



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из условия очевидно, что $A:1111 \Rightarrow A=1111k=11 \cdot 101k$, где $k \in [1;9]$. ^{← простое}

П.к. $ABC=N^2$ и $A=11 \cdot 101k$, то $N^2:(11^2 \cdot 101^2) \Rightarrow kBC:(11 \cdot 101) \Rightarrow$
 $\Rightarrow BC:(11 \cdot 101)$. П.к. C -двузначное, то $C<101 \Rightarrow B:101$. П.к.

хотя бы одна из цифр B равна 7, то $B=707$. Заметим, что $707:11 \Rightarrow C:11$. П.к. хотя бы одна из цифр C равна 1, то $C=11$.

$B=707=7 \cdot 101 \Rightarrow$ т.к. 7 - простое, то $ABC=N^2:7^2$ и, т.к.

$C \neq 7$ и $B \neq 7^2$, то $A:7 \Rightarrow A=7777$. Итого, единственная тройка чисел $(A;B;C)$, удовлетворяющая условию, — $(7777; 707; 11)$.

Ответ: $(7777; 707; 11)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{(x-4)} + \frac{1}{(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$kxy = x + y + 3; \quad k(x-4)(y+4) = x - 4 + y + 4 + 3 = x + y + 3 = kxy$$

$$kxy + 4kx - 4ky - 16k = kxy \Rightarrow 4kx - 4ky - 16k = 0$$
$$x - y = 4$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 12xy = 4x^2 + 4xy + 4y^2 - 12xy =$$
$$= 4(x^2 - 2xy + y^2) = 4(x-y)^2 =$$
$$= 4^2 = 16$$

Ответ: 16.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\sin(\pi \frac{y-x}{2}) \cos(\pi \frac{y+x}{2}) = \cos$$

$$\sin(\pi \frac{y-x}{2}) \cos(\pi \frac{y+x}{2}) \sin \pi y = \cos(\pi \frac{y-x}{2}) \cos(\pi \frac{y+x}{2}) \cos \pi y$$

$$\begin{cases} \cos(\pi \frac{y+x}{2}) = 0 \\ \cos(\pi \frac{y-x}{2}) \neq 0 \\ \sin \pi y \neq 0 \\ \operatorname{tg}(\pi \frac{y-x}{2}) = \operatorname{ctg} \pi y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+x = 1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y-x \neq 1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin \pi y \neq 0 \\ \operatorname{tg}(\pi \frac{y-x}{2}) = \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - \pi y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1-y+2n, n \in \mathbb{Z} \\ \begin{cases} x \neq y+1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ y-x = 1-2y+2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1-y+2n, n \in \mathbb{Z} \\ \begin{cases} x \neq y+1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ x = 3y+1+2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Пусть } x = 3y+1+2n_1 = y+1+2n_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Тогда } y = n_2 - n_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = k, k \in \mathbb{Z}.$$

Иными словами, утверждение $x \neq y+1+2n, n \in \mathbb{Z}$ входит в утверждение $y \neq n, n \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} x = 1-y+2n, n \in \mathbb{Z} \\ \begin{cases} x = 3y+1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \text{Решениями исходного уравнения являются пары } (x; y) \text{ вида } (1-a+2n; a) \text{ при } \forall a \text{ и } (3a+1+2n; a) \text{ при } a \notin \mathbb{Z} (n \in \mathbb{Z})$$

$$b) \text{ П.к. } y \in \mathbb{Z}, \text{ то } x = 1-y+2n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Заметим, что } \min(\arccos \frac{x}{7}) = 0 \text{ при } \frac{x}{7} = 1 (x=7),$$

$$\max(\arcsin \frac{y}{4}) = \frac{\pi}{2} \text{ при } \frac{y}{4} = 1 (y=4).$$

Из этого следует, что неравенство из условия выполняется при всех парях $(x; y)$, кроме $(7; 4)$.

$$\text{Неравенство имеет смысл при } -1 \leq \frac{x}{7} \leq 1 \Rightarrow -7 \leq x \leq 7,$$

$$-1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq y \leq 4.$$

$x = 1-y+2n, n \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ уравнение выполняется при всех x и y различной четности. В интервале $[-7; 7]$ 8 нечетных и 7 четных чисел; в интервале $[-4; 4]$ 4 нечетных и 5 четных чисел. Значит, общее число пар целых чисел, удовлетворяющих и уравнению, и неравенству, равно $8 \cdot 5 + 7 \cdot 4 - 1 = 67$.
(вычитаем 1 - исключаем пару $(7; 4)$)

Ответ: а) $(1-a+2n; a)$ при $\forall a$ и $(3a+1+2n; a)$ при нечетных $a; n \in \mathbb{Z}$.
б) 67.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть на N одиннадцатиклассников было выдано M билетов. Способ распределить билеты между ними — C_N^M , причем если и Тетя, и Васа оба получили билеты, то осталось распределить $(M-2)$ билетов между $(N-2)$ одиннадцатиклассниками. Таким образом, вероятность попадания и Тети, и Васи на концерт равна $\frac{C_{N-2}^{M-2}}{C_N^M} =$

$$= \frac{\frac{(N-2)!}{(M-2)!(N-M)!}}{\frac{N!}{M!(N-M)!}} = \frac{M(M-1)}{N(N-1)}. \quad \text{Пусть } f(N, M) = \frac{M(M-1)}{N(N-1)}. \quad \text{Требуется}$$

вычислить ~~такое~~ такое M , что

$$\frac{f(N, M)}{f(N, 4)} = 11.$$

$$\frac{\frac{M(M-1)}{N(N-1)}}{\frac{4 \cdot (4-1)}{N(N-1)}} = 11 \Rightarrow M^2 - M - 11 \cdot 12 = 0 \Rightarrow (M-12)(M+11) = 0 \Rightarrow M = -11; 12.$$

П.к. билетов не может быть отриц. кол-во, $M = 12$.

Ответ: 12.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В ω_2 $\angle BPC = \angle BOC$ как два вписанных угла, опирающихся на одну и ту же дугу. В ω_1 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ как вписанный и центральный углы, опирающиеся на одну и ту же дугу. Обозначим $\angle BAC$ за α , тогда $\angle BOC = \angle BPC = 2\alpha$.

Пусть $P_1 \in BC$, $PP_1 \parallel AC$. Тогда $\angle BPP_1 = \angle BAC = \alpha \Rightarrow \angle CPP_1 = \angle BPC - \angle BPP_1 = 2\alpha - \alpha = \alpha = \angle BPP_1 \Rightarrow PP_1$ - биссектриса $\angle BPC$ в $\triangle BPC \Rightarrow$ по св. биссектрисы $\frac{BP}{PC} = \frac{BP_1}{P_1C}$. Но по теореме Фалеса для $\triangle ABC$ $PP_1 \parallel AC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{BP_1}{P_1C} = \frac{BP}{PA} = \frac{8}{16} \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{BP}{PA} \Rightarrow PC = PA = 16$.

В $\triangle APC$ по теореме косинусов $PC^2 = PA^2 + AC^2 - 2PA \cdot AC \cdot \cos \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{AC}{2PA} = \frac{11}{16}$. $\triangle ABC$ остроугольный $\Rightarrow \alpha < 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{3\sqrt{15}}{16} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot (16+8) \cdot 22 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16}$
 $S_{\triangle ABC} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$.

Ответ: $\frac{99\sqrt{15}}{2}$.



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

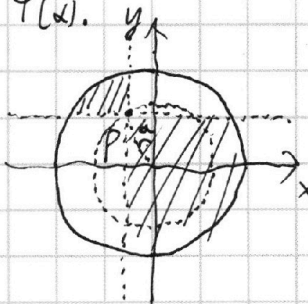
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Построим фигуру $\Phi_1(\alpha)$ по следующей инструкции:

Построим две окружности с центром в точке $(0;0)$ и радиусами 4 и 6 (далее - окружности ω_1 и ω_2 соотв.). Построим луч, образующий с осью ординат угол α против часовой стрелки. Отметим точку P пересечения луча с ω_1 , проведем через P прямые, параллельные осям. Эти прямые делят координатную плоскость на 4 части, начиная с „правой верхней“, назовем их по порядку против часовой стрелки I, II, III и IV областями. $\Phi_1(\alpha)$ - все точки, находящиеся внутри ω_2 и либо II, либо IV области.

Докажем, что $\Phi_1(\alpha)$ совпадает с $\Phi(\alpha)$. Точка P имеет координаты

$(4\sin\alpha; 4\cos\alpha)$, следовательно прямые можно описать уравнениями $x + 4\sin\alpha = 0$ и $y - 4\cos\alpha = 0$. II и IV области обладают свойством, что любая точка, принадлежащая им, либо выше $x + 4\sin\alpha = 0$ и левее $y - 4\cos\alpha = 0$, либо ниже $x + 4\sin\alpha = 0$ и правее $y - 4\cos\alpha = 0$. Значит, для любой точки $\Phi_1(\alpha)$ выполняется неравенство $(x + 4\sin\alpha)(y - 4\cos\alpha) \leq 0$. Т.к. все точки $\Phi_1(\alpha)$ лежат внутри ω_2 , для них выполняется $x^2 + y^2 \leq 36$. Следовательно, $\Phi_1(\alpha)$ удовлетворяет той же системе неравенств, что и $\Phi(\alpha)$.



Заметим, что сумма длин дуг ω_2 на границе

$\Phi(\alpha)$ не зависит от α и равна половине длины окружности ω_2 . Действительно, т.к. ω_2 симметрична относительно Ox и Oy , и т.к. по построению никакая из точек, симметричных принадлежащих дугам точек, сами им не принадлежат,

фигуре $\Phi(\alpha)$ всегда принадлежит половина окружности ω_2 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $A: 1111$

$A: 11$ $A: 101$

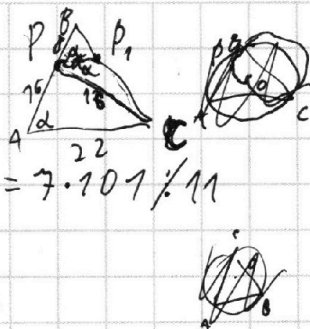
$1111 = 11 \cdot 101$

$\Rightarrow ABC: (11^2 \cdot 101^2)$

$B: 101 \Rightarrow B = 707 = 7 \cdot 101 / 11$

$C: 11 \Rightarrow C = 11$

$ABC: (7^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2) \Rightarrow A: 7 \Rightarrow A = 7777$



2. $Kxy = x+y+3$

$K = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \Rightarrow K(xy + 4x - 4y - 16) = x + y + 3 = Kxy$

$Kxy + 4x - 4y - 16 = Kxy$

$x - y - 4 = 0 \Rightarrow x - y = \frac{4}{K}$

$135 = 3 \cdot 45 = 9 \cdot 15$

$x^3 - y^3 - 12xy$

$x^3 - 12xy - y^3 \mid x - y - 4$

$x^3 - x^2y - 4x^2 \mid x^2 + 4x + xy + y^2 - 4y$

$4x^2 + x^2y - 12xy - y^3$

$7x^2 - 4xy - 16x$

$x^2y - 8xy + 16x - y^3$

$x^2y - xy^2 - 4xy$

$xy^2 - 4xy + 16x - y^3$

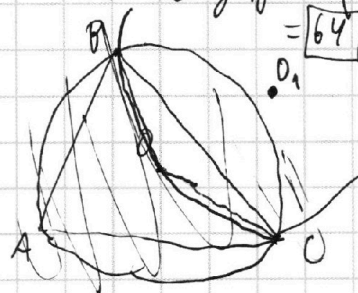
$xy^2 - y^3 - 4y^2$

$-4xy + 16x + 4y^2$

$-4xy + 4y^2 + 16x$

$16x + 16y$

$x^3 - y^3 - 12xy =$
 $= (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 12xy$
 $= 4x^2 + 4xy + 4y^2 - 12xy$
 $= 4x^2 - 8xy + 4y^2 = 4(x-y)^2 = 4 \cdot 4^2$
 $= 64$



A, B

N - number,
M - sum.

$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{C_{23}^3}{C_4^4} \cdot \frac{C_{22}^2}{C_{23}^3} = \frac{C_{22}^2}{C_{24}^4}$

$P(AB, N, M) = \frac{C_{N-2}^{M-2}}{C_N^M} = \frac{\frac{(N-2)!}{(M-2)!(N-M)!}}{\frac{N!}{M!(N-M)!}} = \frac{M(M-1)}{N(N-1)}$

$\frac{4(4-1)}{N(N-1)} = \frac{1}{11} \Rightarrow M^2 - M - 12 \cdot 11 = 0 \Rightarrow (M-12)(M+11) = 0$
 $M = 12$



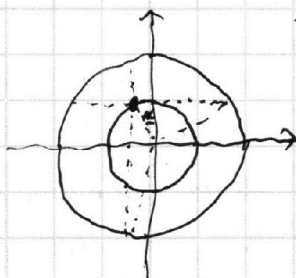
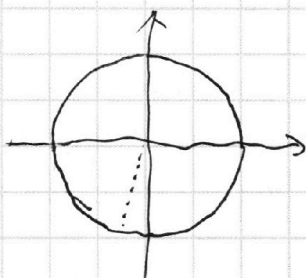
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Границу фигуры $P(\alpha)$ можно описать как дуги окружности с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{36} = 6$ (далее - окружность ω) и отрезки, соединяющие эти дуги крест-накрест и параллельные осям.



$$\sqrt{R^2 + 2R^2 \cos 2\alpha}$$

$$R \sqrt{1 + 2 \cos 2\alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin\left(\pi\left(\frac{y+x}{2} + \frac{y-x}{2}\right)\right) - \sin\left(\pi\left(\frac{y+x}{2} - \frac{y-x}{2}\right)\right) = 2 \sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) \cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right) \quad 3.$$

$$\sin \pi y - \sin \pi x = 2 \sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) \cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)$$

$$\cos \pi y + \cos \pi x = 2 \cos\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) \cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right)$$

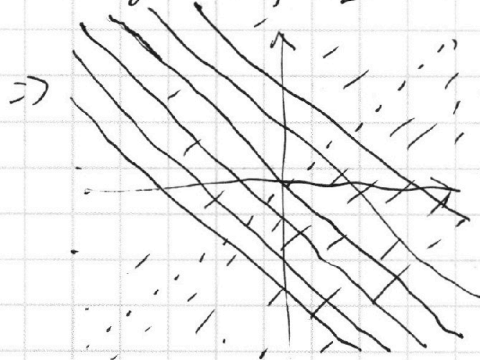
$$\sin\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) \cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right) \sin \pi y = \cos\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) \cos\left(\pi\frac{y+x}{2}\right) \cos \pi y$$

$$\begin{cases} \pi\frac{y-x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \pi\frac{y-x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \pi y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+x=1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y-x=1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq \frac{1}{2} + n, n \in \mathbb{Z} \\ \lg\left(\frac{\pi}{2} - \pi y\right) = \lg\left(\pi\frac{y-x}{2}\right) \end{cases} \quad ①$$

$$①: \frac{\pi}{2} - \pi y = \pi\frac{y-x}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$1 - 2y = y - x + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x - 3y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$



$$\begin{cases} y+x=1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y-x=1+2n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq \frac{1}{2} + n, n \in \mathbb{Z} \\ x-3y=1+2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

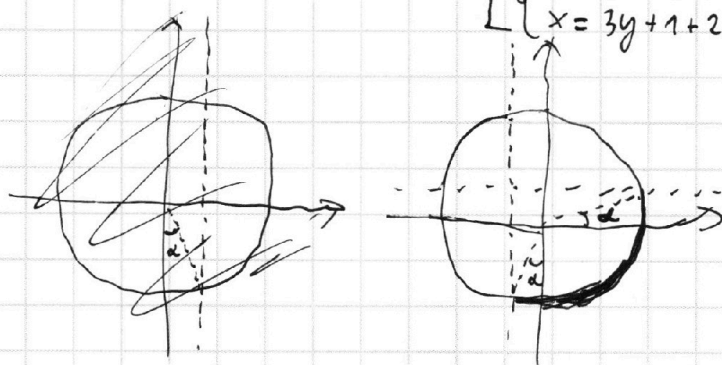
$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y + 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq y + 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq \frac{1}{2} + n, n \in \mathbb{Z} \\ x = 3y + 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = 3y + 1 + 2n_1 = y + 1 + 2n_2$$

$$y = n_2 - n_1 \Rightarrow y \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = -y + 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq \frac{1}{2} + n; n, n \in \mathbb{Z} \\ x = 3y + 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

6.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

