

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нужно $A = \overline{aabb}$, где a -четное ; $C = \overline{ef}$, где e, f -четные
 $B = \overline{bcd}$, где b, c, d -четные

Тогда $ABC = 1111a(100b + 10c + d) \cdot (10e + f) = n^2$, где $n \in \mathbb{N}$
 $1111 = 11 \cdot 101 \Rightarrow n \mid 11; 101 \nmid n^2; 11^2; 101^2 \Rightarrow$ Т.к. B -трехзначное
 $\Rightarrow B = 101k; a \leq 9 \Rightarrow C = 11m$ (так как $a \leq 9$, $k, m \in \mathbb{Z}$
 $(B$ не может оканчиваться на $101 \cdot 11t, t \in \mathbb{N}$. Трехзначное)

1) $10e + f = 11m$

$$10e = 11m - f \Rightarrow 11m - f \equiv 0 \pmod{10}$$

a) $f = 3: 11m \equiv 3 \pmod{10} \Rightarrow m = 3 \frac{10}{11} \quad (\text{т.к. } 1 \leq m \leq 9)$

$$\Rightarrow 10e = 33 - 3 = 30$$

$$e = 3$$

б) $e = 3: 30 = 11m - f \Rightarrow f = 30 - 11m \quad (\text{т.к. } 0 \leq f \leq 9)$

$$\Rightarrow f = 30 - 11m \quad (\text{т.к. } 0 \leq f \leq 9)$$

$$\Rightarrow 30 - 11m \geq 0 \Rightarrow m \leq \frac{30}{11} \Rightarrow m \leq 2$$

$$\Rightarrow m = 3$$

$$\Rightarrow f = 33 - 30 = 3$$

следовательно $C = 33$

2)

$$100b + 10c + d = 101k, \quad (1 \leq k \leq 9)$$

$$100b + 10c = 101k - d$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 10 \cdot 10 \mid 101k - d \Rightarrow 101k - d \equiv 0$$

$$k \equiv d \pmod{10} \Rightarrow k = d$$

$$100b + 10c = 100d$$

$$10b + c = 10d$$

$$10(b + d - 10) = c$$

$$10 \cdot 10 \mid c \Rightarrow c \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c = 0$$

$$10(d - 10) = 0$$

$$\Rightarrow d = b, \text{ ибо } b \text{ и } d \text{ четные} \Rightarrow d = b = 6$$

$$B = 606; ABC = 1111 \cdot a \cdot 101 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 11 = n^2$$

$$n^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 9 = n^2 \Rightarrow a = 2; 8$$

ответ: $(2222; 606; 33); \quad (888; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}, x, y > 0$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+x+5=0 & (2) \\ xy=(x-2)(y+2) & (1) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & xy = xy + 2x - 2y - 4 \\ & x - y - 2 = 0 \quad ; \quad M = x^3 - y^3 - 6xy - 8 + 8 = \\ & = (x - y - 2)(x^2 + y^2 + y + xy - 2y + 2x) + 8 = 8 \\ & \text{---} \quad M = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & y+x+5=0 \\ & y = -x-5; f(x) = x^3 + (x+5)^3 + 6x(x+5) = x^3 + (x+5)^3 + 6x^2 + 30x \\ & f'(x) = x^2 + x^3 + 15x^2 + 75x + 125 + 6x^2 + 30x = \\ & = 2x^3 + 21x^2 + 105x + 125 \\ & f''(x) = 6x^2 + 42x + 105 = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta}{4} = (21)^2 - 105 \cdot 6 < 0 \Rightarrow f(x) \text{ монотонно возрастает} \quad f'(x) > 0$$

при корне $x \rightarrow f(x) = \text{минимум} \rightarrow \text{极大值}$

то $y = -x-5$

~~уравнение~~

$$y+x+5=0$$

$$\text{но } x \neq y; x \neq y \geq 0 \quad x+y+5 > 5 = 0?!$$

∅

~~значит~~

ответ: $M = 8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\cos(\pi y - \pi x) = \cos(2\pi x)$$

$$\pi y - \pi x = \pm 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y - x = \pm 2x + 2k$$

$$1) y - x = 2x + 2k$$

$$y = 3x + 2k$$

$$2) y - x = -2x + 2k$$

$$y = -x + 2k$$

$$\text{т.ч. } (\cancel{x_0}; 3k+2k) \cup (x_0; -x_0+2k), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Число $x = x_0$

~~без~~

$$b) \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases} \quad \text{для } 1) (x_0; 3x_0+2k):$$

$$\begin{cases} -6 \leq x_0 \leq 6 \\ -2 \leq 3x_0+2k \leq 2 \end{cases}$$

$$\cancel{-6 \leq -2} \leq k \leq \cancel{2 - 3x_0 \leq x_0}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{y}{2} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Число } x_0 \text{ и } y_0 \text{ однозначно определены} \Rightarrow \frac{x}{6} \neq 1; \frac{y}{2} \neq 1$$

$$X \neq 6 \quad \text{и} \quad k \neq -10$$

$$1) x_0 = -6; -\frac{20}{2} \leq k \leq -\frac{16}{2} = -8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -6 \leq x_0 \leq 6 \\ -2 \leq 3x_0+2k \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k = -10; -9$$

$$2) x_0 = -5; -\frac{17}{2} \leq k \leq -\frac{13}{2}$$

$$k = -8; -7$$

$$3) x_0 = -4; -\frac{7}{2} \leq k \leq -5 \quad 4) x_0 = -3; -\frac{11}{2} \leq k \leq -\frac{7}{2}$$

$$k = -7; -6$$

$$k = -5; -4$$

$$5) x_0 = -2; -4 \leq k \leq 2 \quad 6) x_0 = -1; -1 \leq k \leq 1$$

$$k = -4; -3$$

аналогично рассматриваем до $k_0 = 5$ и ***каждому** x_0 будет соответствовать 2 решения y_0 \Rightarrow всего $(2 \cdot 2 = 2^2)$ решений $(x; y)$

$$2) (x_0; -x_0+2k) : \begin{cases} -6 \leq x_0 \leq 6 \\ -2 \leq -x_0+2k \leq 2 \end{cases} \quad 1) x_0 = -6; 2 \leq k \leq 4$$

$$k = 2; 3$$

аналогично **(*)** рассматриваем до $x_0 = 5$ будем ***каждому** x_0 соответствовать 2 y_0 : $-x_0+2k = 3x_0+2k$

$$x_0 = 0; \text{ Соблюдение (1) и (2) сразу будет}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$6x_0 = 0 \Rightarrow \text{Всего решений } 24 + 24 - 2 = 46$$

Ответ: $a) (x_0; 3x_0 + 2k); (x_0; -x_0 + 2k), k \in \mathbb{Z}$ б) 46



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ищеть x - кол-во белков, которое добавлено в колле
ищейке тогда δ ЧБалла $\rightarrow x+4$ белка, $x \geq 0$
а - кол-во одинаковых кеасминов.

$$\frac{4}{a} \cdot \frac{3}{(a-1)} = \text{серебро} \text{ Петя и Вася носили вместе} \\ \left(\frac{x+4}{a} \right) \cdot \frac{(x+3)}{(a-1)} = \text{серебро} \text{ в колле между ними} \\ \text{Петя и Вася вместе.}$$

$$4 \cdot \frac{3}{a-1} \cdot 6 = \frac{x+4}{a} \cdot \frac{(x+3)}{(a-1)} ; (a \neq a-1 \neq 0)$$

$$72 = (x+4)(x+3)$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$D = 49 + 240 = 289 = 17^2$$

$$x = -\frac{7+17}{2} = 5$$

$$x = -\frac{7-17}{2} < 0 ? !$$

$$\Rightarrow x = 5 ; x+4 = 9$$

Ответ: 9 белков.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



найдем $M = a+b+c+d + P_1 + P_2$, где P_1 и P_2 - длины
углов $r = 5\sqrt{2}$; $R = 13$
'секторов (см. рис.)'

$$Тогда d = \sin \alpha \cdot r + \sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha \cdot r^2}$$

$$c = \cos \alpha \cdot r + \sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2}$$

$$a = \sqrt{R^2 - \sin^2 r^2} - \cos \alpha \cdot r; b = \sqrt{R^2 - \cos^2 r^2} - \sin \alpha \cdot r$$

$$a+b+c+d = 2\sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha \cdot r^2} + 2\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2} \leq 2\sqrt{R^2 - r^2} + 2\sqrt{r^2}$$

~~cos^2 + sin^2 = 1~~ (доказано); ~~* 2\sqrt{R^2 - r^2}~~

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{a^2 + d^2} \text{ Калькулятор}$$

~~Калькулятор~~ (сумма корней ~~меньше~~ суммы корней P_1 и P_2
должна быть больше суммы корней $a+b+c+d$ для этого нужно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

запишем кратко, где $2\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha r^2} \cdot \cos \alpha r = k$
~~2\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha r^2} \cdot \cos \alpha r = m~~

$$\sqrt{2R^2 - k - m} + \sqrt{2R^2 + k + m} \geq \sqrt{2R^2 - km} + \sqrt{2R^2 + k - m} \quad (*)$$

(всевозможные a, b, c, d в квадрат и скобки)

выведение (*) в квадрат и скобки подобные

$$\sqrt{4R^4 - (k+m)^2} \geq \sqrt{4R^4 - (k-m)^2}$$

$$(k-m)^2 \geq (k+m)^2$$

$$-2mk \geq 2mk$$

$$mk \leq 0$$

$$4\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha r^2} \cdot \cos \alpha \cdot r^2 \cdot \sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha r^2} \cdot \sin \alpha \cdot r^2 \leq 0$$

$$\begin{cases} R \\ \alpha \\ r \end{cases} \geq 0$$

$$\sin 2\alpha \leq 0 \quad (\text{равенство } R^2 = \sin^2 \alpha r^2)$$

$$4R^2 = \cos^2 \alpha r^2$$

* как нужно очевидно не подходит

нелинейное $\sin 2\alpha$, root двух $P_1 + P_2$ были линейными

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = -1; \alpha = \frac{\pi}{2}, \text{ или } \alpha = \frac{3\pi}{2}, \text{ или } \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\alpha \in \{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + k\pi \}$$

~~$\Rightarrow M = a \cdot \sin \alpha + P_1 + P_2 = \sqrt{169 - 50 + 2} + \sqrt{169 - 25 + P_1 + P_2} =$~~

~~$= 2\sqrt{169} = 50 + 1 = 2\sqrt{169} - 50 + P_1 + P_2$~~

(P.K. кратные $x + 5\sqrt{2} \cos \alpha$ и $y + 5\sqrt{2} \sin \alpha$ будут проходить через

~~$P_1(0, 5\sqrt{2}), (-5\sqrt{2}, 0), (0, -5\sqrt{2}), (5\sqrt{2}, 0)$, то $P_1 + P_2 = \frac{2\pi R}{2} =$~~

~~= πR (также можно открыто отослать к первому~~

~~написано в другом месте (P.K. одна из четырех квадрантов) и получим~~

~~отрицательно addressable значение~~

~~$\Rightarrow M = 20 + 2\sqrt{119} + \pi \cdot 13$, достигается при $\alpha = \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$~~

~~$\text{Ответ: } M = 20 + 2\sqrt{119} + 13\pi, \alpha = \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{т.к. } \alpha = -\frac{\pi}{4} + ik, \text{ то}$$

$$a+b+c+d = 2\sqrt{P_1 P_2} - 2\sqrt{169 - \frac{1}{2} \cdot \frac{25 \cdot 2}{2}} + 2\sqrt{169 - \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 2} =$$

$$= 48$$

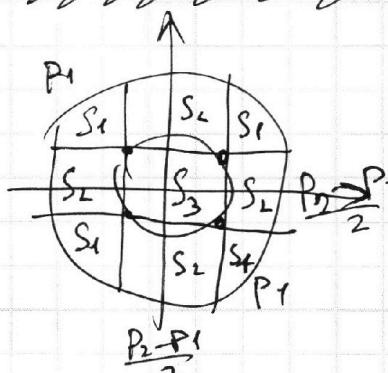
$$P_1 + P_2 = \frac{100}{2} \quad \frac{2\pi R}{2} = 13\pi \quad (P_1 + P_2 \text{ равна полукрупности})$$

~~(т.к. если разбить полукрупность на 4 части, то получится 4 одинаковых сектора)~~

~~т.к.: если разбить симметричные~~

$$\Rightarrow M = 48 + 13\pi$$

~~если разбить на 4 части~~
 + если разбить на 4 части
 (см. рис.)



Sектор

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha) &= 48_1 + 48_2 + 83 \\ &= 4P_1 + 4P_2 - \frac{P_2 - P_1}{2} \quad \text{или} \quad = 2P_1 + 2P_2 \end{aligned}$$

~~затем разделять на 4~~ фиг.

$$\text{ответ: } M = 48 + 13\pi; \alpha = -\frac{\pi}{4} + ik, k \in \mathbb{Z}$$

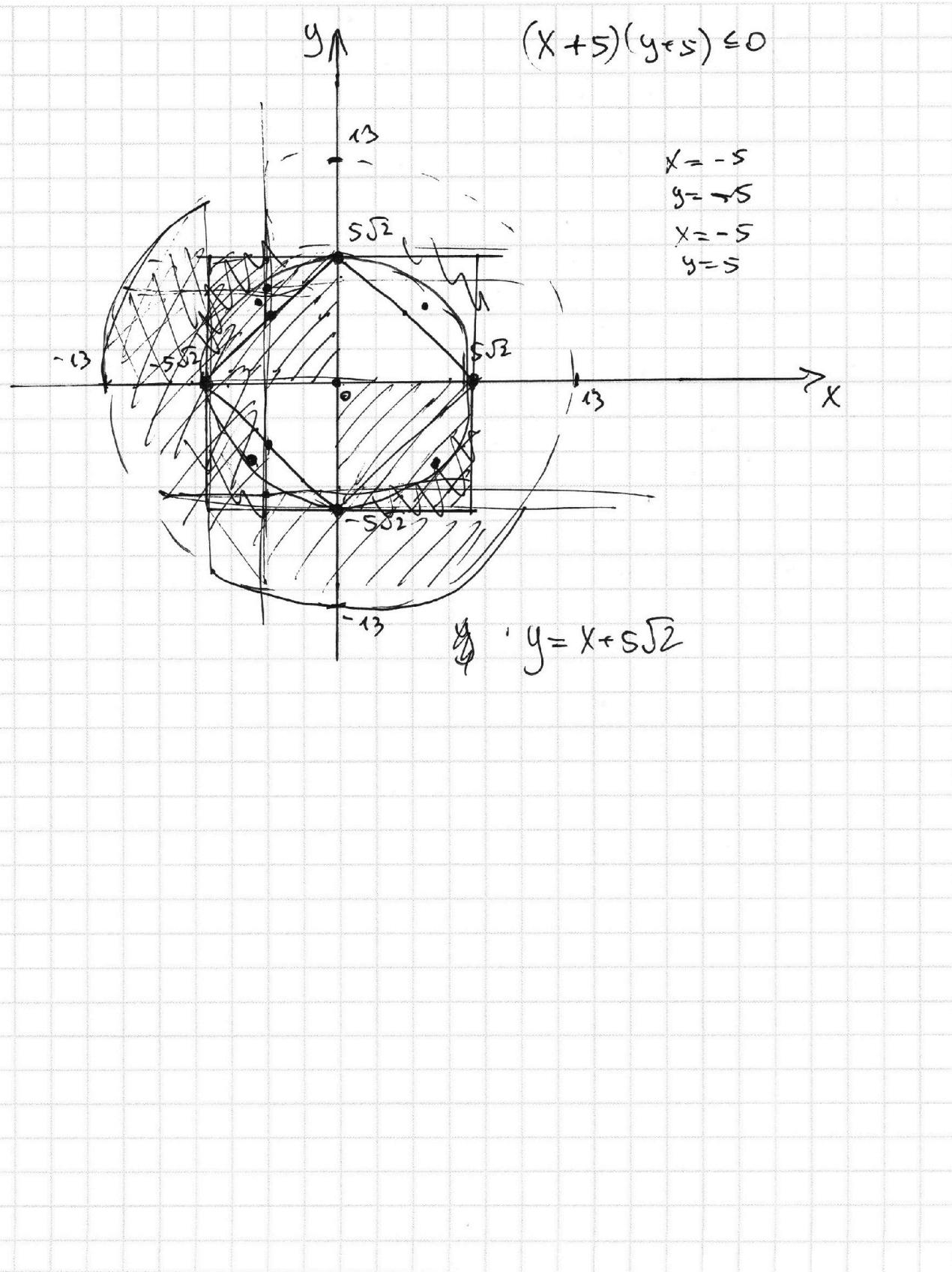


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy - ?$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$\frac{x^3 + y^3 - 6xy}{xy} = \frac{y+2 + x-2 + 5}{(x-2)(y+2)} \quad x^3 - y^3 - 6xy =$$

$$(y+x+5)\left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-2)(y+2)}\right) = 0 \quad = (x-y-2)(x^2 + y^2 + 4 + xy - 2y + 2x) - 8$$

$$1) y = -x-5$$

$$2) xy = x^2 + 2x - 2y - 4 \quad x - y - 2 = 0$$

$$y = x-2$$

$$1) \cancel{y = -x-5}: M = x^3 - y^3 - 6xy - 8 + 8 = 0 + 8 = 8$$

$$2) x - y - 2 = 0: M = x^3 - y^3 - 6xy - 8 + 8 = (x - y - 2) \dots - 8 = 0$$

$$1) M = x^3 - y^3 - 6xy - 8 = (x - y - 2)(x^2 + (y+1)^2 + xy + 2) - 8 + 8 = \\ = (2x+3)((x+1)^2 + (x+6)^2 - x^2 - 5x + 2) + 8 = \\ = (2x+3)(2x^2 + 12x + 36 - 5x) + 8 =$$

$$= (2x+3)(x^2 + 9x + 39) + 8 = 0$$

$$2x^3 + 18x^2 + 78x + 3x^2 + 27x + \cancel{125} = 0$$

$$\begin{cases} 2x^3 + 21x^2 + 105x + 125 = 0 \\ y = -x-5 \end{cases}$$

39
117

$$x^3 + (x+5)^3 + 6(x+5)x^2 \quad 6x^3 + 72x^2 + 105x = 0 \\ x^3 + 5x^3 + 15x^2 + 75x + 6x^3 + 30x^2 = 0 \Rightarrow x^3 + 21x^2 + 105x = 0 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa}$$

$$B = \overline{Bcd}, b,c,d=6$$

$$c = \overline{ef}, e,f=2$$

$$ABC = n^2; \quad A \cdot 1111a \cdot (100b + 10c + d) + (10e + f) = n^2$$

$$\Rightarrow n; 11; 101 \Rightarrow B = 100b + 10c + d; 101$$

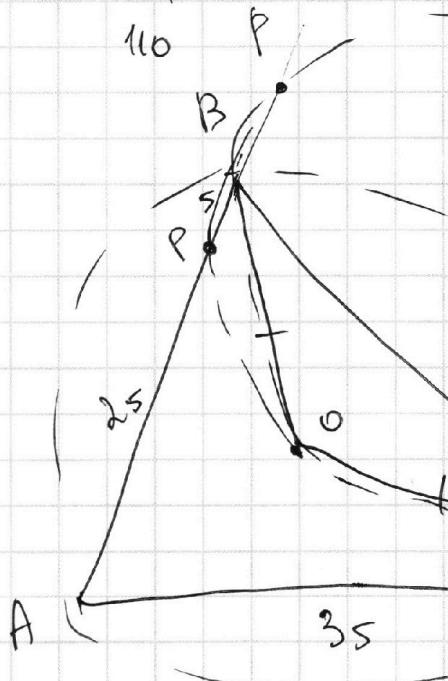
$$\cancel{\text{УДВИЖ}}: 100b + 10c + d \equiv 0$$

$$-b + 10c + d \equiv 0$$

$$10c + d \equiv b$$

$$100b + 10c + d = 101k$$

$$1) d=6: 100b + 10c = 101k - 6$$



$$\Rightarrow a=3$$

$$101k$$

11

$$33$$

$$11m$$

11

$$10e + f = 11m$$

$$1) f=3: 10e = 11m - 3$$

$$10 \\ \sqrt{1} \\ 10$$

$$30 \\ \sqrt{1} \\ 10$$

$$13 \leq 11m \leq 93$$

$$2 \leq m \leq 8$$

$$11m \geq 3$$

$$\Rightarrow m \geq 3$$

$$\Rightarrow e = 3 \oplus$$

$$c = 33$$

$$1) c=3: C = \overline{33}$$

$$30 + f = 11m$$

$$f = 11m - 30$$

$$101k - 6 \geq 990$$

$$10 \\ k \geq 6 \\ \Rightarrow k \geq 6$$

$$100b + 10c = 100a$$

$$10b + c = 10a$$

$$10(b-a) = c$$

$$\Rightarrow c = 0; b = a = 6$$

$$606 \quad 9 \cdot 2$$

$$11 \cdot 101 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 3$$

$$\Rightarrow a=2; 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(R - \sin^2 r^2) \cdot (\cos^2 r^2)} \cdot \sqrt{R^2 - \cos^2 r^2} \cdot \sin \alpha \cdot r \leq 0$$

$$\sin 2x \cdot \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots} \leq 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x \leq 0$$

~~$R^2 \geq \sin^2 r^2$~~ - не возможна

\sin'

$x - 50 \text{ VS } 50 x$

$x \text{ VS } \frac{50}{54}$

$\sin^2 \alpha \text{ VS } \frac{50}{54}$

$$-\pi + 2k\pi \leq 2x \leq 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

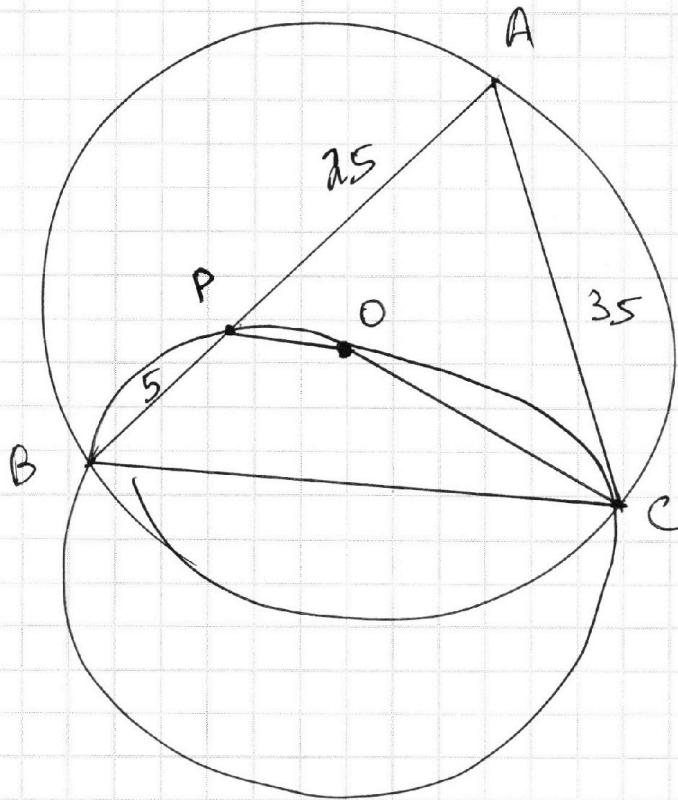
$$-\frac{\pi}{2} + \pi k \leq x \leq \pi k$$



2x to touch

$$2x = \sin 2x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~M-x-y=6xy~~

$$\sin \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$d + a + b + c = \\ u \quad u \quad \cancel{u} \quad R \cancel{u}$$

$$26 + 2\sqrt{169 - 50} =$$

$$2\sqrt{R^2 - 25} + 2\sqrt{R^2 - 25}$$

1
28

28

$$56 \text{ VS } 20 + 2\sqrt{169}$$

$$36 - 18 \text{ VS } \sqrt{169}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Часть 1

$x + 4$ балета

Q - однодневные классы

$$\frac{4}{a} \cdot \frac{3}{(a-1)} \cdot 6 = \frac{x+4}{a} \cdot \frac{x+3}{(a-1)}$$

$$72 = (x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12 = 72$$

$$5\sqrt{2} \approx 5 \cdot 1.4 = 7$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$D = 49 + 240 = 289 = 17^2$$

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha \neq -5\sqrt{2}$$

$$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha = 0$$

$$x = \frac{-7+17}{2} = 5$$

$$\sin^2 \alpha + 50 \cdot \sqrt{3} \sin^2 \alpha \cdot 50$$

$$\sin^2 \alpha \leq \frac{50}{49}$$

$$\Rightarrow \alpha =$$

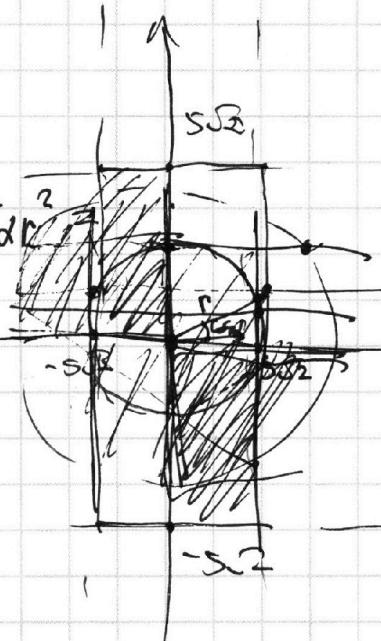
$$\approx \frac{50}{49} \sqrt{3} \sin^2 \alpha$$

2πR

$$a \cdot c = b \cdot d$$

$$R^2 - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$

$$R^2 - r^2 =$$

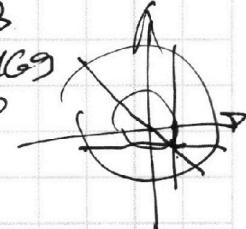


$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$5\sqrt{2} \sqrt{13}$$

$$25 \cdot 2 \sqrt{13}$$

$$50 < 0$$



$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$R^2 - \sin^2 \alpha - r^2 + \cos^2 \alpha - 2\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha - r^2} \cdot (\cos \alpha) +$$

$$a = \sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha - r^2 - \cos^2 \alpha \cdot r}$$

$$b = \cos \alpha \cdot r + \sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha - r^2}$$

$$\sqrt{2R^2 - 2\sqrt{R^2 - \sin^2 \alpha - r^2} \cos \alpha \cdot r - 2\sqrt{R^2 - \cos^2 \alpha \cdot r^2 - \sin^2 \alpha \cdot r^2}}$$

$$m \cdot k \leq 0$$

$$\sqrt{2R^2 - k} = \sqrt{2R^2 + k} \geq \sqrt{2R^2 - k + m} + \sqrt{2R^2 + k - m}$$

$$(k-m)^2 \geq (k+m)^2$$

$$-2m - 2k \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

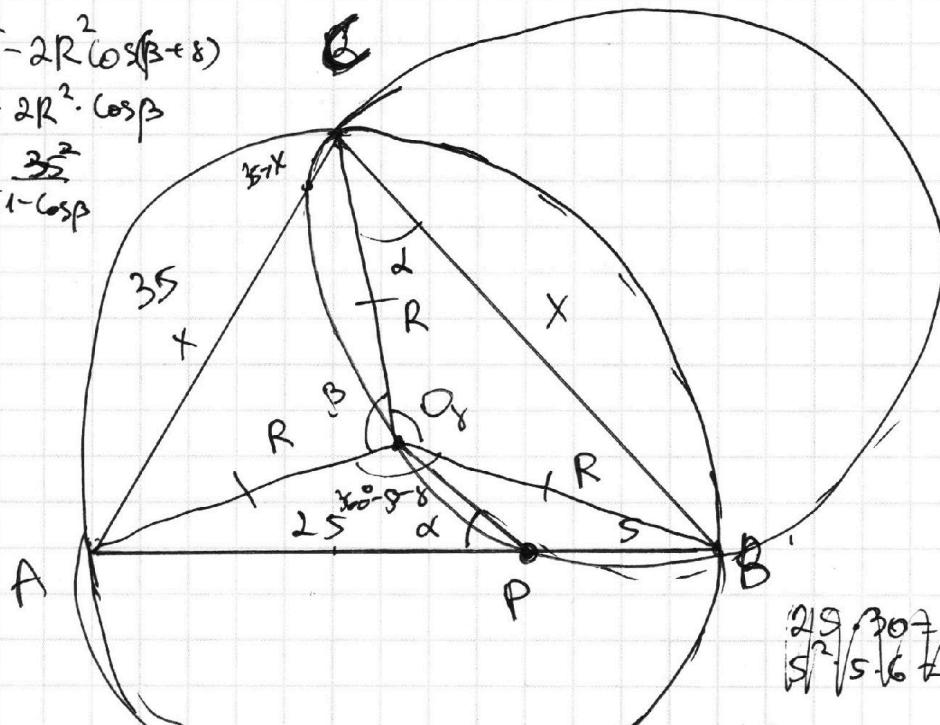
$$x^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos \theta$$

$$\cos(\beta + \delta) = \cos \beta \cos \delta - \sin \beta \sin \delta$$

$$30^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos(\beta + 8)$$

$$3S^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos \beta$$

$$\frac{30^2}{1-\cos(\beta+\delta)} = \frac{35^2}{1-\cos\beta}$$



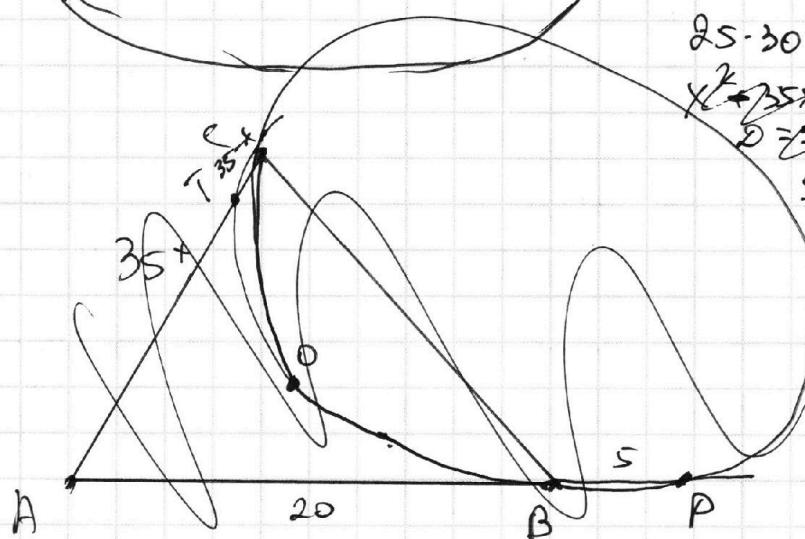
29.307 39²
5.67 R.

$$25 \cdot 30 = x \cdot (38 \cancel{xx})$$

$$\cancel{x^2 + 35x + 25 - 30 = 0}$$

$$D = 7^2 \cdot 5^2 - 4 \cdot 3^2 \cdot 6 \cdot 10$$

$$x = \frac{150}{7}$$



35