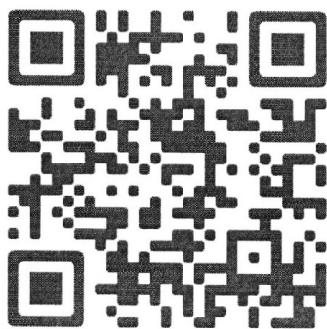




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть $A = \overline{aaaa}$, где a - цифра ; $C = \overline{ef}$, где e, f - цифры
 $B = \overline{bcd}$, где b, c, d - цифры

Тогда $ABC = 1111a(100b + 10c + d) \cdot (10e + f) = n^2$, где $n \in \mathbb{N}$
 $1111 = 11 \cdot 101 \Rightarrow n : 11; 101 \Rightarrow n^2 : 11^2; 101^2 \Rightarrow$ т.к. B - трехзначное
 то $B = 101k$; $a \leq 9 \Rightarrow C = 11m$ (т.к. A - четырехзначное, $k, m \in \mathbb{Z}$
 (B не может иметь вид $101 \cdot 11t$, т.к. трехзначное))

1) $10e + f = 11m$

$10e = 11m - f$; $11m - f \geq 0$ (т.к. $10e : 10$)

а) $f = 3$: $11m \geq 3 \Rightarrow m \geq 3$ (т.к. $1 \leq m \leq 9$)

$\Rightarrow 10e = 33 - 3 = 30$

$e = 3$

б) $e = 3$: $30 = 11m - f \Rightarrow f = 11m - 30$

~~$f = 3$~~

~~$\Rightarrow f = 33$ или 38~~

$f = 11m - 30$

$\Rightarrow \frac{30}{11} \leq m \leq \frac{39}{11}$
 $\Rightarrow m = 3$

$\Rightarrow f = 33 - 30 = 3$

следовательно $C = 33$

2) $100b + 10c + d = 101k$, ($1 \leq k \leq 9$)

$100b + 10c = 101k - d$

н.ч.: 10 $\Rightarrow 101k - d \equiv 0$

$k \equiv d$ $\Rightarrow k = d$

$100b + 10c = 100d$

$10b + c = 10d$

$10(b - d) = c$

н.ч.: 10 $\Rightarrow c \equiv 0$; $c = 0$

$10(b - d) = 0$

$\Rightarrow d = b$, но в B коэф. $10b^4 \Rightarrow d = b = 6$

$B = 606$; $ABC = 1111 \cdot a \cdot 101 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 11 = n^2$

$11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot a = n^2 \Rightarrow a = 2; 8$

ответ: (2222; 606; 33); ~~(8888; 606; 33)~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}, \quad x, y > 0$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+x+5=0 & (2) \\ xy=(x-2)(y+2) & (1) \end{cases}$$

$$1) \quad \begin{aligned} xy &= xy + 2x - 2y - 4 \\ x - y - 2 &= 0 \end{aligned} ; \quad M = x^3 - y^3 - 6xy - 8 + 8 =$$

$$= (x - y - 2)(x^2 + y^2 + 4 + xy - 2y + 2x) + 8 = 8$$

~~M = 8~~ $M = 8$

$$2) \quad y + x + 5 = 0$$

$$y = -x - 5$$

$$f(x) = x^3 + (-x-5)^3 + 6x(-x-5) = x^3 - (x+5)^3 - 6x(x+5) = x^3 - (x^3 + 15x^2 + 75x + 125) - 6x^2 - 30x =$$

$$= -2x^3 - 21x^2 - 105x - 125$$

$$f'(x) = -6x^2 - 42x - 105 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (21)^2 - 105 \cdot 6 < 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow f(x) < 0$$

~~при любом $x \Rightarrow f(x) = \text{monotonно убывающая}$~~

~~и y $f(x) < 0$~~

~~и $M < 8$~~

~~$x < -5$~~

$$y + x + 5 = 0$$

но $x, y > 0 \Rightarrow x + y + 5 > 5 = 0$!?

$\emptyset$

$\Rightarrow$ ~~так~~

ответ: $M = 8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 $x_0 = 0 \Rightarrow$ всео решение $24 + 24 - 2 = 46$
ответ: а) $(x_0; 3x_0 + 2k); (x_0; -x_0 + 2k), k \in \mathbb{Z}$ б) 46



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть x - кол-во билетов, которые добавили в конце месяца тогда в 4 билета $\rightarrow x+4$ билета, $x \geq 0$

a - кол-во одинокатых классников.

$\frac{4}{a} \cdot \frac{3}{(a-1)}$ - ~~вероятность~~ ^{вероятность} Пете и Вась поехать вместе на концерт в начале месяца

$\frac{(x+4)}{a} \cdot \frac{(x+3)}{(a-1)}$ - ~~вероятность~~ ^{вероятность} в конце месяца поехать Пете и Вась вместе.

$$\frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1} \cdot 6 = \frac{x+4}{a} \cdot \frac{(x+3)}{(a-1)}; (a \text{ и } a-1 \neq 0)$$

$$72 = (x+4)(x+3)$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$D = 49 + 240 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{-7 \pm 17}{2} = 5$$

$$x = \frac{-7 - 17}{2} < 0 ?!$$

$$\Rightarrow x = 5; x+4 = 9$$

Ответ: 9 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

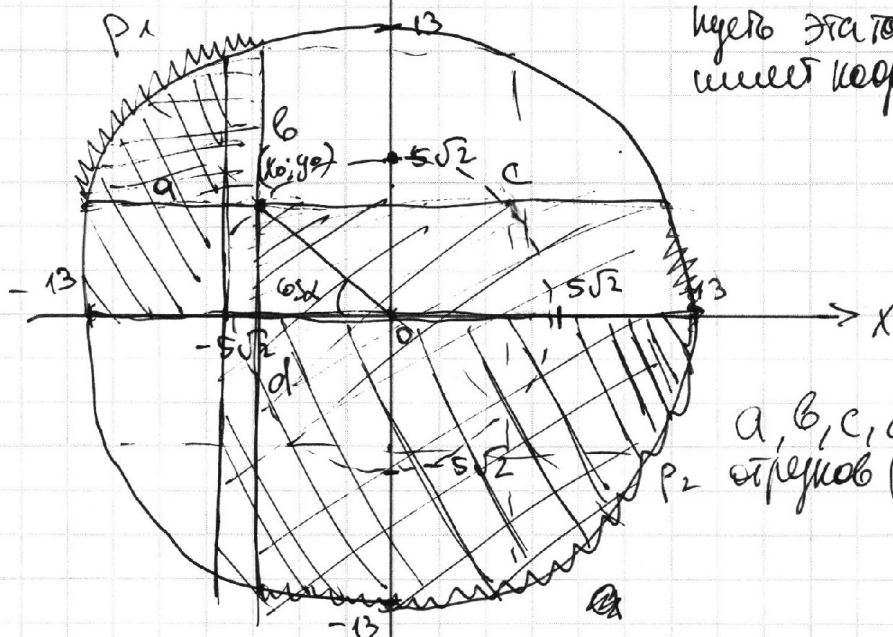
СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

замечим, что $(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$
это две перпендикулярные прямые
параллельные осям x и y , точка
пересечения которых является
центром окружности $P = 5\sqrt{2}$

и эта точка пересечения
имеет координаты $(x_0; y_0)$



a, b, c, d - длины
отрезков (см. рисунок)

ищем $M = a + b + c + d + P_1 + P_2$, где P_1 и P_2 - длины
хорд $r = 5\sqrt{2}$; $R = 13$ секторов (см. рис.)

$$\text{Тогда } d = \sin\alpha \cdot r + \sqrt{R^2 - \cos^2\alpha \cdot r^2}$$

$$c = \cos\alpha \cdot r + \sqrt{R^2 - \sin^2\alpha \cdot r^2}$$

$$a = \sqrt{R^2 - \sin^2\alpha \cdot r^2} - \cos\alpha \cdot r; b = \sqrt{R^2 - \cos^2\alpha \cdot r^2} - \sin\alpha \cdot r$$

$$a + b + c + d = 2\sqrt{R^2 - \cos^2\alpha \cdot r^2} + 2\sqrt{R^2 - \sin^2\alpha \cdot r^2} \leq 2\sqrt{R^2 + r^2} + \sin\alpha + \cos\alpha$$

$$\cos\alpha + \sin\alpha \leq \sqrt{2} \quad (\text{при } \alpha = \frac{\pi}{4}); \quad * 2\sqrt{R^2 - \sin^2\alpha \cdot r^2}$$

~~при этом~~
~~при этом~~

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{d^2 + c^2} \geq \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{a^2 + d^2} \quad (\text{свойство})$$

~~при этом~~ (сумма хорд ~~длина~~ стягивающих P_1 и P_2
должна быть больше или равна сумме хорд ~~длина~~ хорд двух
других дуг)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

запишем уравнение, где $2\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha} r^2 \cdot \cos \alpha r = k$
 $2\sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha} r^2 \cdot \sin \alpha r = m$

$$\sqrt{2R^2 - k - m} + \sqrt{2R^2 + k + m} \geq \sqrt{2R^2 - k + m} + \sqrt{2R^2 + k - m} \quad (*)$$

(возведем a, b, c, d в квадраты и сложим)

возведем (*) в квадраты и сократим подобные

$$\sqrt{4R^4 - (k+m)^2} \geq \sqrt{4R^4 - (k-m)^2}$$

$$(k-m)^2 \geq (k+m)^2$$

$$-2mk \geq 2mk$$

$$mk \leq 0$$

$$4\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha} r^2 \cdot \cos \alpha \cdot r^2 \cdot \sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha} r^2 \cdot \sin \alpha \cdot r^2 \leq 0$$

так как $r^2 > 0$

$$\sin 2\alpha \leq 0 \quad (\text{равенство } R^2 = \sin^2 \alpha r^2)$$

$$4R^2 = \cos^2 \alpha r^2$$

или нулю

очевидно не подходит

минимальное $\sin 2\alpha$, то есть $P_1 + P_2$ будет макси-
мальным

$$\rightarrow \sin 2\alpha = -1; \alpha = \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} - \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{2\pi}{\pi}$$

$$\rightarrow \max M = a+b+c+d + P_1 + P_2 = 2\sqrt{169-50} + 2\sqrt{169-25} + P_1 + P_2 =$$

$$= 2\sqrt{119} - 50 + 1 + 2\sqrt{119} - 50 + P_1 + P_2$$

(т.к. кривые $x = 5\sqrt{2}\cos \alpha$ и $y = 5\sqrt{2}\cos \alpha$ будут проходить через

точки $(0, 5\sqrt{2})$; $(-5\sqrt{2}, 0)$; $(0, -5\sqrt{2})$; $(5\sqrt{2}, 0)$, то $P_1 + P_2 = \frac{2\pi R}{2} =$

$$= \pi R$$

(т.к. дуги можно отразить относительно центра окружности
и получить ту же фигуру) или (т.к. дуги будут симметричны, можно
отразить относительно оси абсцисс или ординат и получить полу-
окружность).

$$\rightarrow M = 20 + 2\sqrt{119} + \pi \cdot 13, \text{ достигается при } \alpha = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ответ: } M = 20 + 2\sqrt{119} + 13\pi; \alpha = \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k$, то

$$a+b+c+d = 2\sqrt{R^2} - 2\sqrt{169 - \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 2} + 2\sqrt{169 - \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 2} =$$

$$= 48$$

$$P_1 + P_2 = \frac{48}{2} = 24 \quad \frac{2\pi R}{2} = 13\pi \quad (P_1 + P_2 \text{ равна длине окружности})$$

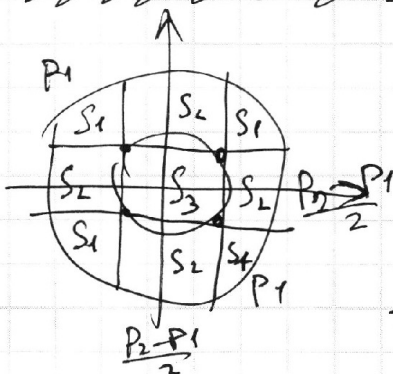
~~Т.к. если известны координаты точек (x_0, y_0) в $(0, 0)$ то~~

$$\Rightarrow M = 48 + 13\pi$$



Т.к. если известны симметричные центры, то они образуют окружность из 4 частей + еще 4 равных части (см. рис.)

~~Следовательно $M = 48 + 13\pi$ и $\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$~~



Секторы

$$L(S) = 4S_1 + 4S_2 + S_3$$

$$= 4P_1 + 4P_2 - \frac{P_1}{2} = 2P_1 + 2P_2$$

~~$\Rightarrow P_1 + P_2 = 24$~~ ~~след.~~

$$\text{ответ: } M = 48 + 13\pi; \alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

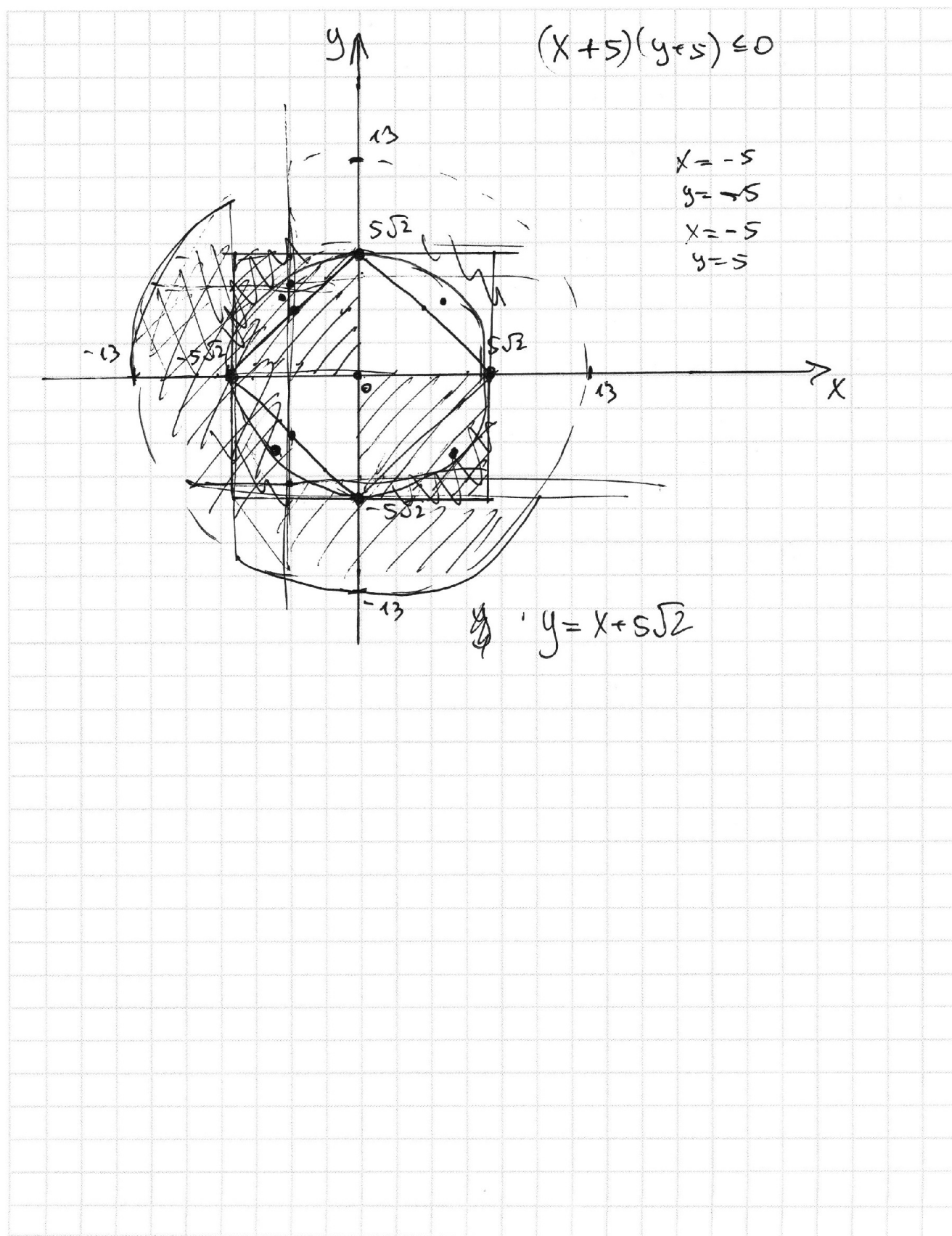


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

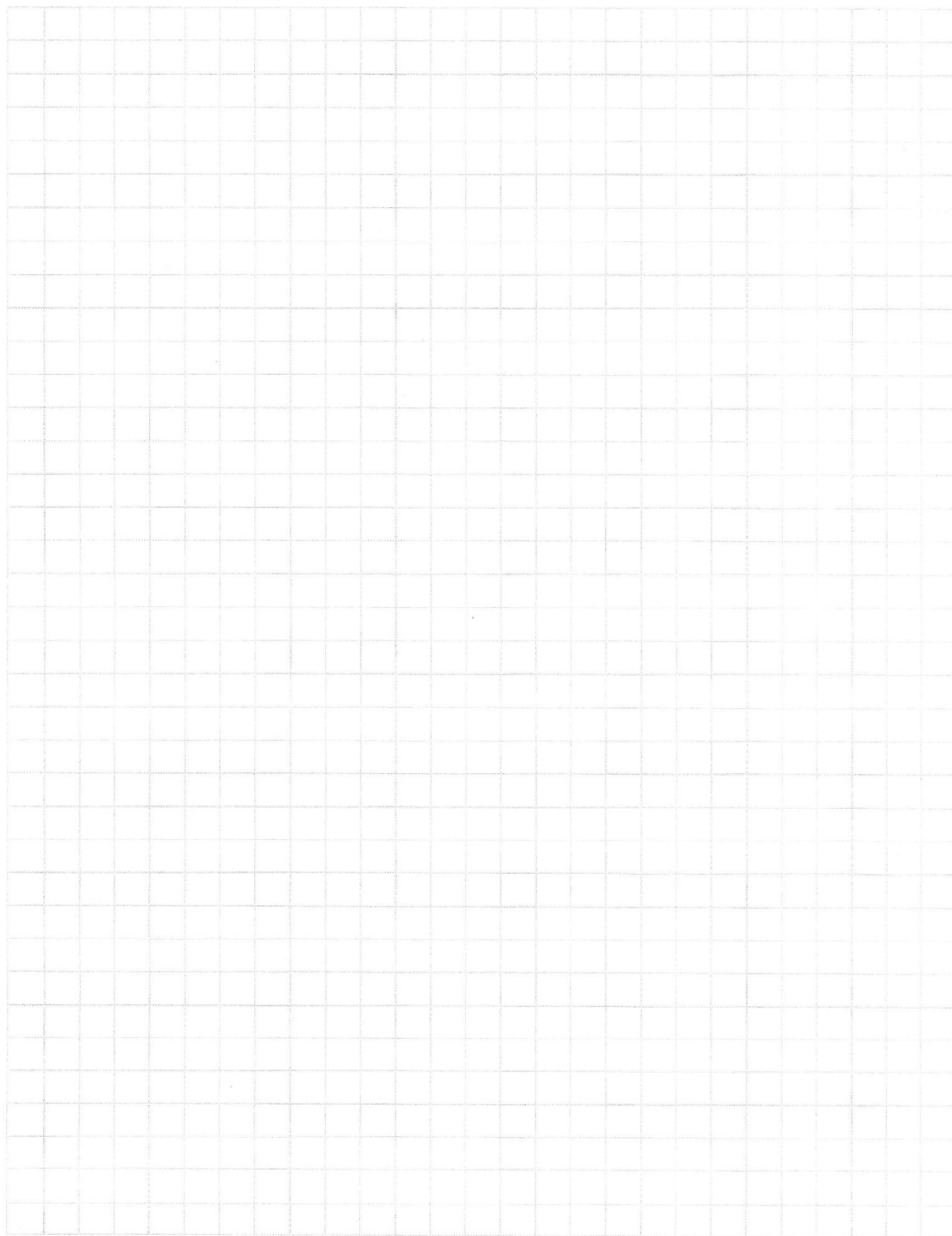
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy - ?$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$x^3 - y^3 - 6xy = (x-y-2)(x^2 + y^2 + xy - 2y + 2x) - 8$$

$$(y+x+5)\left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-2)(y+2)}\right) = 0$$

$$1) y = -x-5$$

$$2) xy = xy + 2x - 2y - 4 \quad x - y - 2 = 0$$

$$y = x-2$$

$$1) y = -x-5:$$

$$M+8 = (x^3 - y^3 - 6xy - 8) + 8 = 0 + 8 = 8$$

$$2) x - y - 2 = 0: M = x^3 - y^3 - 6xy - 8 = (x - y - 2) \dots - 8 = 0$$

$$1) M = (x^3 - y^3 - 6xy - 8) = (x - y - 2)(x^2 + y^2 + xy + 2) - 8 = (2x+3)((x+1)^2 + (y-1)^2 + xy + 2) - 8 =$$

$$= (2x+3)(2x+3 + x^2 + 12x + 36 - 5x) + 8 =$$

$$= (2x+3)(x^2 + 9x + 39) + 8 = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 3 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$2x^3 + 18x^2 + 78x + 3x^2 + 27x + 125 = 0$$

$$\begin{cases} 2x^3 + 21x^2 + 105x + 125 = 0 = 8^*(x) \\ y = -x-5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 21 \\ \hline \end{array}$$

$$x^3 + (x+5)^3 + 6(x+5)x^2 = 0$$

$$21^2 - 105 \cdot 6 = 0 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa}$$

$$B = \overline{bbd}, b, c, d = 6$$

$$c = \overline{ef}, e, f = 2$$

$$ABC = n^2;$$

$$1111a \cdot (100b + 10c + d) + (10e + f) = n^2$$

$$\Rightarrow n: 11; 101 \Rightarrow B = 100b + 10c + d: 101$$

$$100b + 10c + d \equiv 0$$

$$-b + 10c + d \equiv 0$$

$$10c + d \equiv b$$

$$100b + 10c + d = 101k$$

$$1) d = 6: 100b + 10c = 101k - 6$$

$$101k - 6 \leq 990$$

$$101k - 6 \equiv 0$$

$$k \equiv 6$$

$$100b + 10c = 100d$$

$$10b + c = 10d$$

$$10(b - d) = c$$

$$\Rightarrow c = 0; b = d = 6$$

$$606$$

$$9 \cdot 2$$

$$11 \cdot 101 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 3$$

$$\Rightarrow a = 2; 8$$

$$33$$

$$11m$$

$$11$$

$$10e + f = 11m$$

$$1) f = 3: 10e = 11m - 3$$

$$1) 3 \leq 11m \leq 93$$

$$2 \leq m \leq 8$$

$$11m \equiv 3$$

$$\Rightarrow m = 3$$

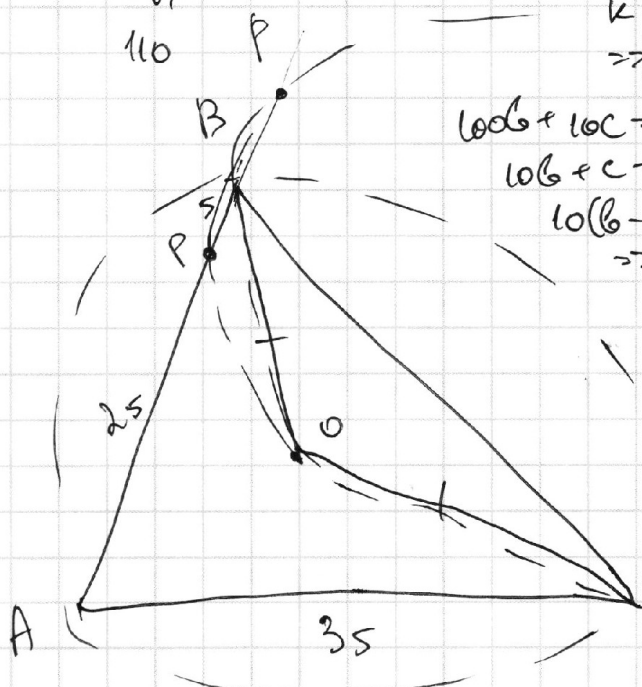
$$\Rightarrow e = 30$$

$$c = 33$$

$$1) e = 3: c = 33$$

$$30 + f = 11m$$

$$f = 11m - 30$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

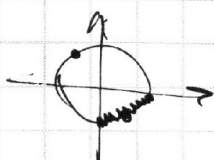
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha r^2} \cdot (\cos \alpha \cdot r) \cdot \sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha r^2} \cdot \sin \alpha \cdot r \leq 0$$
$$\sin 2\alpha \cdot \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2\alpha \leq 0 \\ R^2 \geq \sin^2 \alpha r^2 - \text{не берем} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &X - SO \vee SO \times \\ &X \vee S \frac{SO}{S_1} \\ &\sin^2 \alpha \vee S \frac{SO}{S_1} \end{aligned}$$

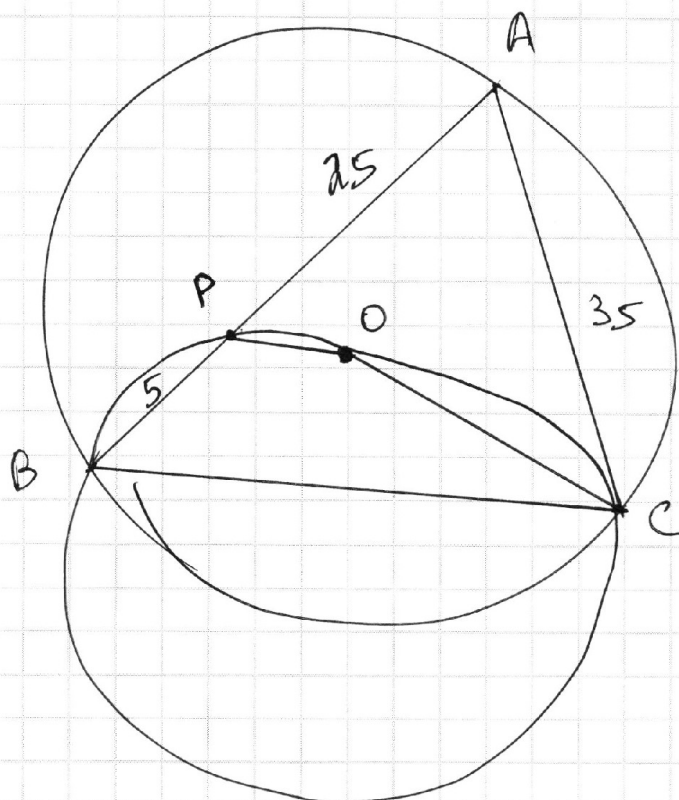
$$\begin{aligned} -\pi + 2\pi k &\leq 2\alpha \leq 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ -\frac{\pi}{2} + \pi k &\leq \alpha \leq \pi k \end{aligned}$$



~~max 6 точек~~

$$\rightarrow \sin 2\alpha = -1$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

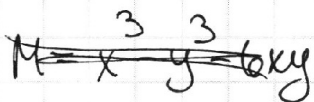
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$d + a + b + c =$$

$$\begin{matrix} \text{u} & \text{u} & \text{---} & R & \leftarrow \end{matrix}$$
$$R + R + \sqrt{R^2 - n^2} + \sqrt{R^2 - n^2}$$

$$26 + 2\sqrt{169 - 50} =$$

$$\begin{matrix} 2\sqrt{R^2 - 25} & + & 2\sqrt{R^2 - 25} \\ \text{1} & & \text{28} \\ 28 & & \end{matrix}$$

$$56 \text{ VS } 20 + 2\sqrt{169}$$

$$\text{36 } 18 \text{ VS } \sqrt{169}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

48 билетов

x + 4 билета

a - количество классиков

$$\frac{4}{a} \cdot \frac{3}{(a-1)} \cdot 6 = \frac{x+4}{a} \cdot \frac{x+3}{(a-1)}$$

$$72 = (x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12 = 72$$

$$5\sqrt{2} \approx 5 \cdot 1.4 = 7$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$D = 49 + 240 = 289 = 17^2$$

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha + 5\sqrt{2}$$

$$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm 17}{2} = 5$$

$$\sin^2 \alpha + 50 \sqrt{5} \sin^2 \alpha \cdot 50$$

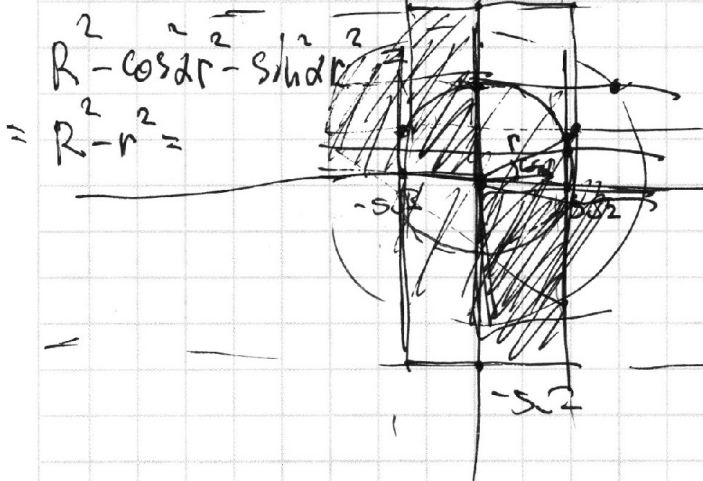
$$\sin^2 \alpha \sqrt{5} \frac{50}{49}$$

$$\rightarrow \alpha =$$

$$= \frac{50}{49} \sqrt{5} \sin^2 \alpha$$

2TR

$$a \cdot c = b \cdot d$$

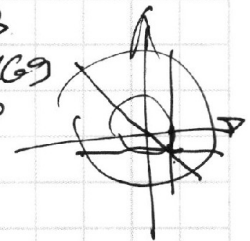


$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$5\sqrt{2} \sqrt{13}$$

$$25 \cdot 2 \sqrt{169}$$

$$50 < 0$$



$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$R^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2 + \cos^2 \alpha \cdot r^2 - 2 \sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2} \cdot (\cos \alpha \cdot r) +$$

$$a = \sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2} - \cos \alpha \cdot r$$

$$b = \cos \alpha \cdot r + \sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2}$$

$$\sqrt{2R^2 - 2\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2} \cos \alpha \cdot r} - 2\sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha \cdot r^2} \cdot \sin \alpha \cdot r$$

$$m \cdot k \leq 0$$

$$\sqrt{2R^2 - k} + \sqrt{2R^2 + k} \geq \sqrt{2R^2 - k + m} + \sqrt{2R^2 + k - m}$$

$$(k-m)^2 \geq (k+m)^2$$

$$-2m \cdot 2k \geq 0$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

