m
на это деление $k^2 - 9n$. Проверим что оно

эти числа могут делиться только на 9
так как k и n - взаимопросты. Так же k и $k^2 - 9n$
крайне потому что k не делится на 3. $3 \mid k \Rightarrow 3 \mid k^2 - 9n$.

Поскольку $k \mid n$ то $k \mid k^2 - 9n$ делится на 9.

Поскольку $k \mid n$ то $k \mid k^2 - 9n$ делится на 9.

Очевидно $a=2$. $b=7$. $\frac{9}{49 - 49 + 49} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$

2 из 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

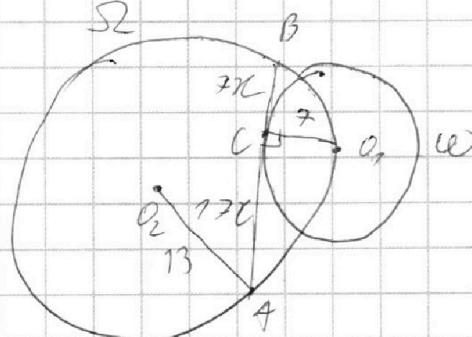
7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



Дано:
радиус $R_1 = 7$

радиус $R_2 = 7x$

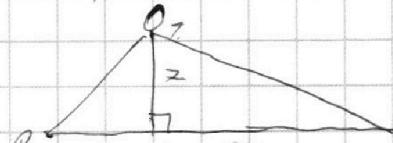
$$\frac{AC}{CB} = \frac{7x}{7}$$

AB - касательная
к \odot

O_2 - центр окружности \odot $A B = ?$

$O_1C \perp AB$ так как как угол между касательной
и радиусом проведённой к нему перпендикульно.

AO_1B - вписанный в окружность S_2



Лучше $BE = 7x$ тогда $AC = 7x$

$$\Delta BOC: O_2 \text{ и } O_1 \text{ лежат на } BO_1. \angle BO_1 = \sqrt{x^2 + 49}. O_1A = \sqrt{289x^2 + 49}$$
$$\sin \angle BO_1 C = \frac{BC}{BO_1}, \sin \angle AO_1 C = \frac{AC}{AO_1}, \cos \angle BO_1 C = \frac{O_1C}{BO_1}, \cos \angle AO_1 C = \frac{O_1E}{AO_1}$$

$$\sin \angle BO_1 A = \sin(\angle BO_1 C + \angle CO_1 A) = \frac{7x}{\sqrt{49x^2 + 49}} \cdot \frac{7}{\sqrt{289x^2 + 49}} +$$

$$+ \frac{7x}{\sqrt{289x^2 + 49}} \cdot \frac{7}{\sqrt{49x^2 + 49}} \sin \angle BO_1 A = \frac{24x}{\sqrt{x^2 + 77} \sqrt{289x^2 + 49}}$$

O_2 - центр S_2

$$2O_2A = \frac{BA}{\sin \angle BO_1 A}$$

$$26 = \frac{24x}{\sqrt{x^2 + 77} \sqrt{289x^2 + 49}}, 26 = \sqrt{x^2 + 77} \sqrt{289x^2 + 49}$$

$$676 = 289x^2 + 49x^2 + 289x^2 + 49, t = x^2 \Rightarrow t \geq 0$$

$$676 = 289t^2 + 49t + 289t + 49, t = 7, t = -1 \frac{38}{289} \text{ m.k.} t \geq 0, t = 1$$

$$t = 7 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7} \text{ m.k. это расстояние}$$

$$AO_1 = 24x = 24. \text{ Ответ: } 24.$$

3 из 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 7} = -9x$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 + 3x + 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 + \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 + \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 7} \neq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 7} = -9x \quad -9x = (9 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 7})$$

$$\begin{cases} x \geq 1 + \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ 9 - 9x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 + \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ 9 - 9x \neq 0 \\ \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 7} = 0 \end{cases}$$

$$9 - 9x \neq 0 \quad 9x = 0$$

$$x = \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 7}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 + \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$9 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 7} = 3x^2 + 3x + 7 = 3x^2 = 8x + 2$$

$$\begin{cases} x \geq 1 + \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$-2\sqrt{3x^2 + 3x + 7} = -9x$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{\sqrt{72}}{6} + 1 \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$4(3x^2 + 3x + 7) = 81x$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{\sqrt{72}}{6} + 1 \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$72x^2 - 69x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{\sqrt{72}}{6} + 1 \\ x \leq 1 - \frac{\sqrt{72}}{6} \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$D = 69^2 - 4 \cdot 72 \cdot 4 = 4569$$

$$x_{1,2} = \frac{69 \pm \sqrt{4569}}{24}$$

$$\begin{cases} x = \frac{69 + \sqrt{4569}}{24} \\ x = \frac{69 - \sqrt{4569}}{24} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{69 + \sqrt{4569}}{24}$

9. из 9



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

Задача: что надо по угадать сколько пар точек находятся на линии, если в них две пары. $y = -2x + b$ или в этих 2 парах отмечены. Решено на 2 способами 2 пары на линии. У них одинаковы. У координаты то и у них одинаковы. Решено на 2 способами $4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$. $2 \cdot 7 + 0 = 14$, т.е. в них две пары по этим прямым нет с добавлением 2 у них координаты на 7. Значит количество пар при этом b . Значит количество пар таких пар точек это количество способов выбрать пару пар точек из пары пар на 2 прямых, у которых есть общее количество пар. Количество способов выбрать пару пар точек это количество способов выбрать пару пар из 7 пар. Всего в группе есть 13 пар из 14 способов и на группе прямой для каждой пары есть 14 способов. Всего 14 способов, но если на второй 13 пар то на группе одна пары нет. Т.е. пары есть 13 способов. На 7 Значит общее число способов это $14 \cdot 13 \cdot 10 + 13 \cdot 12 \cdot 10$.

Способов выбрать пару пар из 14 способов
~~14 · 13 · 10 = 1820 способов~~

Ответ: 1820 способов

АВ



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

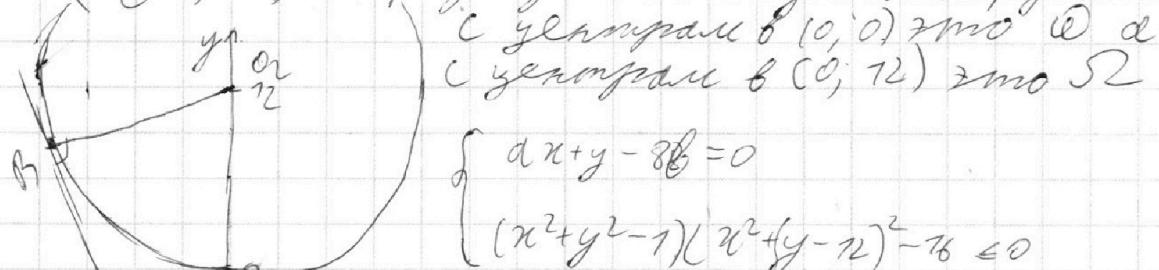
Задача 6

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

Рассмотрим неравенство $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$

Оно верно в 2 кругах на координатной

плоскости x, y первый круг с центром в $(0, 0)$ и радиусом 1, а второй круг с центром в $(0, 12)$ и радиусом 4. Тогда оно верно



$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

(неравенство) выполняется в областях ограничено ω и Ω)

$$\begin{cases} y = -ax + 8b \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$$

Покажем что y этой системы равна 2 решения когда касаются.
 $y = -ax + 8b$ является общей

касательной к ω и Ω

найдя:

1) ~~найдя эту систему~~ первую систему

$$\begin{cases} y = -ax + 8b \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -ax + 8b \\ (y-12)^2 + n^2 = 16 \end{cases}$$

у обоих этих уравнений должно быть 2 решения
решения их по симметрии

должны лежать на оси симметрии.

5 из 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} y = -ax + 8b \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -ax + 8b \\ x^2 + ax^2 - 16abx + 64b^2 = 1 \end{cases}$$

$$x^2(1+a) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0 \quad 256(ab+8-a-1)$$

$$\Delta = 256a^2b^2 - 256(b-a-1)^2 = 256a^2b^2 - 256b^2 + 256ab =$$
$$= 256a^2b^2 - 256b^2 + 256ab = 256(ab+8-a-1)$$

так как y существует, должно быть 1 решение.
 $\Delta = 0$. $256a^2b^2 - 256b^2 + 256ab = 0 \quad a^2b^2 - ab - b + a + 1 = 0$
 $a^2b^2 - b + ab = 0$

~~B= Отбрасываем при $b=0$ у этого числа
едине 1. решение~~

$$a^2b^2 - a - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = -ax + 8b \\ x^2 + (y-72)^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{8b-y}{a} \\ \frac{64b^2 - 16by + y^2}{a^2} + y^2 - 24y + 144 = 16 \end{cases}$$

~~$\Delta = 0$ так как y существует одно решение.~~

$$y^2\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) - y\left(\frac{16b}{a^2} + 24\right) + \frac{64b^2}{a^2} + 144 - 16 = 0$$

$$\left(\frac{16b}{a^2} + 24\right)^2 - 4\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)\left(\frac{64b^2}{a^2} + 728\right) = 0$$

$$\left(\frac{16b}{a^2} + 24\right)^2 = 4\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)\left(\frac{64b^2}{a^2} + 728\right)$$

$$a^2b^2 - ab - b + a + 1 = 0$$

$$a^2b^2 - ab - b + a + 1 = 0 \quad a^2b^2 - a(b-1) - b + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 2b + 1 - 4b^2(-b+1)$$

Пусть эта касательная касается ω .

Ч. 52 б в пусть O_1 -центр ω и O_2 -центр Ω

$AQ_1 = R$ как радиус $BO_2 = R$ как радиус

Пусть K -точка пересечения ω с OY

Пусть $O_2K = x$ тогда $O_1K = 12 - x$ $\triangle KQ_1Q_2$

6 из 9



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\angle O_2BK = 90^\circ$ (как между касательной и радиусом
к танке касания).

$\angle O_1AK = 90^\circ$ (как между касательной и радиусом
к танке касания).

Из теоремы пифагора для $\triangle O_2BK$ и $\triangle O_1AK$:

$$AK^2 = (12-x)^2 - 7$$

$$BK^2 = x^2 + 16$$

Воспользуемся сплешкой танка к вопросителю Σ .

$$BK^2 = (KO_2 - 4)(KO_2 + 4)$$

$\triangle BO_2K$ подобен $\triangle AOK$ ($\angle O_2BK = \angle O_1AK$

$\angle BKO_2 = \angle AKO_1$ как вертикальные.)

$$\frac{BO_2}{AO_1} = \frac{O_2K}{O_1K} \quad \frac{4}{7} = \frac{x}{12-x} \quad x = 4.8 - 4x \quad 5x = 48 \quad x = 9.6 \text{ метра.}$$

координаты к танку $(0, 2, 4)$. Тогда уравнение
прямой $y = -ax + 86$ проходит через общую
касательную к Σ и O_2 она проходит через
 $(0, 2, 4)$ и касательная к окружности
если $y = -ax + 86$ касается ей то
система $\begin{cases} y = -ax + 86 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ имеет 1 решение.

$$x^2 + (86 - ax)^2 - 1 = 0 \quad \text{тогда } y = -ax + 86 \text{ проходит}\\ \text{через } (0, 2, 4) \text{ то } 2,4 = 86 - b \quad b = 0,3$$

$$x^2 + (86 - ax)^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + 64,09 - 16abx + a^2x^2 - 1 = 0$$

$$x^2(1+a^2) - 16abx + (64,09 - 1) = 0$$

$$D = 0 \text{ т.к. } 1+a^2 \neq 0 \text{ система 1. решениe}$$

$$D = 256a^2b^2 - 4(1+a^2)(64,09 - 1) = 0$$

$$64a^2b^2 = 64,09 - 1 + 64a^2b^2 - a^2$$

$$64 \cdot 0,09 \cdot a^2 = 64 \cdot 0,09 - 1 + 64 \cdot 0,09 (1-a^2)$$

$$a^2(64 \cdot 0,09 + 1 - 64 \cdot 0,09) = 64 \cdot 0,09 - 1$$

$$a^2 = \frac{64 \cdot 0,09 - 1}{64 \cdot 0,09 + 1 - 64 \cdot 0,09}$$

7439

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Причина из теории подтверждена.

$$KA = 25 \quad KA^2 = 5,76 - 1 \quad KA = \sqrt{5,76}$$

ΔO_1AK подобен ΔMO_1K . (угл K - общие).
пересечение AB с OX $ZKO_1M = CO_1AK = 90^\circ$
(O_1K M - общие)

$$\frac{O_1K}{MO_1} = \frac{O_1K \cdot AK}{O_1K} \quad \frac{1}{MO_1} = \frac{\sqrt{5,76}}{2,4} \quad MO_1 = \frac{2,4}{\sqrt{5,76}}$$

Таким образом получим $y = -ax + 68$
y максимум уравнения подходит для решения
равен -d. максимум этого прямого бывает
на AB поэтому с определением первого момента
уравнения можно определить коэффициент $\frac{O_1K}{O_1M}$.

$$-d = \frac{7 \cdot \sqrt{5,76}}{2,4} \quad d = -\frac{\sqrt{5,76}}{2,4}, \text{ но мин}$$

Как AB момент дает симметричное расположение
точек относительно OX d = a момент
будет равно $\frac{\sqrt{5,76}}{2,4}$

$$\text{Ответ! } d = \frac{\sqrt{5,76}}{2,4} \quad a = -\frac{\sqrt{5,76}}{2,4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N

N

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{17}$$

$$15+40$$

$$75+15+23$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$11+18+39$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$1$$

$$1 \cdot 3$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{\frac{15}{2}} \cdot 7^{\frac{58}{2}}$$

$$\frac{76}{32} \cdot \frac{65}{792} \cdot 4$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{29}$$

$$\frac{76}{792} \cdot \frac{49369}{49369} \cdot 1523$$

2

$$a+b = 15$$

$$N 2$$

$$6x$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 7$$

$$\frac{d}{8} = 11$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$m 7 \cdot 9x = 70$$

$$\frac{87}{24}$$

$$\frac{69}{69} \cdot \frac{54}{54} = \frac{8}{8}$$

$$a+b =$$

$$N - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 9x$$

$$\frac{627}{719} \cdot \frac{62}{62} = 1$$

$$\frac{9761}{9761} = 1$$

$$9761 - 792$$

$$S_2 = 121$$

$$N^3$$

$$72x^2 - 24x$$

$$B15$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

$$N^4$$

$$68$$

$$0,56$$

$$24$$

$$B$$

$$28$$

$$5444$$

$$7$$

$$77x$$

$$x$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 7} = 7 - 9x$$

$$\sqrt{(537x - 537)^2 - 1} - \sqrt{(\sqrt{37}x + \frac{7}{2})^2 + 37} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

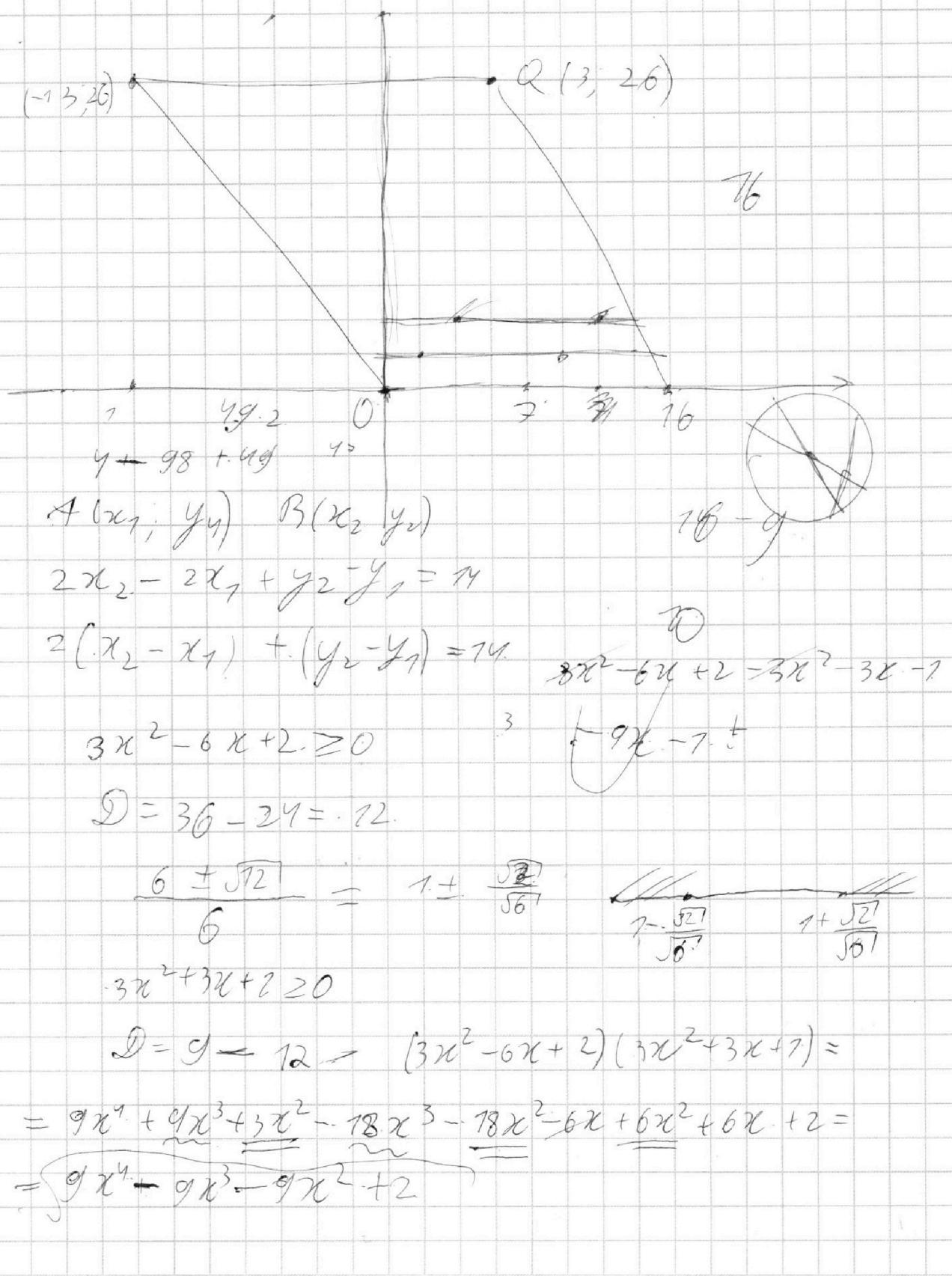
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\begin{array}{r} 2y \\ 24 \\ \hline 90 \\ 18 \end{array}$$

$$123x^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 77 \\ \hline 67 \\ 144 \\ 76 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$570 \quad ax + y - 86 = 0 \quad ax - 86 = y$$

$$64a^2b^2 = \pi(a^2)(64b - 1) \quad y = -ax + 86$$

$$64a^2b^2 = 64b - 1 \quad 64ab^2 = 64b - 1$$

$$64ab^2 = 64b - 1 + 64ab^2$$

$$\begin{array}{r} -6+1 \\ (-6+7) \\ +(-6+7) \end{array}$$

$$2,4 \cdot 5,06$$

$$(b-1)(a+1)$$

$$1,2 \cdot 5,06$$

$$b+ab-a-d$$

$$ab+b-a-1$$

$$2,4 = 8ab$$

$$12 - x$$

$$14$$

$$09$$

$$78,2$$

$$b = 0,92$$

$$2,4$$

$$09$$

$$28$$

$$19$$

$$\begin{cases} y = -ax + 2,4 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 77 \\ \hline 67 \\ 14 \\ 75 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$2,77$$



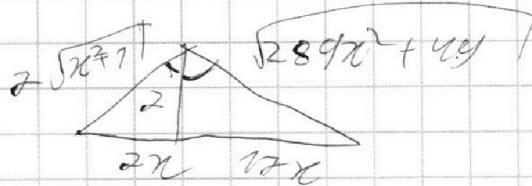
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$526x^2 = 49x^2 + 49 + 289x^2 + 49 - 2\sqrt{49x^2 + 49}\sqrt{289x^2 + 49} - 2$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ \hline 289 \\ 287 \\ \hline 2 \\ 1 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$234x^2 = 98 - 2$$

$$90 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$2\sqrt{x^2+7} \quad \frac{x}{\sqrt{x^2+7}} = \frac{7x}{\sqrt{289x^2+49}} \quad \begin{array}{r} 88 \\ 289x^2 \\ - \end{array}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{x}{\sqrt{x^2+7}} \cdot \frac{7}{\sqrt{289x^2+49}} + \frac{4}{\sqrt{x^2+7}} \cdot \frac{7x}{\sqrt{289x^2+49}}$$

$$= \frac{24x}{\sqrt{x^2+7} \sqrt{289x^2+49}} \quad \frac{24x}{\sqrt{x^2+7} \sqrt{289x^2+49}} = 2R$$

$$\sqrt{x^2+7} \sqrt{289x^2+49} = 26$$

$$(x^2+7)(289x^2+49) = 676$$

$$289x^4 + 49x^2 + 289x^2 + 49 = 676$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ 8338 \\ \hline 622 \end{array} \quad \begin{array}{r} 49 \\ 32 \\ \hline 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ 289 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$289t^2 + 338t = 622 - 338$$

$$\begin{array}{r} 338 \\ 17 \\ \hline 168 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ 17 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$622 \quad - 338 \\ \hline 289 \quad 102$$

$$14x = -3$$

$$\begin{array}{r} 520 \\ 120 \\ \hline 320 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ