



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 4

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
  - $C$  — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 4, а  $y$  — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 12xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 16$ ,  $BP = 8$ ,  $AC = 22$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Число  $A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111$

Немного проще

Простое, чётное число 1111 разлагаются  
на произведение простых чисел:

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \cancel{\frac{11}{11}} \quad \cancel{\frac{101}{101}} \\ \underline{-11} \quad \underline{-101} \\ 00 \quad 00 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$1111 = 11 \cdot 101 = 1100 + 11 = 1111 \oplus$$

61

11 - простое число, 101:  $101/3, 101/5, 101/22$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \cancel{\frac{101}{7}} \\ \underline{-7} \\ 31 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ \cancel{\frac{101}{9}} \\ \underline{-9} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ \cancel{\frac{101}{7}} \\ \underline{-7} \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ \cancel{\frac{101}{7}} \\ \underline{-7} \\ 17 \end{array} \quad 17^2 \cdot 32897101$$

101 - простое число.

Число  $A = a \cdot 101 \cdot 11$ .

Но умножение ( $A \cdot B \cdot C$ ) извадает чётное число,

при этом 101 и 11 - простые, а - нечётное, В - трёх-ое, C - двузначное. Тогда  $C : 11, B : 101$ .

По условию  $\checkmark$  из умножения B равно 7, B - простое число.

При условии, что  $B : 101$  очевидно, что  $B = 707$

Но условию когда произведение чётных чисел  $\checkmark$  равное 1,

при условии, что C - двузначное и  $C : 11$ , очевидно, что  $C = 11$

$C = 11$

Итак:  $A \cdot B \cdot C = \cancel{707} (a \cdot 101 \cdot 11) (707) (11) =$

$= 101^2 \cdot 11^2 \cdot 7 \cdot 9$ , при условии, что a - нечётное, получаем,



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

что  $957$ , тогда  $A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 7^2 = (101 \cdot 11 \cdot 7)^2$  - шестизначное число.

Подходит 1-ая группа ( $7777; 207; 11$ ).

Ответ: 1 группа ( $7777; 207; 11$ ).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y > 0.$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$$

$\leftarrow$  то уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \quad \text{не} \neq \text{уравнение}$$

(так как сдвиги, что значения выражения, когда их уменьшить  $x$  на 4,  $y$  увеличить, не изменяются, то  $x \neq 4$  из условия,  $y+4 > 0 \oplus (y \neq 0)$ ).

ОДЗ:  $x \neq 4$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ xy \neq 0 \end{cases} \quad \text{или } x, y > 0, \text{ ОДЗ: } \\ xy \neq 0 \quad x, y > 0.$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \quad \text{не} \neq$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{(y+x+3)}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)} \quad \text{и} \cdot (y+x+3) > 0$$

$$xy = (x-4)(y+4)$$

$$xy = xy + 4x - 4y - 16 \quad | :4$$

$$0 \leq x - y - 4$$

$$x \geq y + 4$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 12xy = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y = \\ &= y^3 + 3 \cdot 4^2 y + 3 \cdot 4y^2 + y^3 - y^3 - 12y^2 - 48y = \\ &= 4^3 \leq 2^6 \leq 64 \end{aligned}$$

Ответ: 64.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8) ~~При~~ ~~95 - 3; 4; 1; 3.~~ ~~шинах~~ у подходит ~~73~~ ~~шин~~

~~шина~~  
 $x: (25 - 6; -4; -2; 0; 2; 4; 6)$

$4 \cdot 7 = 28$  ~~вариантов~~.

$28 + 38 = 67$  ~~вариантов~~ пар

Ответ: ~~67 вариантов~~ 67 пар



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

б) (продолжение):

$$\arccos \frac{x}{\sqrt{7}} > \arccos \frac{y}{\sqrt{4}} \Rightarrow \arccos \frac{x}{\sqrt{7}} - \arccos \frac{y}{\sqrt{4}}$$

$$\arccos \frac{x}{\sqrt{7}} > \arccos \frac{y}{\sqrt{4}} \Rightarrow \arccos \frac{x}{\sqrt{7}} - \arccos \frac{y}{\sqrt{4}} < 0 \Rightarrow \arccos \frac{x}{\sqrt{7}} < \arccos \frac{y}{\sqrt{4}} \Rightarrow x \in [-2; 2], y \in [-4; 4]$$

$$\arccos \frac{x}{\sqrt{7}} > -\arccos \frac{y}{\sqrt{4}}$$

$$\arccos x, \text{ где } x \in [-1; 1],$$

$$\arccos x \in [0; \pi], \text{ где } x \in [-1; 1]$$

$$-\arccos \frac{y}{\sqrt{4}} \leq 0, \arccos \frac{x}{\sqrt{7}} \geq 0$$

то из, что-то включено носить ~~всего~~  
(но подходит сразу оба, т.к.  $\begin{cases} \arccos \frac{x}{\sqrt{7}} = 0 \\ \arccos \frac{y}{\sqrt{4}} = 0 \end{cases}$ )

$$\arccos \frac{x}{\sqrt{7}} = 0, \text{ т.к. } x=0$$

$$-\arccos \frac{y}{\sqrt{4}} = 0, y=0$$

тогда нам подходит вводимые пары  
(x,y), где x,y ∈ ℝ, x ∈ [-2; 2] (15 четных чисел),  
y ∈ [-4; 4] (8 четных числа), кроме пары (2; 4).

15 · 8 = 120, 120 - 1 = 119 пар.  
Однако, когда пара (x,y) удовл. ур-ши:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ЧИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

8) (продолжение): I  $(x; \frac{2n+1+x}{3})$ , II  $(4x-y; y)$ .

~~Установка~~  
~~установка~~

$\frac{2n+1}{3}$  - любое  
число чет.  
чило

$4x$  - любое  
число чет. число  
 $n+2k+1$ .  $a/2$   
 $2n+1=6$   $b/2$

I  $(x; \frac{b+x}{3})$ , II  $(a-y; y)$

$y = -4$ : из II:  $(a+4; 4)$ , то из  $x$  можно брать  
любые чётные числа  $(y = -4; x = -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7)$

$\frac{b+x}{3} \leq -4$   
 $b+x \leq -12$

~~$x = -12 - b$~~  - любое чётное  $-$  любое чёт. число.

В варианте

E:

Аналогично при чётных получим, что

~~Чётные~~  $x$  в паре решений с чётными - чётное.

$$\frac{b+x}{3} = y, x = 3y - b, \text{ при } y \geq 0 \quad x - \text{нечётное}, \text{ т.е. } b/2.$$

~~Чётные~~  $y = \frac{b+x}{3}$  при чётных  $y$ .

$y = -2; 0; 2; 4$ . с учётом  $y$  соотв. Знач.  $x$ .

Будет очевидно, чётное  $a, b$  последнее чётное  $x/2$ .

$$5 \cdot 8 = 40 \text{ очт. } (-1/4)$$

решением ~~(-1/4)~~, 33 варианта.

При нечётных  $y$ :

$x = 3y - b$  - чётное чётное (очевидно, чётное  $b$ ,  
последнее чётное  $x/2$ ).

$x = a - y$  - чётное чётное (очевидно, чётное  
а, последнее чётное  $x/2$ )



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a(s \sin \pi y - s \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) / \cos \pi y$$

~~2 задачи~~ 3 задачи

$$\sin^2 \pi y - s \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y = s \sin \pi x \cos \pi y + \cos \pi x \sin \pi y$$

$$-\cos 2\pi y = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos 2\pi y + \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$2 \cos \left( \frac{2\pi y + (\pi x - \pi y)}{2} \right) \cos \left( \frac{2\pi y - (\pi x - \pi y)}{2} \right) = 0 : \cos - \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} I: \\ II: \end{array}}$$

$$I: \cancel{\cos 2\pi y} \cos \frac{2\pi y + \pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$\frac{\pi y + \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad \boxed{n \in \mathbb{Z}/2}$$

$$\pi y + \pi x = \pi + 2\pi n \quad (\because \pi \neq 0)$$

$$y + x = 1 + 2n$$

$$x = 1 + 2n - y$$

(ограничение по осям неизвестных, получаем, что если подходит пара  $(1 + 2n - y, y)$ , то  $y$  нечетная,  $y \in \mathbb{R}$ )

$$II: \cos \left( \frac{2\pi y - (\pi x - \pi y)}{2} \right) = 0$$

$\boxed{n \in \mathbb{Z}}$

$$\frac{3\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad | : 2$$

$$3y - x = 1 + 2n, \quad y = \frac{2n+1+x}{3}$$

$$3\pi y - \pi x = \pi + 2\pi n \quad (\because \pi)$$

~~3y - x = 1 + 2n~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

подходит выражение  $(x; \frac{2k+1+\pi}{3})$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ .

Множество совокупность, значение ~~объектов~~; ~~объект~~.

Объекты (и линии):  $(x; \frac{2k+1+\pi}{3})$ ;  $(1+2k-y; y)$ ,

$k, l \in \mathbb{Z}, x, y \in \mathbb{R}$ .

~~Доказательство~~ доказательство

ОДЗ: ~~доказательство~~

ОДЗ:

ОДЗ:  $x \in [-1; 1]$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(a+b) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\sin a \cos b + \sin b \cos a = 1$$

$$x^2 + \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{1-x^2} = 1$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(a+b) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin a \cos b + \sin b \cos a = 1$$

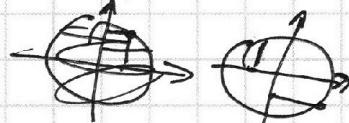
$$x^2 +$$

$I=I_1 \cup I_2$  также  $\sin(a+b) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$  равносильно тому,

$a+b = \frac{\pi}{2}$ , т.е. также гомотопия приacco  $\arccos x + \frac{\pi}{2}$ ,

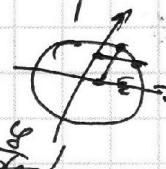
при также  $\arccos x$  равносильно  $\arccos x$

также  $\arcsin x \in (-\frac{\pi}{2}; 0)$ ,  $\sin x \geq 0$ ,  $\arccos x \in [0; \frac{\pi}{2}]$



также  $\arccos x$

$\arccos x = \arcsin y \Rightarrow (-\arcsin y, \arccos y)$



также  $\arccos x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Нужно одновременно выбрать  $n$  человек.

Всего разделяют

Всего разделяют  $n$  человек и одна - она может

$$C_n^4 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!} \quad \text{Задачи}$$

Были у Пети и Вани, тогда выражение

разделяют  $n-2$  остаётся равное  $\frac{(n-2)(n-3)}{2!}$

Выводится, что в исчислении имеющие они оба получают одинаковый результат  $n \cdot \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$ .

$$\begin{aligned} & \cancel{(n-2)(n-3)} \cdot \cancel{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}} \\ & \cancel{\frac{1}{2!}} \cdot \cancel{\frac{(n-2)(n-3)}{2!}} \cdot \cancel{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}} \\ & = \cancel{\frac{(n-2)(n-3)}{2!}} \cdot \cancel{\frac{24}{12}} \cdot \cancel{\frac{(n-2)(n-3)}{2!}} \cdot \cancel{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}} \\ & = \cancel{\frac{(n-2)(n-3)}{2!}} \cdot \cancel{\frac{24}{12}} \cdot \cancel{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}} = \cancel{\frac{12}{n(n-1)}} \end{aligned}$$

Поэтому в исчислении получаются одинаковые.

Всего  $t+4$  общего способа  $C_n^{t+6} = \frac{n!}{(n-(t+6))(t+6)!}$

способов.

Выводимо в это, что Петя и Ваня получат вместе:

Всего способов разделять между Петей и Ваней и  $\frac{(n-2)(n-3) \dots (n-(3+t))}{(t+2)!}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдите

Вероятность виновности Ната и Валер на основе

бывшего на скамье:

Ната виновна на 60% + бывшая (1-0,6).

Валера способен раздавать пасынки  $C_6^4$

вероятность Валерой раздавать при условии что  
она и Валера судят бывшего на скамье:  $(\frac{1}{2})^{(n-2)}$

Вчера я доказал, что Ната и Валера на скамье вместе:

$$C_{(n-2)}^{(n-2)} \cdot C_n^4 = \frac{(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-2)!(n-2-(n-4))!} \cdot \frac{(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)!}{n!(n-4)!(n-3)!(n-2)!(n-1)!} =$$
$$= \frac{(n-2)! \cdot (n-1)! \cdot (n-0)!}{(n-2)! \cdot (n-1)! \cdot n!} = \frac{n \cdot (n-1)}{n \cdot (n-1)} = 1$$

по условию:  $\frac{6 \cdot (n-1)}{4(n-1)} = 11 \cdot \frac{12}{4(n-1)}$

$$t^2 - t - 11 \cdot 12 = 0$$

$$\Delta = 1 + 48 \cdot 11 = 1 + 440 + 28 = 528 = 23^2$$

$$t_1 = \frac{1+23}{2} = 12$$

бес

Ответ: виновность Ната на 60%

(2 балла)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

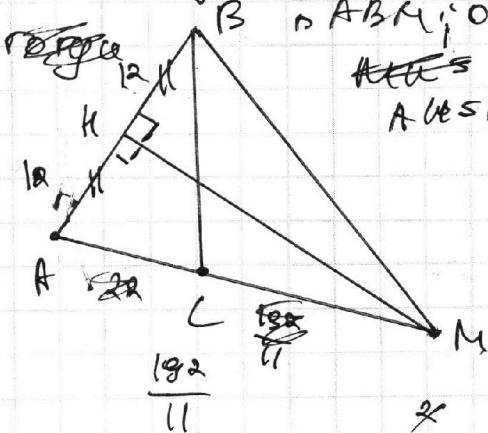
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~ткнг. восьмиугольник A~~ тогда  $\angle ABM = 180 - (180 - 2 \cdot 1) - 12$   
 $\Rightarrow \angle ABM$  равен  $12^\circ$  ( $AM \approx BM$ ).

~~ткнг. восьмиугольник~~ сумма външних углов равна  $360^\circ$ ; опустим высоту  $BL$  в  $\triangle ABC$ :  
~~ткнг.  $AK \approx KB$  (т.к.  $\triangle ABC$  - равнобедренный)~~  
 $AK \approx KB \Rightarrow AB \approx BL = 12$



$$\cos \angle MAB = \frac{12}{\frac{132}{11}} = \frac{12 \cdot 11}{132} = \frac{11}{11}$$

(запомнили, что  
 $AM \approx AE$ , обясняю  
 не могу показать почему  
 и все картинки имеют  
 багажную форму, а  
 г.к. "Окружность  $ABC$  проходит  
 через  $D$  и  $A$  и  $B$  - остроградов").

$$S_{\triangle MAB} = \sqrt{1 - \left(\frac{11}{16}\right)^2} = \sqrt{\frac{256 - 121}{256}} = \sqrt{\frac{135}{256}} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$

~~ткнг. восьмиугольник ABC:~~  $S_{\triangle ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC =$

$$= 28 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{2} = \frac{99\sqrt{15}}{4}$$

$$\text{Отсюда: } S_{\triangle ABC} = \frac{99\sqrt{15}}{4}$$

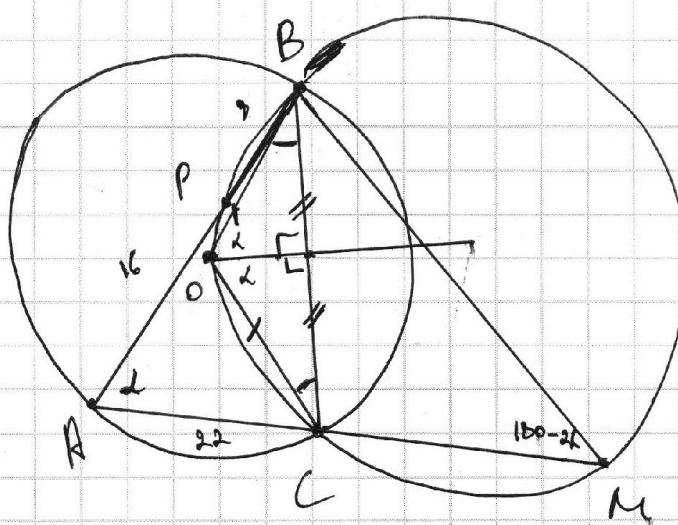
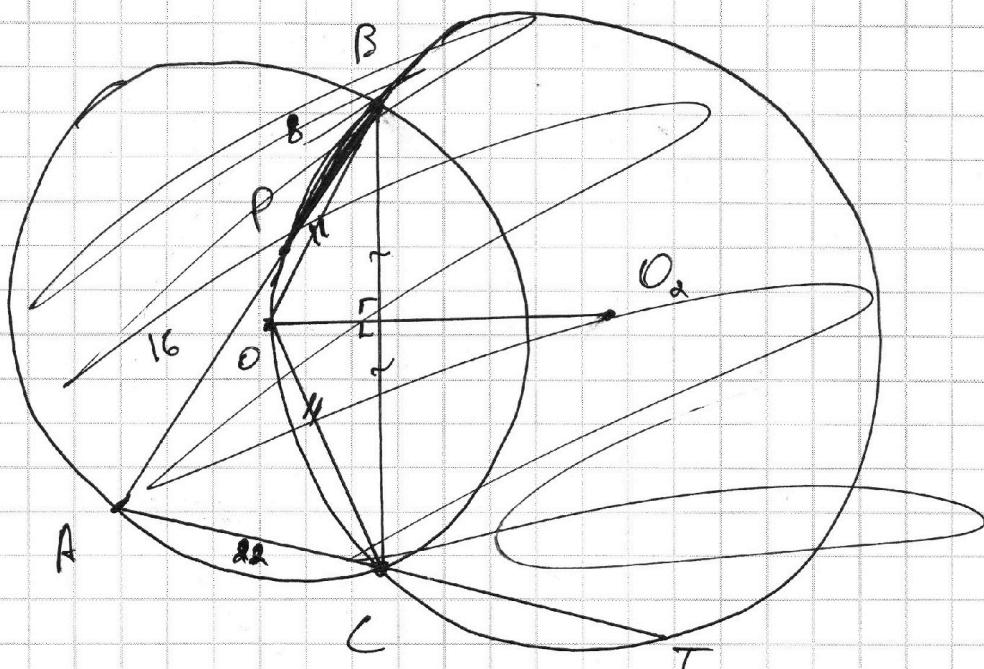


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



кусок  $\widehat{AC}$  перенесен  
на  $\widehat{BC}$ .

но т. о сущущих  
 $AC \cdot AM = AP \cdot AB$

кусок  $\widehat{BAC}$  на  
 $AM$

$$22 \cdot x + x = 16 \cdot 24$$

$$x = \frac{24 \cdot 16}{22 + 2} = \frac{24 \cdot 8}{22} = \frac{192}{22} = \frac{96}{11}$$

кусок с  $\widehat{CAB}$ , тогда  $\widehat{BOC} = 4x$   
(чтобы угол  $\widehat{BAC}$  делал на боковую

боковую часть было, нужно еще  $180 - 4x$  (угол).

Чтобы  $\widehat{OBC} = 6x$ , тогда  $\angle BOC = 180 - \angle BOC = 180 - 6x$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

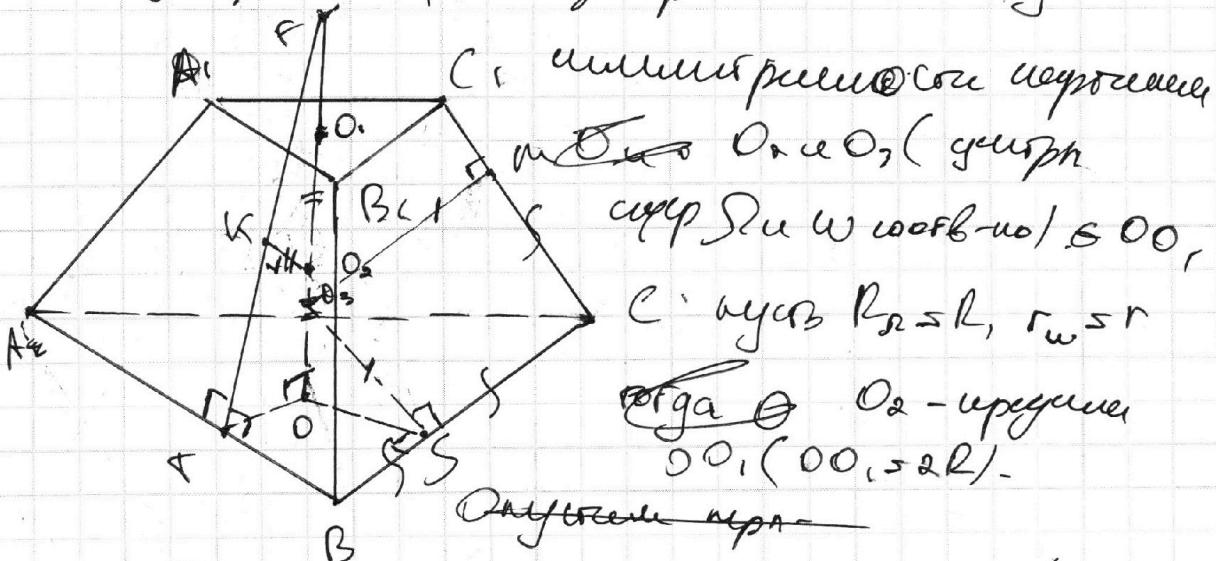
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы доказать ус-ие параллеледа  $ABCA_1B_1C_1$ :

О<sub>1</sub> - центр  $\triangle A_1B_1C_1$ , О - центр  $\triangle ABC$ . Вывод



С. а)  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$  (по О<sub>1</sub> и О, (центр

центр  $\triangle ABC$  в 2 раза больше  $O_1O$ ,

б)  $R_{AB} = R, r_w = r$

в)  $O_1O = O_2 - \text{перемешка}$   
 $O_1O_2 = 2R$ .

Доказательство

Чтобы доказать ус-ие грани  $AA_1B_1B$ , введем К

( $O_1K = O_2O = O_1O, K - \text{правильн-сть}$ ).

Очевидно  $O_1O < O_2O$  (очевидно). Вывод  $T \in F$  (центра

$TF \perp AB$  в силу центральности перпендикуляра

Чтобы доказать ус-ие грани  $B_1C_1C$ , введем  $S \in K$  (центра). Рассмотрим  $O_2SC = O_3KC$  (известно)

тогда (по кратчайшему пути)  $BS \leq SC$ , значит

в силу центральности перпендикуляра  $BS \leq SC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arccos \frac{x}{7} = -\arccos \frac{9}{4} \Rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

$$x \in [-7; 2] \\ y \in [-4; 4]$$

$$\arccos \frac{x}{7} + \frac{\pi}{2} > \arccos \frac{9}{4}$$

$$\arccos \frac{x}{7} > -\arccos \frac{9}{4} \\ x \in [-7; 2]$$

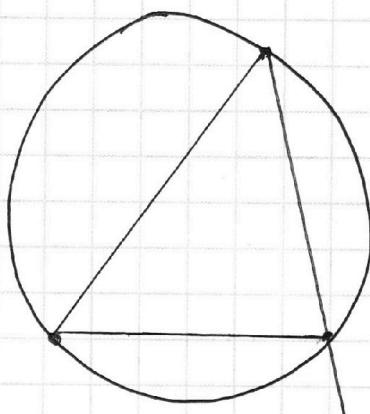
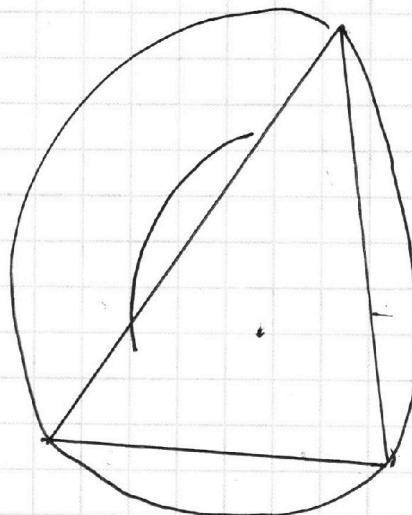
$$-7; 2n + 6$$

$$[-4/4]$$

$$-7$$

$$-7; 2n - 6$$

$$-7;$$



$$-\cos(\theta) + \left( \frac{a}{a+b} \right) \cos \theta$$

$$\cos(a) \cos \theta + \frac{a}{a+b} \cos$$

$$-\cos(b) \cos \theta + \frac{b}{a+b} \cos$$

$$a \cos \theta + b \cos \theta = a \cos \theta - b \sin \theta$$

$$a \cos(\theta) + b \cos(\theta) = a \sin(\theta) - b \sin(\theta)$$

$$a \cos(\theta) + b \cos(\theta) = a \sin(\theta) - b \sin(\theta)$$

или  
или

$$\sin \theta = (a \sin \theta - b \sin \theta) / (a + b)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Число  $x$

74.

$4+t$

$\cancel{4}$

$\cancel{G}$

$\cancel{4}$

$\cancel{a}$



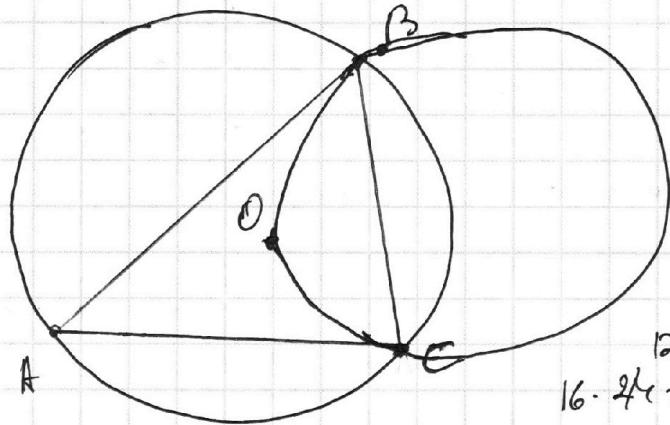
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

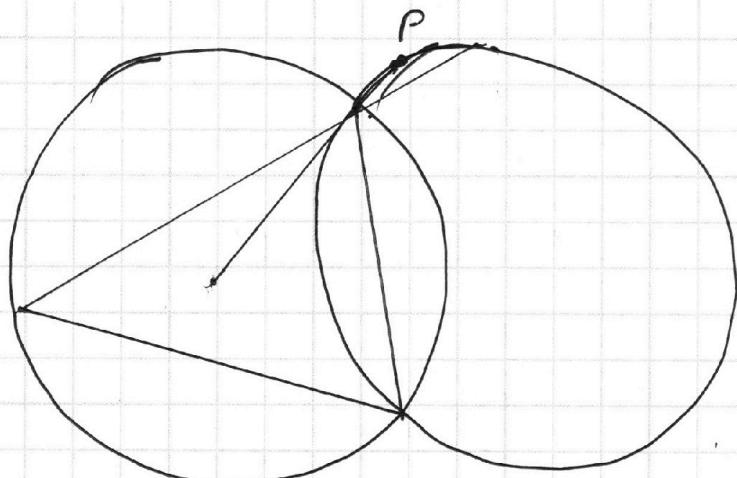
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

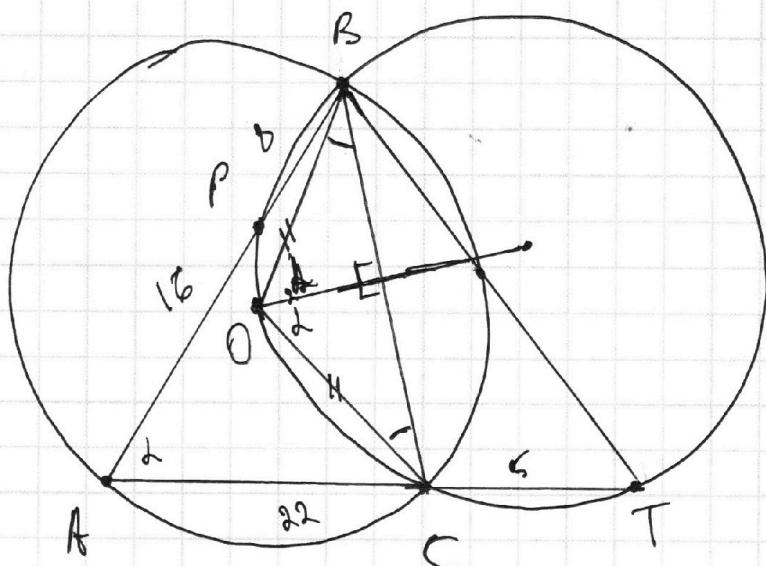
5) ~~проверка~~



$$16 \cdot 24 = 24 \cdot (22 + x)$$



$$11 \cdot 22 + 16 = 12 \cdot 16$$



так

так

так



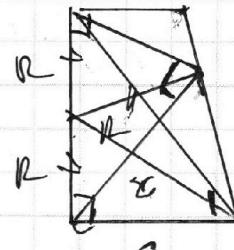
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



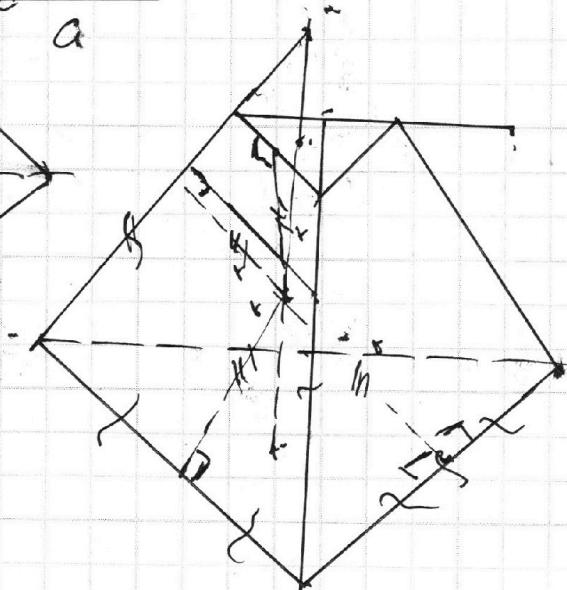
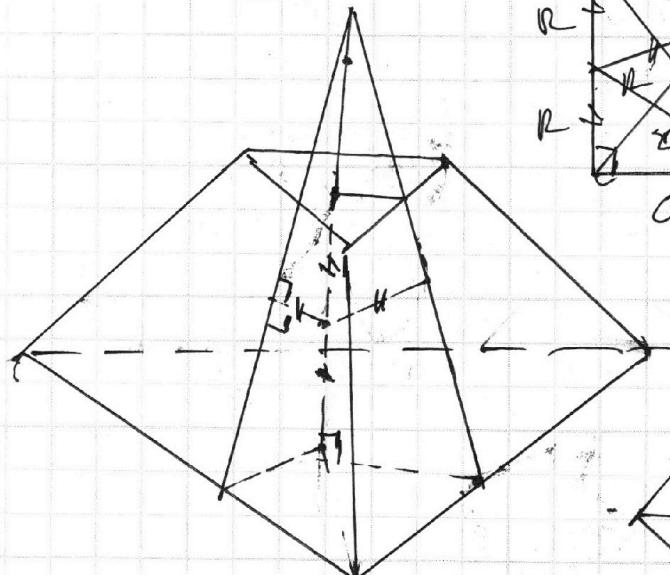
СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$xy - (x \cos \alpha + y \sin \alpha) + 16 \cos \alpha \sin \alpha \leq 0$$



$$t^2 \in D \times \mathbb{C}^*$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

