



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

Пусть $A = \overline{aaaa}$. Тогда $A = a \times 1111 = a \times 11 \times 101$.
 $a \in \{1; 9\}$
 $a \in \mathbb{N}$

11 - простое, 101 - тоже

III. a. $A \times B \times C$ - квадрат, $A \times B \times C : 101 \rightarrow A \times B \times C : 101^2$,
(хотя для 2)

d - четное пятизнач. число. a - цифра, не делится на 101.

III. b. 101 - простое, ситуация $\begin{cases} B \nmid 101 \\ C \nmid 101 \\ BC \mid 101 \end{cases}$ невозможна.

C - двузнач. умножим < 101 и делиться на 101 не может.

Значит $B : 101$, т.к. B - двузнач. трехзначное число C

"1", $B = 101$. $A : 101^2$, $A \nmid 101^2$, $B = 101$, $B \nmid 11 \rightarrow C : 11$.

III. c. C - двузначное симметричное, 5^2 , $C = 55 \rightarrow A \times B \times C : 25$

$B \nmid 5 \rightarrow A : 5 \rightarrow a : 5$, $a = 5$. III.e $A = 5555$,

$B = 101$, $C = 55$, $ABC = 5555^2$

Ответ: $(5555, 101, 55)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 \text{ по упр: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)} + \frac{1}{(y+3)} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}, \begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$\frac{x+y+xy}{xy} = \frac{x-3+y+3+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$1) x+y+1=0 \\ \text{не упр. огр на } x, y$$

$$2) xy = (x-3)(y+3) = xy + 3x - 3y - 9$$

$$3x - 3y - 9 = 0 \quad y = x - 3$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 - 9xy &= x^3 - (x-3)^3 - 9x(x-3) = \\ &= x^3 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - 9x^2 + 27x = \\ &= x^3 - x^3 + 9x^2 - 9x^2 - 27x + 27x + 27 = 27 \end{aligned}$$

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\text{v 3} \quad (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = -(\cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y)$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x - \pi y) = \cos(\pi - \pi x + \pi y) \quad [-\cos d = \cos(\pi - d)]$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi y + 2\pi k \\ 2x = -y + (2k+1) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi x = -\pi + \pi x - \pi y + 2\pi k \quad | \quad 2x = x - y + (2k-1)$$

$$\begin{cases} 3x = y + (2k+1) \\ x = -y + (2k-1) \end{cases} \quad \text{d) Ortskurve: } \left(\frac{t + (2k+1)}{3}; t \right), \left(-t + (2k-1); t \right) \quad t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{q} < 2\pi \quad 0 \leq \arccos t \leq \pi, \quad -1 \leq t \leq 1$$

\downarrow

$$-4 \leq x \leq 4, \quad -q \leq y \leq q$$

$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{4} \leq \pi + \pi = 2\pi$, 2π получим наименее при $(-4, -4)$.

(2k-1)u (2k+1) Oznaczymy „model mat. mroż.”. Zam-

получим модель пары (x, y) гауссовой линией [м.к.]

$$x = -y + (2k-1) \rightarrow x+y = (2k-1) \begin{matrix} \text{нанесли } k \\ \text{суммируем } \end{matrix} \text{ и смотрим}$$

Или одна огнивальная $\left[\begin{array}{l} 3x - y + (2k+1)^2 \equiv 1 \\ x - y = (2k-1)^2 \equiv 1 \end{array} \right]$. Готовы решать.

zur X [-4, -3, -2 ... 4] f_{remm}, y_{neu}; y y-Wes, f_{rem}, 100

$$(-9, -9) \text{ не является. } 5 \times 10 + 4 \times 9 - 1 = 50 + 36 - 1 = 85$$

(X -координаты, y -ненулевые координаты) 5) Определение: 85.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

X - кол-во одиннадцатилетних
 B - кол-во бывших.

Погодили вероятность двух друзей одновременно

попасть на концерт. Всего разпределений C_X^B , а
издалились C_{X-2}^{B-2} (мы считаем, что 2 билета

уме получено двум друзьям). $P_B = \frac{C_{X-2}^{B-2}}{C_X^B} = \frac{(X-2)! B! (X-B)!}{(B-2)! (X-B)! X!} =$
 $= \frac{(X-2)!}{X!} \times \frac{B!}{(B-2)!} = \frac{B(B-1)}{X(X-1)}$. Тогда раздам в билетов.

$$P_4 = \frac{4 \times 3}{X(X-1)} \quad P_B = \frac{B(B-1)}{X(X-1)} \quad \text{Так уж. } \frac{P_B}{P_4} = 3,5 = \frac{7}{2}$$

$$\frac{B(B-1)X(X-1)}{X(X-1) \times 4 \times 3} = \frac{7}{2} \quad \frac{B(B-1)}{2 \times 3} = \frac{7}{2} \quad B^2 - B = 7 \times 6 = 42$$

$$(B-7)(B+6) = 0 \quad B = -6 \quad \emptyset \quad B = 7 \quad \text{Ответ: 7 билетов.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

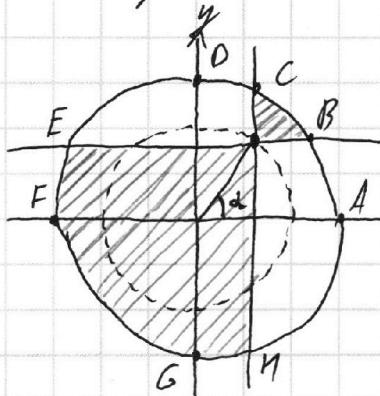
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6} \begin{cases} (x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2\cos\alpha \\ y \geq 2\sin\alpha \\ x \leq 2\cos\alpha \\ y \leq 2\sin\alpha \end{cases} \quad (1)$$

Петропп.



2-е перв-во опис круг с у. (0;0)

и радиусом 3. Начертим вспомогат.

округ с у (0;0) и радиусом 2,
выберем точку на ней, проведем
через нее прямые, $\perp OX$ и $\perp OY$.

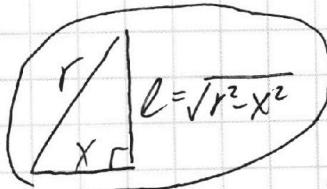
Получим уравнение $x = 2\cos\alpha$ и $y = 2\sin\alpha$ (α показан на рисунке); из (1) получим, что получают области
правое квадрант и лево квадрант, пересек эти области
и круга не попадут защищировано. $P(\Phi(2)) =$

$= \neg HG + \neg GF + \neg FE + \neg CB + EB + CH$. Длина большей

окружности $2\pi r = 6\pi$. Тло рицкту $\neg FG = \frac{6\pi}{4}$

(AEG OX и OY делят на 4 равные части). $\neg EF = \neg AB$,

$\neg GH = \neg CD \rightarrow \neg HG + \neg EF + \neg CB = \neg AD = \frac{6\pi}{4}$



$$CH = 2\sqrt{9 - 4\cos^2\alpha}, EB = 2\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha}$$

$2\sqrt{5} |\sin\alpha| \quad 2\sqrt{5} |\cos\alpha|$

Прод. мы видим.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

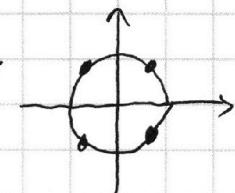
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

найдем.

$$P(\Phi(\alpha)) = \frac{6\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} + 2\sqrt{5}(|\sin \alpha| + |\cos \alpha|) = \\ = 3\pi + 2\sqrt{5}(|\sin \alpha| + |\cos \alpha|) \quad \text{Пусть } \sin \varphi = |\sin \alpha|, \\ \cos \varphi = |\cos \alpha|. \quad \text{Тогда } P = 3\pi + 2\sqrt{10}(\sin \varphi + \cos \varphi) = \\ = 3\pi + 2\sqrt{10}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin \varphi + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos \varphi\right) = 3\pi + 2\sqrt{10}\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \rightarrow P \leq 3\pi + 2\sqrt{10} \quad \text{Рассматриваем при}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \quad \begin{cases} |\sin \alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ |\cos \alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$$



Ответ: $P = 3\pi + 2\sqrt{10}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x-y-3=0 \quad x^3 - y^3 - 9xy \quad (4,4) \quad (3,0)$$

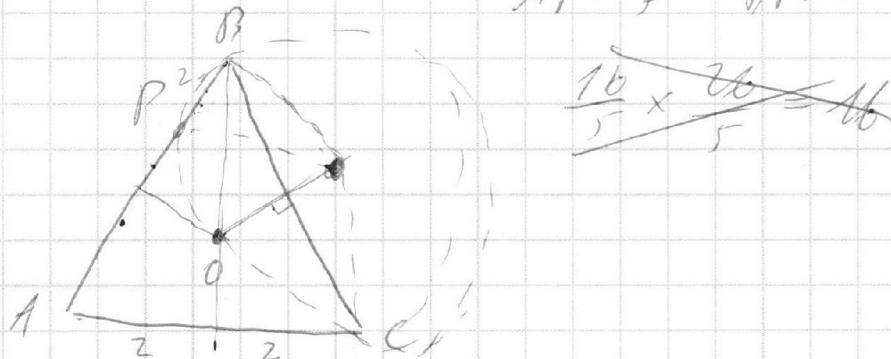
$$(x-y-3)^2 = x^2 + y^2 + 9 - 2xy - 6x + 6y \quad 7- \\ 64-1-36= \\ = 67-76 = 27$$

$$y = x-3 \quad x^3 - (x-3)^3 - 9x(x-3) =$$

$$= \cancel{x^3} - \cancel{x^3} + \cancel{9x^2} + 27x + 27 - \cancel{27x^2} + \cancel{27x} =$$

$$= 27$$

$$AP = \frac{16}{7} \quad BP = 2 \quad AC = 4$$



$$\frac{16}{7} \times \frac{26}{5} = 16$$

101 1 8 117
10471



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = -(\sin \pi x \sin \pi y + \cos \pi x \cos \pi y)$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi x - \pi y) = -\cos \alpha = \cos(\pi - \alpha) \cancel{+}$$

$$= \cos(\pi(1-x+y)) \quad \cos \alpha = \cos \beta \rightarrow \begin{cases} \alpha = \beta + 2\pi k \\ \alpha = -\beta + 2\pi k \end{cases}$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi(1-x+y)) \quad \begin{cases} 2x = 1-x+y+2k \\ 2x = x-y-1+2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = y + (2k+1) \\ x = -y + (2k-1) \end{cases}$$

$$\arccos \frac{x}{y} + \arccos \frac{y}{x} < 2\pi$$

$$\begin{cases} -9 \leq x \leq 9 \\ -9 \leq y \leq 9 \end{cases}$$

$$0 \leq \arccos(n) \leq \pi$$

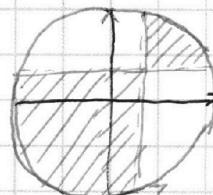
$$\begin{cases} x = -9 \\ y = -9 \end{cases} \cancel{\rho}$$

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

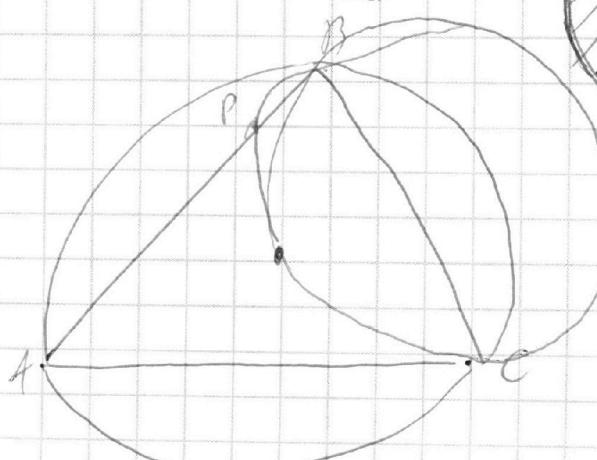
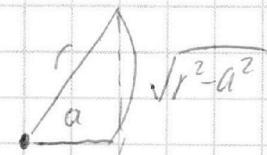
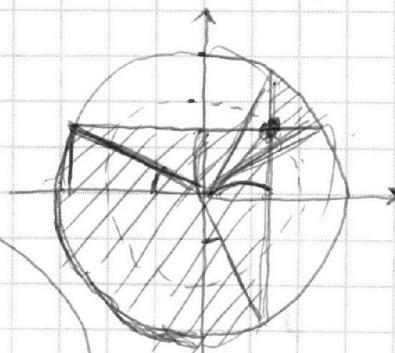
$$5 \times 10 + 9 \times 4 - 1 = \\ = 50 + 36 - 1 = 85$$

$$-9 \dots 9 \rightarrow 19 \text{ чисел } 10 \text{ чет., 9 нечет.}$$

$$x > 2\cos \alpha \\ y > 2\sin \alpha$$



$$(2\cos \alpha, 2\sin \alpha)$$



$$\Phi(\alpha) = \frac{6\pi}{2} + 2\sqrt{9 - 4\cos^2 \alpha} + \\ + 2\sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha} =$$

$$= 3\pi + 2\sqrt{5}(\sin \alpha + \cos \alpha)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1 2
0 0
1 1
2 1

$$1111 \stackrel{?}{=} 1$$

$$A = 1111 \times a \quad a \in [1; 9]$$

$$A \times B \times C : 11$$

$$B : 101 \quad B = 101$$

$$A \times B \times C : 101$$

$$C : 11 \quad C : a \quad C = \overline{aa} \quad a = r$$

$$A \times B \times C : a$$

1111
101
55

$$\begin{aligned} A &= 1111 & A &= 2222 \\ B &= 101 & B &= 101 \\ C &= 11 & C &= 22 \end{aligned}$$

$$x > 0, y > 0 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-7)(y+7)}$$

$$\frac{x-3+y+3+1}{xy} = \frac{(x-3)+(y+3)+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} \quad 1) x+y+1=0 \quad \emptyset$$

$$2) xy = x(y+3) - 3y - 9 \rightarrow x-y-3=0$$

$$\cancel{x^3-y^3-9xy+9} - \cancel{9} = x(x^2-9y)$$

$$(x-y-7)^3 = (x-y)^3 - 9(x-y)^2 + 27(x-y) - 27 =$$

$$\cancel{(x-y)^2(x-y-9)} = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 9x^2 + 18xy - 9y^2 + 27x - 27y - 27$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

1 0
11 1
12 1 2
13 3 1 3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x-y=3 \quad x^3-y^3-9xy=? \quad x-y-3=0$$

$$x(x^2-9y) \quad (x-y-3)^2 = x^2+y^2-2xy$$

$$x-y-3 \times x^2 = x^3-x^2y-3x^2 \quad (1)$$

$$(x^3-y^3-9xy)-(1) = -y^3-9xy+x^2y+3x^2$$

$$x-y-3 \times y^2 = xy^2-y^3-3y^2 \quad (2)$$

$$-y^3-9xy+x^2y+3x^2-(2) = -9xy+x^2y+3x^2-\cancel{xy^2}-\cancel{3y^2} =$$

$$= xy(x-y-3) + \cancel{-6xy-7xy}$$

$$+ 3x^2-7xy-3y^2 \\ - 3x^2-3xy-9x = 9x-3y^2$$

Х - кол-во цветов
B - кол-во листьев

$$\# P_1 = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!} \cdot \frac{x!}{4!(x-4)!} =$$

$$= \frac{(x-2)! 4! (x-4)!}{2! (x-4)!} \cdot \frac{3xy}{(x-1)x} \quad P_2 = \frac{C_{x-2}^{B-2}}{C_x^B} = \frac{(x-2)!}{(B-2)! (x-B)!} \cdot \frac{x!}{B! (x-B)!} =$$

$$= \frac{(x-2)! B! (x-B)!}{(B-2)! (x-B)! x!} = \frac{(x-2)!}{x!} \cdot \frac{B!}{(B-2)!} - \frac{B \times (B-1)}{x(x-1)}$$

$$\frac{B(B-1)}{7 \times 4} = \frac{7}{2} \quad B(B-1) = 7 \times 3 \times 2 = 42$$

$$B^2 - B - 42 = 0 \quad (B-7)(B+6) = 0 \quad B = 7$$

$$\sin(m+\alpha) - \sin(m-\alpha) = \sin m \cos \alpha + \sin \alpha \cos m - \sin m \cos \alpha + \sin \alpha \cos m$$

$$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos(m+\alpha) + \cos(m-\alpha) = \cos m \cos \alpha - \sin m \sin \alpha + \cos m \cos \alpha + \sin m \sin \alpha$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

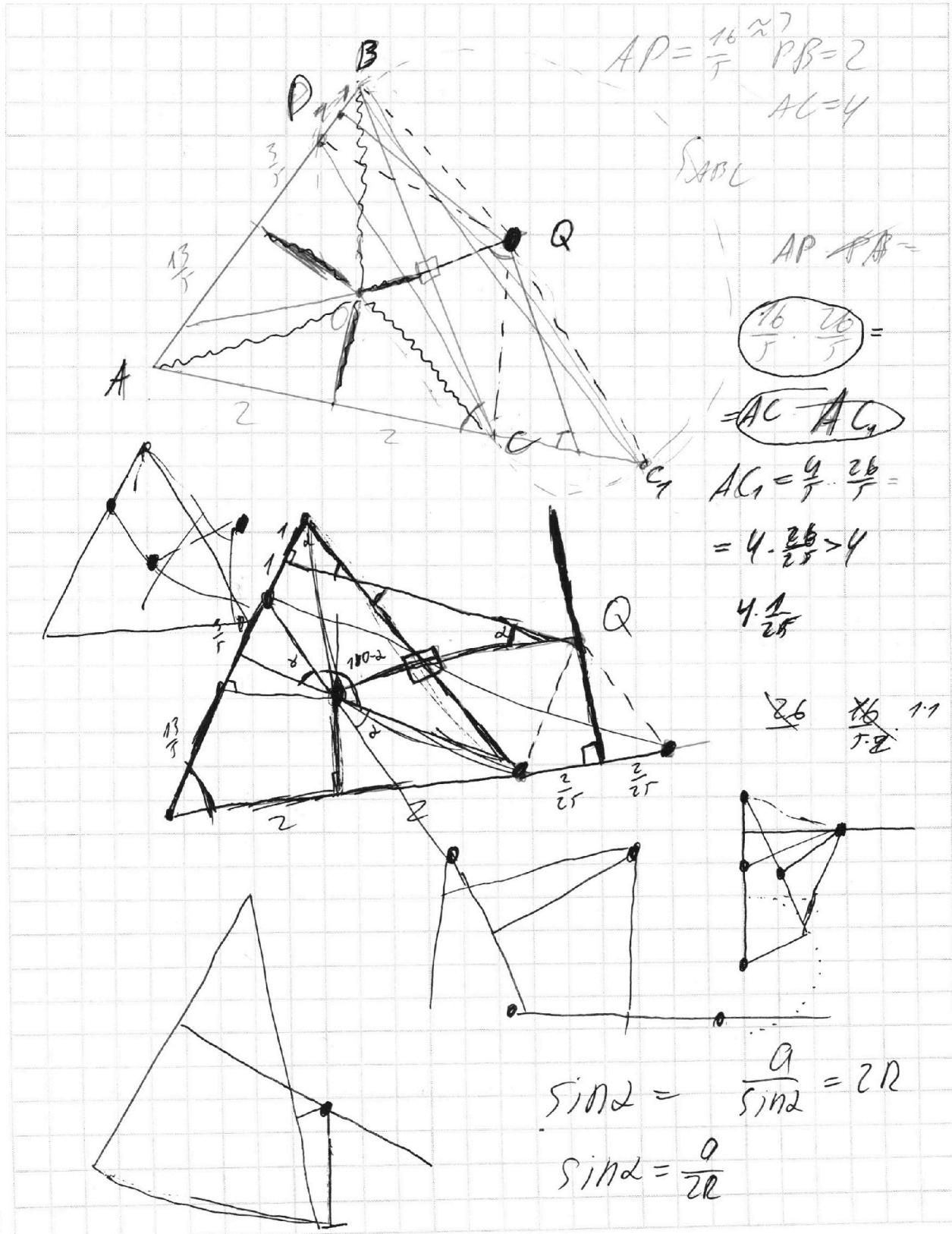


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

