МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
   - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y =$ $= (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

   б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
   $$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$
4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1, описанной около остроугольного треугольника ABC. Окружность ω_2, описанная около треугольника BOC, пересекает отрезок AB в точке P. Найдите площадь треугольника ABC, если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
   $$\begin{cases} (x + 4\sin\alpha)(y - 4\cos\alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 36. \end{cases}$$
   Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α, при которых оно достигается.
7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

простые

Из условия очевидно, что $A \vdots 1111 \Rightarrow A = 1111k = 11 \cdot 101k$, где $k \in [1;9]$.
Т.к. $ABC = N^2$ и $A = 11 \cdot 101k$, то $N^2 \vdots (11^2 \cdot 101^2) \Rightarrow kBC \vdots (11 \cdot 101) \Rightarrow$
$\Rightarrow BC \vdots (11 \cdot 101)$. Т.к. C - двузначное, то $C < 101 \Rightarrow B \vdots 101$. Т.к. хотя бы одна из цифр B равна 7, то $B = 707$. Заметим, что $707 \not\vdots 11$
$\Rightarrow C \vdots 11$. Т.к. хотя бы одна из цифр C равна 1, то $C = 11$.
$B = 707 = 7 \cdot 101 \Rightarrow$ т.к. 7 - простое, то $ABC = N^2 \vdots 7^2$ и, т.к.
$C \not\vdots 7$ и $B \not\vdots 7^2$, то $A \vdots 7 \Rightarrow A = 7777$. Итого, единственная тройка чисел $(A;B;C)$, удовлетворяющая условию, — $(7777; 707; 11)$.

Ответ: $(7777; 707; 11)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{(x-4)} + \frac{1}{(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$kxy = x+y+3 \;;\; k(x-4)(y+4) = x-4+y+4+3 = x+y+3 = kxy$$

$$kxy + 4kx - 4ky - 16k = kxy \Rightarrow 4kx - 4ky - 16k = 0$$

$$x - y = 4$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 12xy = 4x^2 + 4xy + 4y^2 - 12xy =$$

$$= 4(x^2 - 2xy + y^2) = 4(x-y)^2 =$$

$$= 4^3 = 64$$

Ответ: 64.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

а) $(\sin \pi y - \sin \pi x)\sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x)\cos \pi y$

$\cancel{\sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right) = \cos}$

$$\sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)\sin \pi y = \cos\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)\cos \pi y$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)=0 \\ \left\{\begin{array}{l} \cos\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\neq 0 \\ \sin \pi y \neq 0 \\ tg\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) = ctg\, \pi y \end{array}\right. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y+x=1+2n, n\in\mathbb{Z} \\ \left\{\begin{array}{l} y-x\neq 1+2n, n\in\mathbb{Z} \\ \sin \pi y \neq 0 \\ \cancel{\cos \pi y \neq 0} \\ tg\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) = tg\left(\frac{\pi}{2}-\pi y\right) \end{array}\right. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1-y+2n, n\in\mathbb{Z} \\ \left\{\begin{array}{l} x\neq y+1+2n, n\in\mathbb{Z} \\ y\neq n, n\in\mathbb{Z} \\ y-x=1-2y+2n, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1-y+2n, n\in\mathbb{Z} \\ \left\{\begin{array}{l} x\neq y+1+2n, n\in\mathbb{Z} \\ y\neq n, n\in\mathbb{Z} \\ x=3y+1+2n, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Пусть $x = 3y+1+2n_1 = y+1+2n_2$, $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$.
Тогда $y = n_2 - n_1 \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow y = k, k \in \mathbb{Z}$.
Иными словами, утверждение $x \neq y+1+2n, n\in\mathbb{Z}$ входит в утверждение $y \neq n, n\in\mathbb{Z}$.

$$\left[\begin{array}{l} x=1-y+2n, n\in\mathbb{Z} \\ \left\{\begin{array}{l} x=3y+1+2n, n\in\mathbb{Z} \\ y\neq n, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Решениями изначального уравнения являются пары $(x;y)$ вида $(1-a+2n; a)$ при $\forall a$ и $(3a+1+2n; a)$ при $a \notin \mathbb{Z}$ $(n\in\mathbb{Z})$

б) Т.к. $y\in\mathbb{Z}$, то $x = 1-y+2n, n\in\mathbb{Z}$.

Заметим, что $\min(\arccos\frac{x}{7}) = 0$ при $\frac{x}{7}=1$ $(x=7)$,
$\max(\arcsin\frac{y}{4}) = \frac{\pi}{2}$ при $\frac{y}{4}=1$ $(y=4)$.

Из этого следует, что неравенство из условия выполняется при всех парах $(x;y)$, кроме $(7;4)$.

Неравенство имеет смысл при $-1 \le \frac{x}{7} \le 1 \Rightarrow -7 \le x \le 7$,
$-1 \le \frac{y}{4} \le 1 \Rightarrow -4 \le y \le 4$.

$x = 1-y+2n, n\in\mathbb{Z}, y\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow$ уравнение выполняется при всех x и y различной четности. В интервале $[-7;7]$ 8 нечетных и 7 четных чисел; в интервале $[-4;4]$ 4 нечетных числа и 5 четных чисел. Значит, общее число пар целых чисел, удовлетворяющих и уравнению, и неравенству, равно $8\cdot5 + 7\cdot4 - 1 = 67$.

(вычитаем 1 – исключаем пару $(7;4)$)

Ответ: а) $(1-a+2n;a)$ при $\forall a$ и $(3a+1+2n;a)$ при нецелых a; $n\in\mathbb{Z}$.
б) 67.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть на N одиннадцатиклассников было выделено M билетов. Способов распределить билеты между ними — C_N^M, причем если и Петя, и Вася оба получили билеты, то осталось распределить $(M-2)$ билетов между $(N-2)$ одиннадцатиклассниками. Таким образом, вероятность попадания и Пети, и Васи на концерт равна $\frac{C_{N-2}^{M-2}}{C_N^M} =$

$$= \frac{\frac{(N-2)!}{(M-2)!\,(N-M)!}}{\frac{N!}{M!\,(N-M)!}} = \frac{M(M-1)}{N(N-1)}.$$

Пусть $F(N,M) = \frac{M(M-1)}{N(N-1)}$. Требуется вычислить ~~такое~~ такое M, что $\frac{F(N,M)}{F(N,4)} = 11.$

$$\frac{\frac{M(M-1)}{N(N-1)}}{\frac{4\cdot(4-1)}{N(N-1)}} = 11 \Rightarrow M^2 - M - 11\cdot 12 = 0 \Rightarrow (M-12)(M+11) = 0 \Rightarrow M = -11; 12.$$

Т.к. билетов не может быть отриц. кол-во, $M = 12$.

Ответ: 12.

В ω_2 $\angle BPC = \angle BOC$ как два вписанных угла, опирающиеся на одну и ту же дугу. В ω_1 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$ как вписанный и центральный углы, опирающиеся на одну и ту же дугу. Обозначим $\angle BAC$ за α, тогда $\angle BOC = \angle BPC = 2\alpha$.

Пусть $P_1 \in BC$, $PP_1 \parallel AC$. Тогда $\angle BPP_1 = \angle BAC = \alpha \Rightarrow \angle CPP_1 = \angle BPC - \angle BPP_1 = \alpha = \angle BPP_1 \Rightarrow PP_1$ - биссектриса $\angle BPC$ в $\triangle BPC \Rightarrow$ по св. биссектрисы $\frac{BP}{PC} = \frac{BP_1}{P_1C}$. Но по теореме Фалеса для $\angle ABC$ $PP_1 \parallel AC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BP_1}{P_1C} = \frac{BP}{PA} = \cancel{\frac{8}{16}} \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{BP}{PA} \Rightarrow PC = PA = 16.$$

В $\triangle APC$ по теореме косинусов $PC^2 = PA^2 + AC^2 - 2PA\cdot AC\cdot\cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{AC}{2PA} = \frac{11}{16}$. $\triangle ABC$ остроугольный $\Rightarrow \alpha < 90^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{3\sqrt{15}}{16} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB\cdot AC\cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot(16+8)\cdot 22\cdot\frac{3\sqrt{15}}{16}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{99\sqrt{15}}{2}.$$

Ответ: $\frac{99\sqrt{15}}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

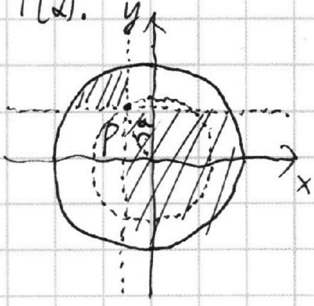
СТРАНИЦА 1 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Построим фигуру $\Phi_1(\alpha)$ по следующей инструкции:

Построим две окружности с центром в точке $(0;0)$ и радиусами 4 и 6 (далее – окружности ω_1 и ω_2 соотв.). Построим луч, образующий с осью ординат угол α против часовой стрелки. Отметим точку P пересечения луча с ω_1, проведем через P прямые, параллельные осям. Эти прямые делят координатную плоскость на 4 части, начиная с „правой верхней", назовем их по порядку против часовой стрелки I, II, III и IV областями. $\Phi_1(\alpha)$ – все точки, находящиеся внутри ω_2 и либо II, либо IV области.

Докажем, что $\Phi_1(\alpha)$ совпадает с $\Phi(\alpha)$. Точка P имеет координаты $(4\sin\alpha; 4\cos\alpha)$, следовательно прямые можно описать уравнениями $x + 4\sin\alpha = 0$ и $y - 4\cos\alpha = 0$. II и IV области обладают свойством, что любая точка, принадлежащая им, либо выше $x+4\sin\alpha=0$ и левее $y-4\cos\alpha=0$, либо ниже $x+4\sin\alpha=0$ и правее $y-4\cos\alpha=0$. Значит, для любой точки $\Phi_1(\alpha)$ выполняется неравенство $(x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \le 0$. Т.к. все точки $\Phi_1(\alpha)$ лежат внутри ω_2, для них выполняется $x^2+y^2 \le 36$. Следовательно, $\Phi_1(\alpha)$ удовлетворяет той же системе неравенств, что и $\Phi(\alpha)$.



Заметим, что сумма длин дуг ω_2 на границе $\Phi(\alpha)$ не зависит от α и равна половине длины окружности ω_2. Действительно, т.к. ω_2 симметрична относительно OX и OY, и т.к. по построению никакая из точек, симметричных принадлежащим угам точкам, сами им не принадлежат, фигуре $\Phi(\alpha)$ всегда принадлежит половина окружности ω_2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

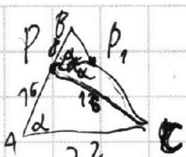
1. $A \vdots 1111$ $\quad 1111 = 11\cdot 101$

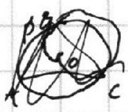
$A \vdots 11 \quad A \vdots 101 \quad \Rightarrow ABC \vdots (11^2 \cdot 101^2)$

$B \vdots 101 \Rightarrow B = 707 = 7\cdot 101 \not\vdots 11$

$C \vdots 11 \Rightarrow C = 11$

$ABC \vdots (7^2\cdot 11^2 \cdot 101^2) \Rightarrow A \vdots 7 \Rightarrow A = 7777$





2. $Kxy = x+y+3$

$135 = 3\cdot 45 = 9\cdot 15$

$K = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \Rightarrow k(xy+4x-4y-16) = x\cancel{-4}+y\cancel{+4}+3 = kxy$

$kxy+4x-4y-16 = kxy$

$x-y-4=0 \quad \Rightarrow x-y = \frac{4}{k}$

x^3-y^3+12xy

$$\cancel{\begin{array}{l|l} x^3-12xy-y^3 & x-y-4 \\ x^3-x^2y-4x^2 & x^2+4x+xy+y^2-4y \\ 4x^2+x^2y-12xy-y^3 & \\ 4x^2-4xy-16x & \\ x^2y-8xy+16x-y^3 & \\ x^2y-xy^2-4xy & \\ xy^2-4xy+16x-y^3 & \\ xy^2-y^3-4y^2 & \\ -4xy+16x+4y^2 & \\ -4xy+4y^2+16y & \\ 16x+16y & \end{array}}$$

$\frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$

$16^2 = 16^2+22^2 - 2\cdot 16\cdot 22\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{11}{16}$ $\quad \frac{256-121}{16^2}$

$\sin\alpha = \frac{3\sqrt{15}}{16}$

$S = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot 22\cdot\frac{3\sqrt{15}}{16} = 33\sqrt{15}$

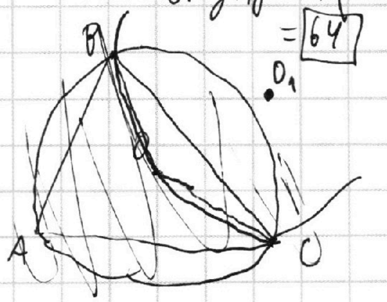
$x^3-y^3-12xy =$

$=(x-y)(x^2+xy+y^2)-12xy$

$=4x^2+4xy+4y^2-12xy$

$=4x^2-8xy+4y^2 = 4(x-y)^2 = 4\cdot 4^2$

$=\boxed{64}$



A, B

N-~~[illegible]~~,

M-бил.

$P(AB) = P(A)\cdot P(B|A) = \frac{C_{23}^3}{C^4}\cdot\frac{C_{22}^2}{C_{23}^3} = \frac{C_{22}^2}{C_{24}^4}$ $\quad N=24, M=4$

$P(AB,N,M) = \frac{C_{N-2}^{M-2}}{C_N^M} = \frac{\frac{(N-2)!}{(M-2)!(N-M)!}}{\frac{N!}{M!(N-M)!}} = \frac{M(M-1)}{N(N-1)}$

$\frac{\frac{4(4-1)}{\cancel{N(N-1)}}}{\frac{M(M-1)}{\cancel{N(N-1)}}} = \frac{1}{11} \Rightarrow M^2-M-12\cdot 11=0 \Rightarrow (M-12)(M+11)=0$

$M=12$

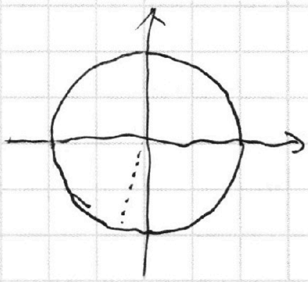
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

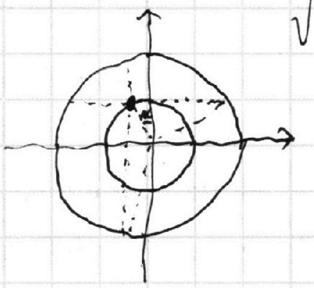
1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Границу фигуры $\Phi(\alpha)$ можно описать как дуги окружности с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{36}=6$ (далее - окружность ω) и хорды, соединяющие эти дуги крест-накрест и параллельные осям.





$\sqrt{R^2+2R^2\cos 2\alpha}$

$R\sqrt{1+2\cos 2\alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sin\left(\pi\left(\frac{y+x}{2}+\frac{y-x}{2}\right)\right)-\sin\left(\pi\left(\frac{y+x}{2}-\frac{y-x}{2}\right)\right)=2\sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)$ 3.

$\sin\pi y-\sin\pi x=2\sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)$

$\cos\pi y+\cos\pi x=2\cos\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)$

$\sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)\sin\pi y=\cos\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)\cos\pi y$

$$\left[\begin{array}{l}\pi\frac{y+x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ \begin{cases}\pi\frac{y-x}{2}\neq\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ \pi y\neq\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ tg\,\pi y\cdot tg\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)=1\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}y+x=1+2n, n\in\mathbb{Z}\\ \begin{cases}y-x\neq1+2n, n\in\mathbb{Z}\\ y\neq\frac{1}{2}+n, n\in\mathbb{Z}\\ tg\left(\frac{\pi}{2}-\pi y\right)=tg\left(\pi\frac{y-x}{2}\right)\end{cases}\end{array}\right. \quad 1$$

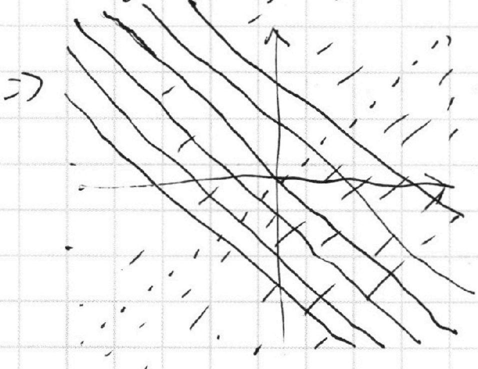
1: $\frac{\pi}{2}-\pi y=\pi\frac{y-x}{2}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$1-2y=y-x+2n, n\in\mathbb{Z}$

$x-3y=1+2n, n\in\mathbb{Z}$

$$\left[\begin{array}{l}y+x=1+2n, n\in\mathbb{Z}\\ \begin{cases}y-x\neq1+2n, n\in\mathbb{Z}\\ y\neq\frac{1}{2}+n, n\in\mathbb{Z}\\ x-3y=1+2n, n\in\mathbb{Z}\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \cancel{\left[\, y=-x+1+2n, n\in\mathbb{Z}\right.}$$

$\Rightarrow$



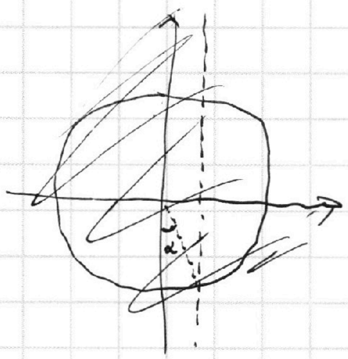
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=-y+1+2n, n\in\mathbb{Z}\\ \begin{cases}x\neq y+1+2n, n\in\mathbb{Z}\\ y\neq\frac{1}{2}+n, n\in\mathbb{Z}\\ x=3y+1+2n, n\in\mathbb{Z}\end{cases}\end{array}\right.$$

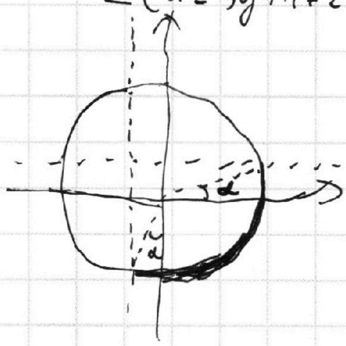
$x=3y\cancel{+1}+2n_1=y\cancel{+1}+2n_2$

$y=n_2-n_1 \Rightarrow y\in\mathbb{Z}$

$$\left[\begin{array}{l}x=-y+1+2n, n\in\mathbb{Z}\\ \begin{cases}y\neq\frac{1}{2}+n; n, n\in\mathbb{Z}\\ x=3y+1+2n, n\in\mathbb{Z}\end{cases}\end{array}\right.$$

6.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!