



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По уму. A состоит из 4 одинаковых цифр $\Rightarrow A = \overline{aaaa}$, где $a \in \{1, \dots, 9\}$

$a \neq 0$, т.к. число не может начинаться с нуля. $\Rightarrow A = a + a \cdot 10 + a \cdot 100 + a \cdot 1000$

$$1000 = a \cdot 1111 = a \cdot 101 \cdot 11, \text{ и } 1000$$

101-кратно, ~~$A \cdot B$~~ $a < 11 \Rightarrow a \notin \{101, 11\}$. $A \cdot B \cdot C = n^2$ где

$$n \in \mathbb{N}, n \vdots A \Rightarrow n \vdots 101 \Rightarrow n^2 \vdots 101^2$$

$$\text{но } \nu_{101}(A) = 1, \text{ и } C < 100 \Rightarrow$$

$$\nu_{101}(C) = 0 \Rightarrow \nu_{101}(B) \geq 1, \text{ но } B < 1000$$

$$\Rightarrow \nu_{101}(B) = 1 \Rightarrow B = 101 \cdot k, k \in$$

$\{1, \dots, 9\}$. По уму. ≥ 1 цифра $B = 2$
т.к. $k \in \{1, \dots, 9\}$

$$\text{но } 101 \cdot k = \overline{kkk} \Rightarrow k = 2 \Rightarrow$$

$$B = 202. \Rightarrow B \not\vdots 11. n \vdots A \Rightarrow n \vdots 11$$

$$\Rightarrow n^2 \vdots 11^2, \text{ но } a < 11 \Rightarrow$$

$$\nu_{11}(A) = 1, \nu_{11}(B) = 0 \Rightarrow \nu_{11}(C) \geq 1,$$

$$\text{но } C < 100 \Rightarrow \nu_{11}(C) = 1 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$C = 11^{\circ}t, t \in \{1, \dots, 93\}$. И по усм.
 $\Rightarrow$ ~~т.е. $C = 3$~~ , но $11^{\circ}t =$
 $\overline{tt} \Rightarrow t = 3 \Rightarrow C = 33$.

Итого $B^2 = ABC = a \cdot 101 \cdot 11^{\circ}$

$$3 \cdot 11^{\circ} 2 \cdot 101 = a \cdot 101^2 \cdot 11^2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$n: 2, 3 \Rightarrow n^2: 2^2, 3^2 \Rightarrow \cancel{2} \cancel{3} \nu_2(a), \nu_3(a) \geq 1$$

$$\text{но } a < 10 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow A = 6666$$

$$\Rightarrow ABC = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2 \cdot 11^2 = (6666)^2$$

Все усм. выполнены и
 пара существует.

Ответ: $(A; B; C) = (6666;$
 $202; 33)$.

Замечание: $\nu_p(x)$ - степень высше-
 ния простого числа p в числе $x \in \mathbb{N}$.

т.е. $x: p^{\nu_p(x)}$, но $x \not\vdots \cancel{\nu_p(x)} p^{\nu_p(x)+1}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тоже } k' = \frac{1}{s+\Delta_2} + \frac{1}{s-\Delta_2} + \frac{2}{(s-\Delta_2)/(s+\Delta_2)}$$

Пусть $\Delta_1 > \Delta_2$. Докажем, что

$$(*) \quad \frac{1}{s+\Delta_1} + \frac{1}{s-\Delta_1} + \frac{2}{(s-\Delta_1)/(s+\Delta_1)} \geq \frac{1}{s+\Delta_2} + \frac{1}{s-\Delta_2} + \frac{2}{(s-\Delta_2)/(s+\Delta_2)}$$

$$\left(\frac{2}{(s-\Delta_2)/(s+\Delta_2)} \right) \Big| \cdot \frac{(s+\Delta_1)(s-\Delta_1)(s+\Delta_2)(s-\Delta_2)}{(s-\Delta_2)(s+\Delta_2)} \Leftrightarrow$$

$$(s-\Delta_1)(s^2-\Delta_2^2) + (s+\Delta_1)(s^2-\Delta_2^2) \geq (s+\Delta_2)(s^2-\Delta_1^2) + (s-\Delta_2)(s^2-\Delta_1^2)$$

$$\Leftrightarrow \underline{s^3 - \Delta_1 s^2 + \Delta_1 \Delta_2^2 - s \Delta_2^2} + \underline{s^3 + \Delta_1 s^2 - \Delta_2^2 \Delta_1 - \Delta_2^2 s} \geq \underline{s^3 - \Delta_1^2 s + \Delta_2 s^2 - \Delta_1^2 \Delta_2} + \underline{s^3 - s \Delta_1^2 - \Delta_2 s^2 + \Delta_1^2 \Delta_2} \quad | - 2s^3 \Leftrightarrow$$

$$- \Delta_1 s^2 + \Delta_1 \Delta_2^2 - s \Delta_2^2 - \Delta_2^2 s \geq - \Delta_1^2 s - s \Delta_1^2 \quad | \cdot (-1) \Leftrightarrow \Delta_2^2 < \Delta_1^2, \text{ но } \Delta_2 \text{ и } \Delta_1 > 0 \Rightarrow \Delta_2 < \Delta_1$$

$$\Delta_2^2 < \Delta_1^2 \Leftrightarrow \Delta_2 < \Delta_1 - \text{верно} \Leftrightarrow (*) - \text{верно}$$

Аналогично докажем, что при $\Delta_2 > \Delta_1$

$k' > k$. Теперь остаётся доказать, что

$$\frac{2}{s^2-\Delta_1^2} \geq \frac{2}{s^2-\Delta_2^2} \Leftrightarrow \frac{s^2-\Delta_2^2}{s^2-\Delta_1^2} \geq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow S^2 - \Delta_2^2 \stackrel{?}{\geq} S^2 - \Delta_1^2 \Leftrightarrow \Delta_1^2 \stackrel{?}{\geq} \Delta_2^2, \text{ но}$$

$$\Delta_1 \text{ и } \Delta_2 > 0 \Rightarrow \Delta_1^2 \stackrel{?}{\geq} \Delta_2^2 \Rightarrow \Delta_1 \stackrel{?}{\geq} \Delta_2 - \text{было.}$$

Аналогично для $\Delta_1 < \Delta_2$.

Итого если $\Delta_1 > \Delta_2$

Т.е. при $\Delta_1 \neq \Delta_2$: $k' \neq k$, но по условию $k' = k \Rightarrow \Delta_1 = \Delta_2$, иначе $k' \neq k$.

Т.е. если $x-1=x'$ и $y+1=y'$, то $x'+y' = x+y$

$$\text{и } |x'-y'| = |x-y|, \text{ причем } x' \neq x \text{ и } y' \neq y$$

$$\Rightarrow x' = y \text{ и } y' = x \Rightarrow x-1 = y \text{ и } y+1 = x$$

$$\text{т.е. } x = y+1. \Rightarrow M = (y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1)$$

$$= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1$$

$$\text{Ответ: } M = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Во-первых, $x-1 \neq 0$, т.к. ио уел. $\frac{1}{x-1}$ определена.

Пусть $x-1 < 0$ ~~и~~ $y+1 > 0$, т.к. $y > 0$

$$\Rightarrow (y+1)(x-1) < 0 \Rightarrow \frac{1}{x-1} < 0$$

$$\frac{2}{(y+1)(x-1)} < 0 \text{ и } \frac{1}{y+1} < \frac{1}{y} \text{ т.к. } y+1 > y (y > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(y+1)(x-1)} + \frac{1}{x-1} < \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{y+1} + \frac{2}{(y+1)(x-1)} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{2}{xy} > \frac{1}{y} \text{ т.к.}$$

$$x, y > 0 \Rightarrow \frac{1}{y} < \frac{1}{y+1} - \text{противоречие.}$$

$$\text{т.е. } x-1 > 0.$$

$$\text{Пусть } x+y=2S > 0. \text{ и } |x-y| = \Delta_1, \text{ пусть т.к. } x, y > 0, \text{ то } \Delta_1 < 2S$$

$$\text{если } x \geq y, \text{ то } x+y = y+y+\Delta_1 = 2S \Rightarrow y = \frac{S}{2} - \Delta_1$$

$$\Rightarrow x = \frac{S}{2} + \Delta_1 \text{ если } y \geq x, \text{ то наоборот.}$$

$$\text{т.е. в любом случае: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{\frac{S}{2} - \Delta_1} + \frac{1}{\frac{S}{2} + \Delta_1} + \frac{2}{S^2 - \Delta_1^2}$$

По уел. x и y замещены на $x-1$ и

$$y+1 \text{ соотв., то } x-1 + y+1 = x+y = 2S \Rightarrow$$

$x-1$ и $y+1$ тоже равны $S - \Delta_2$ и $S + \Delta_2$ в некоем

$$\text{порядке порою для } \Delta_2 = |x-1 - y-1|$$

$$\Rightarrow k' \text{ (т.е. } k \text{ в некое подст. } (x; y) = (x-1; y+1) \text{) } \Delta_2 < 2S$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим первое уравнение ~~и совокуп.~~ $\Rightarrow$

$$y = 1 - 3x, x \in \{-5, \dots, 5\} \Rightarrow x \text{ и } y \in$$

$$\{-4, \dots, 4\} \Rightarrow \text{подходят только } x = 1, 0, -1.$$

т.е. пары $(1; -2), (0; 1), (-1; 4)$.

Теперь второе:

$$y = x - 1, x \in \{-5, \dots, 5\} \text{ и } y \in \{-4, \dots, 4\}$$

$$\Rightarrow \text{подходят только } x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow \text{пары } (-3; -4), (-2; -3),$$

$$(-1; -2), (0; -1), (1; 0), (2; 1), (3; 2), (4; 3), (5; 4)$$

Итого ответ:

$$(1; -2), (0; 1), (-1; 4), (-3; -4), (-2; -3), (-1; -2), (0; -1), (1; 0), (2; 1), (3; 2), (4; 3), (5; 4)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\pi x = x_1$, $\pi y = y_1 \Rightarrow$

имеем: $(\sin x_1 + \sin y_1) \sin x_1 = (\cos x_1 + \cos y_1) \cdot$

$\cos x_1 \Leftrightarrow$

$\sin^2 x_1 - \cos^2 x_1 = \cos x_1 \cos y_1 - \sin y_1$

$\sin y_1 \Leftrightarrow -\cos(2x_1) = \cos(x_1 + y_1)$

$\Leftrightarrow \cos(\pi - 2x_1) = \cos(x_1 + y_1) \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \pi - 2x_1 = x_1 + y_1 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \pi - 2x_1 = -x_1 - y_1 + 2\pi t, t \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + y_1 = \pi(1 - 2k) \\ x_1 - y_1 = \pi(1 - 2t) \end{cases}$$

I путь: $x_1 - y_1 = \pi(1 - 2t) \Leftrightarrow$

$x_1 = \pi(1 - 2t) + y_1 \Leftrightarrow \pi x = \pi(1 - 2t) + \pi y \quad | : \pi \Leftrightarrow$

$x = 1 - 2t + y \quad (x, y) \in (\mathbb{R}, \mathbb{R}) \Rightarrow y = x - 1 + 2t \Rightarrow$

II путь: $3x_1 + y_1 = \pi(1 - 2k) \Rightarrow 3\pi x + \pi y = \pi(1 - 2k) \quad | : \pi \Rightarrow$

$\Leftrightarrow 3x + y = 1 - 2k \Rightarrow y = 1 - 3x - 2k$

поэтому $(x; 1 - 3x) \quad \forall x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$

0) По определению: $\arcsin \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

и $\arccos(\frac{y}{4}) \in [0; \pi] \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} \in$

$\frac{\pi}{2}$ и $\arccos(\frac{y}{4}) \leq \pi \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но требуется найти $(x; y) : \arcsin(\frac{x}{5}) + \arccos(\frac{y}{4}) \in \frac{3\pi}{2}$. Пусть M -
мно-во пар $(x; y) \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$:
удов. этому кр-ву и рав-у из п.а).
Тогда $(x; y) \in (\mathbb{Z}; \mathbb{Z})$ из пункта а
такие что $\arcsin(\frac{x}{5}) + \arccos(\frac{y}{4}) = \frac{3\pi}{2}$ не подходит. Но $\arcsin(\frac{x}{5}) \leq \frac{\pi}{2}$
и $\arccos(\frac{y}{4}) \leq \pi \Rightarrow$ чтоб было рав-во
 $\arcsin(\frac{x}{5}) = \frac{\pi}{2}$ и $\arccos(\frac{y}{4}) = \pi \Rightarrow$
 $\frac{x}{5} = 1$ и $\frac{y}{4} = -1 \Rightarrow x = 5$
и $y = -4$. Но из а) имеем, что
 $(x; y)$ удов. $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$. $(5; -4)$ не
подходит по
эту совек. т.к. $3x + y = 11 \neq 1$ и $x - y = 9 \neq 1$
Теперь $(x; y) \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$ и $\frac{x}{5} \in$
 $[-1; 1]$ и $\frac{y}{4} \in [-1; 1] \Rightarrow x \in \{-5, -4, \dots, 5\}$
и $y \in \{-4, \dots, 4\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$8) \text{ ~~и~~ } \frac{x}{5}, \frac{y}{4} \in [-1; 1] \Rightarrow$$

$$x \in [-5; 5] \text{ и } y \in [-4; 4]. \text{ и } x, y \in \mathbb{Z}$$

~~и~~ и мы знаем, что

$$y = x - 1 + 2t, t \in \mathbb{Z}$$

$$y = 1 - 3x - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Имеем. $y = x - 1 + 2t$, $2t$ — четное

$$x = 5 \Rightarrow \text{возм. } y = 4, 2, 0, -2, -4$$

$$x = 2 \Rightarrow \text{возм.}$$

$$y = 3, 1, -1, -3.$$

$$x = 4 \Rightarrow \text{возм. } y = 3, 1, -1, -3$$

$$x = 3 \Rightarrow \text{возм. } y = 4, 2, 0, -2, -4$$

$$x = 1 \Rightarrow \text{возм. } y = (4, 2, 0, -2, -4)$$

$$x = 0 \Rightarrow \text{возм. } y = 3, 1, -1, -3.$$

$$1) x \text{ — четное } \Rightarrow \text{возм. } y$$

$$\in \{-3; -1; 1; 3\} \text{ если } x \text{ — нечетное, то}$$

$$\text{возм. } y \in \{-4; -2; 0; 2; 4\}. \text{ Т.е. всего}$$

$$\text{чет. } x \in [-5; 5] \text{ — это } -4, -2, 0, 2, 4, \text{ т.е. 5 штук}$$

$$\Rightarrow \text{нечет. } x \in [-5; 5] \text{ — 6 } \Rightarrow \text{всего пар}$$

$$5 \cdot |\{-3; -1; 1; 3\}| + 6 \cdot |\{-4; -2; 0; 2; 4\}| =$$

$$20 + 30 = 50$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~2) у = 2x~~ II сугг. $y = 4 - 3x - 2k$, $2k$ -лет
Аналогично при $2x$ подмодет $y \in \{-3; -1; 1; 3\}$. II при $2x$ подмодет x
подмодет. $\{-4; -2; 0; 2; 4\}$. Т.е. те же
самые 50 способов.

Замечание, что эти 50 чисел удобны.

Нер-ва: $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$, т.к.
по определению $\arcsin \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow$
 $\arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$ и $\arccos \in [0; \pi] \Rightarrow$
 $\arccos(\frac{y}{4}) \leq \pi$. Тогда равенство
имеет $(x; y) \in (\mathbb{Z}; \mathbb{Z})$: $\arcsin \frac{x}{5} +$
 $\arccos(\frac{y}{4}) \leq \frac{3\pi}{2}$ и $\frac{3\pi}{2}$ и $\frac{3\pi}{2}$ из этих 50.

$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ все нер-ва
превращаются в рав-во $\Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$
 $\frac{x}{5} = 1 \Rightarrow x = 5$, $\arccos(\frac{y}{4}) = \pi \Rightarrow$ берем
 $\frac{y}{4} = -1 \Rightarrow y = -4$. Такая пара есть 50
и т.к. 5-лет $\frac{x}{5}$ -лет $\frac{y}{4}$ -лет $\frac{y}{4}$ и $\frac{y}{4}$
и $5 \in [-5; 5]$ и $-4 \in [-4; 4]$. Т.е. Ответ: $50 - 1 = 49$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть индивидуальным массовым было n ,
 $n \in \mathbb{N}$. В течение месяца ~~пусть~~ выяснилось
что билетов будет $> 4 \Rightarrow 4+x, x \in \mathbb{N}$.

$P_1 = \text{Вероятность в начале} = \frac{\text{Кол-во способов раздать билеты, так, чтоб все были и у Пети и у Васи}}{\text{Кол-во всех способов раздать билеты всем}}$

$B = C_n^4$, т.к. билеты
одинаковые.

Получаем A . мы

знаем, что были только ~~одна~~ ~~два~~ ~~три~~ ~~четыре~~ биле-
ты $\Rightarrow$ осталось раздать 2 билета
и/или оставшиеся. т.е. C_{n-2}^2 .

$$\text{Тогда } P_1 = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)(n-3) \cdot 4!}{2! (n(n-1)(n-2)(n-3))} =$$

$$\frac{12}{n(n-1)}.$$

$P_2 = \text{Вер-то в конце} = \frac{\text{Всех способов раздать всем}}{\text{только только способов раздать всем}}$
это C_n^{4+x} , а заданн. 2 и раздать
оставшим это C_{n-2}^{2+x} .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{т.е. } P_2 = \frac{C_{n-2}^{x+2}}{C_n^{x+4}} = \frac{(n-2) \dots (n-2-x-2+1)}{(x+2)!} :$$

$$\frac{n(n-1) \dots (n-x-4+1)}{(x+4)!} = \frac{(x+4)!}{(x+2)! \cdot n(n-1)}$$

$$\text{По уел. } P_2 = 2,5 P_1 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2,5 \Rightarrow$$

$$P_2 = 2,5 P_1 \Rightarrow \frac{(x+4)!}{(x+2)! \cdot n(n-1)} = \frac{12 \cdot 2,5}{(n-1)n}$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x+4) = 30 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 7x + 12 - 30 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 18 = 0$$

$$\text{По М. Вассера: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 \cdot x_2 = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Но } x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 2, \Rightarrow 4+x = 6$$

Ответ: 6 билетов.

Заметим, что все значения $\neq 0$, иначе $n \leq 4$, но
и в случае и в случае P_1 билетов в ней
и в случае ≥ 4 , т.е. М. Вассера в 100% случаев
используемые $\Rightarrow P_1 = 1 = P_2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1 \neq 2,5$
— противоречие.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

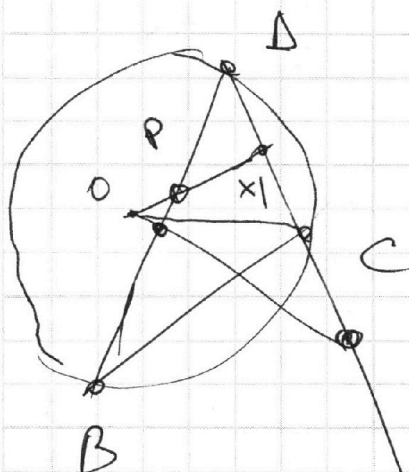
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Реш. Пусть $OP \cap AC = X_1$



$$\angle(PB, PB) = \angle(CB, CB)$$

т.к. $P \in (OBC)$

$$\angle(CB, CB) = \angle(BC, BO)$$

т.к. $OC = OB$ (радиусы
ω) $\Rightarrow \triangle OCB$ - р/в.

~~т.к.~~ $\angle(OB, OC) = 2\angle(AB, AC)$ как
центральный $\Rightarrow$ Пусть $\angle(AB, AC) = \alpha$

$$\Rightarrow \angle(OB, OC) = 2\alpha \Rightarrow \angle(BC, BO) = \angle(CO, CB) = \frac{180 - \angle(OB, OC)}{2} = 90 - \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \angle(AP, AC) &= \angle(AB, AC) + \angle(PO, PB) \\ &\quad + \angle(PO, PA) \\ &= \alpha + 90 - \alpha = 90 \Rightarrow OP \perp AC. \end{aligned}$$

$OP \cap AC = X_1$. O - центр ω $\Rightarrow$

$$OP - \text{сер. пер к } AC \Rightarrow AX_1 = \frac{1}{2}AC = \frac{9}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$PX_1^2 = AP^2 - AX_1^2 \text{ (по Th. Пиф. в } \triangle APX_1 \text{)}$$

$$= \frac{225}{4} - \frac{81}{4} = \frac{12^2}{2^2} \Rightarrow$$

$$PX_1 = \frac{12}{2}$$

~~$$\sin \angle (AP, AX_1) = \frac{PX_1}{AP} =$$~~

$$\frac{12}{15}$$

$$\angle (AP, AX_1) = \angle (AB, AC) \Rightarrow$$

$$\sin \angle (AB, AC) = \sin \angle (AP, AX_1) = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \cdot \sin \angle (AB, AC) =$$

$$\frac{(AP + PB) \cdot AC}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{(\frac{15}{2} + \frac{10}{2}) \cdot 9}{2} \cdot \frac{4}{5}$$

$$= \frac{25 \cdot 9 \cdot 4}{4 \cdot 5} = 45.$$

Ответ: $S_{\triangle ABC} = 45$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$PO \cap AC = X_1$. т.е. $PO \perp AC$ и O - центр опис. $\Rightarrow PO$ - перпен. к $AC \Rightarrow$

$$AX_1 = \frac{AC}{2} = 4,5.$$

тогда $\sin \alpha = \frac{PX_1}{AP}$. (т.к. $\angle AX_1P = 90^\circ$)

По Тр. Пифагора: $PX_1^2 = AP^2 - AX_1^2 =$

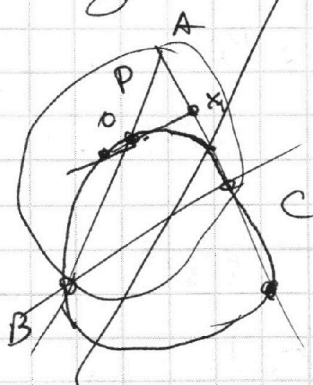
$$\frac{225}{4} - \frac{81}{4} = \frac{144}{4} \Rightarrow PX_1 = \frac{12}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{PX_1}{AP} = \frac{12}{2} \cdot \frac{2}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{5 \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} =$$

③.

т.е. $P \in [AB]$.



Аналогично $X_1 = OP \cap AC$

$$\Rightarrow OP \perp AC \Rightarrow X_1A = \frac{1}{2}AC = \frac{9}{2}$$

По уш. $AP = \frac{5}{2}$, $BP = 5 \Rightarrow$

$$AB = \frac{25}{2}.$$

По Тр. Пифагора: $PX_1^2 = AP^2 - AX_1^2$

$$= \frac{144}{4} \Rightarrow PX_1 = \frac{12}{2} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{PX_1}{AP} = \frac{4}{5}. \text{ Тогда } S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{\frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} = 45$$

Ответ: $S_{\triangle ABC} \in [29; 45]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замечание:

1) Мы заметили, что

$$\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \\ x \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \geq 3\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$$(x; y) \in \Pi \cup \text{IV} \cup \text{II} \cup \text{I} \cap \{x, y = F_2\}$$

$$\text{и } x^2 + y^2 \leq 25 \Leftrightarrow (x; y) \in F_1 \Rightarrow$$

Исходя из $\varphi(\alpha) = F_1 \cap F_2$, это в точности

равно F_1 , и/или $\alpha \in \Pi$ и IV и II равно I и

и I и II и IV и I .

а) Попробуем заметить про $6/|\cos\alpha| + |\sin\alpha|$

мы заметили, что при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ дост-ся макс.

М, но $\varphi(\frac{\pi}{4})$ и $\varphi(-\frac{3\pi}{4})$ направлены в $(0; \varphi$

симметричны, а $\varphi(\frac{\pi}{4})$ и $\varphi(\frac{3\pi}{4})$ и

$\varphi(\frac{\pi}{4})$ и $\varphi(-\frac{3\pi}{4})$ сим-ы относительно Oy и Ox соответственно.

$\Rightarrow \frac{3\pi}{4}$ и $-\frac{\pi}{4}$ также подходят. А.т.к.

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{4} \text{ и } |\cos(\alpha)|, |\sin(\alpha)| = |\cos(\alpha_1)| \text{ и } |\sin(\alpha_1)| \text{ то}$$

$\alpha \in \{\pm\frac{\pi}{4}; \pm\frac{3\pi}{4}\}$ и все α такие α годятся.

$\Rightarrow$ ответ: $M \leq 6\sqrt{2} + 5\pi$; при $\alpha \in \{\pm\frac{\pi}{4}; \pm\frac{3\pi}{4}\}$

Ответ: $M \leq 6\sqrt{2} + 5\pi$; при $\alpha \in \{\pm\frac{\pi}{4}; \pm\frac{3\pi}{4}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

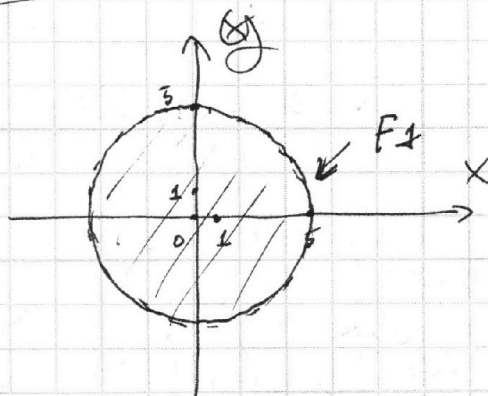
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 25$. Рисуем F_1 , удовл. этому нерав-ву
это окр. $x^2 + y^2 = 25$ ~~и всё, что внутри неё~~
+ всё, что внутри неё, т.е. круг с
центром в $(0,0)$ и $R = 5$.

$$(x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y \geq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases}$$



$$25 > 18 \Leftrightarrow 5 > 3\sqrt{2}.$$

$$\sin\alpha, \cos\alpha \in (-1; 1] \Rightarrow$$

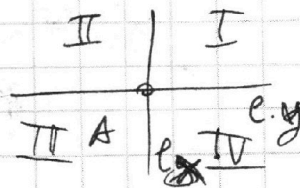
$$3\sqrt{2}\sin\alpha, 3\sqrt{2}\cos\alpha \in [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}] \in$$

$$[-5; +5] \Rightarrow \text{точка } A = (3\sqrt{2}\sin\alpha, 3\sqrt{2}\cos\alpha) \in F_1.$$

Проведем 7/3 ~~линии~~ $l.x \parallel O.y$ и $l.y \parallel O.x$. $l.x$ и $l.y$

разбивают плоск. на 4 части

~~тогда~~ $l.x \perp l.y$ не выполнят
 $l.x$ и $l.y$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда
$$\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) \in \begin{matrix} \text{IV} \\ \{x \neq, y \neq, \\ \text{e.g. } x, y\} \end{matrix}$$

$Cx \cap (y^2 + x^2 = 25) = X_1, X_2, X_1 \neq X_2, \text{ т.к.}$

$A \in Cx \text{ и } A \in F, \text{ но } (y^2 + x^2 = 25) \in$
гуще по окр. ω .

$Cy \cap \omega = Y_1, Y_2, Y_1 \neq Y_2$ (интересно)

$(X_1, \text{вне } X_2), (Y_1, \text{вне } Y_2)$

Тогда $M = AX_1 + \overline{X_1 Y_1} + Y_1 A +$
 $AX_2 + \overline{X_2 Y_2} + Y_2 A$, где

$\overline{T_1 T_2}$ - дуги по часовой стрелке

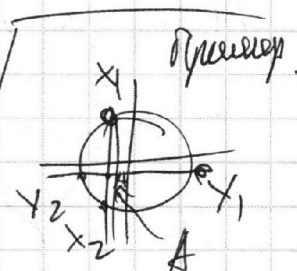
$\forall T_1, T_2 \in \omega, \overline{T_1 T_2}$ - её размер в рад., а

$|\overline{X_1 Y_1}|, |\overline{T_1 T_2}|$ - её дуга.

$\angle Y_2 X_1 X_2 = \frac{1}{2} \angle X_2 Y_2$. И по теореме синусов для

$\triangle X_1 X_2 Y_1 \neq \triangle X_1 Y_1 X_2, |\overline{X_1 Y_1}| = \overline{X_1 Y_1} \cdot R$, где

R - рад. $\omega = 5$, $|\overline{X_2 Y_2}| = \overline{X_2 Y_2} \cdot R$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{По } \overline{x_2 y_2} + \overline{x_1 y_1} = 2 < \overline{y_2 A x_2} = \pi, +k$$

$$l.x \parallel O_y \perp O_x \parallel l.y \Rightarrow l.x \perp l.y,$$

$$\text{т.е. } |\overline{x_2 y_2}| + |\overline{x_1 y_1}| = \pi R \Rightarrow \text{т.е. не завис. от } A.$$

$$Ax_1 + x_2 A = x_1 x_2, Ay_1 + Ay_2 = y_1 y_2$$

$$x_1 x_2, y_1 y_2 - \text{константы}$$

$$x_1 x_2, y_1 y_2 \leq 2R. \text{ Уточню}$$

$$M = |\overline{x_2 y_2}| + |\overline{x_1 y_1}| + Ax_1 + Ax_2 + Ay_1 + Ay_2 \neq$$

$$\leq 2R + 2R + x_1 x_2 + y_1 y_2 + \pi R \leq$$

$$4R + \pi R = (4 + \pi)R = 20 + 5\pi. \text{ Присем}$$

$$M = 20 + 5\pi \text{ достигается только когда } x_1 x_2 = 2R$$

$$\text{и } y_1 y_2 = 2R \Rightarrow \text{т.е. } x_1 x_2, y_1 y_2 - \text{const.}$$

$$\Rightarrow l.x, l.y \ni (0; 0) \Rightarrow l.x = O_x \text{ и}$$

$$l.y = O_y \Rightarrow A = (0; 0) \Leftrightarrow$$

Вот и все



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$X_1 = (3\sqrt{2}\sin\alpha; t_1) \quad X_1 \in W \Rightarrow OX_1 = 5$$

$$\Rightarrow OX_1^2 = 25 \Rightarrow 18\sin^2\alpha + t_1^2 = 25 \Rightarrow$$

$$t_1^2 = 25 - 18\sin^2\alpha.$$

$$X_2 = (3\sqrt{2}\sin\alpha; t_2) \quad X_2 \in W. \text{ Аналогично}$$

$$t_2^2 = 25 - 18\sin^2\alpha, \text{ но } t_1 \neq t_2, \text{ т.к. } X_1 \neq X_2$$

$$\Rightarrow \text{т.е. } t_1 \text{ и } t_2 \text{ разн. знаков} \Rightarrow$$

$$X_1 X_2 = \sqrt{t_1^2 - t_2^2} + |18\sin^2\alpha - 18\sin^2\alpha| = 2 \cdot 6|\sin\alpha|.$$

$$\text{Аналогично найдем, что } Y_1 Y_2 =$$

$$6|\cos\alpha|. \text{ Тогда } AX_1 + AX_2 + AY_1 + AY_2 = 2 \cdot 6|\cos\alpha| + 2 \cdot 6|\sin\alpha|$$

$$= 6\sqrt{2} \left(|\cos\alpha| \frac{\sqrt{2}}{2} + |\sin\alpha| \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 6\sqrt{2} \left(\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \right), \quad \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$$

$$1 = 1 \text{ при } \alpha + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \text{ т.е. } \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \text{т.е. } |\cos\alpha| + |\sin\alpha| = 1 \text{ при}$$

$$\alpha \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$$

$$\text{Тогда } M_A = X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + |X_1 Y_1| + |X_2 Y_2| =$$

$$6(|\cos\alpha| + |\sin\alpha|) + \pi R \leq 6\sqrt{2} + \pi R = 6\sqrt{2} + 5\pi$$

$$\text{равно только при } \alpha \in \left\{ \pm \frac{\pi}{4}; \pm \frac{3\pi}{4} \right\}$$

$$\begin{aligned} \cos\alpha_1 &= |\cos\alpha| \\ \sin\alpha_1 &= |\sin\alpha| \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

IIII

$$\begin{array}{r} 1111 \\ - 2 \\ \hline 41 \\ - 35 \\ \hline 61 \end{array}$$

11 • 101

B: ~~11~~, 101

C: $\frac{1}{a} + \frac{1}{s-a} =$

B: 101

101

202

$\frac{1}{b} + \frac{1}{s-b}$

~~K~~ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$
 II B

= 202

k • IIII

$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$ k • 101 • 11 • B

$\frac{s}{2}$

S = 24

$\frac{1}{a} + \frac{1}{s-a} \approx \frac{24}{s}$ 2 • 101² • 11 • k

C: 11, ~~4~~

k ≠ 11

s-b)

C: 11

33

3 • 2 • 101² • 11 • B = 6

S = 24

$(s-a)s + aB \geq 4(s-a)a$

$s^2 - as + as \geq 4sa - 4a^2$

$s^2 + 4a^2 \geq 4sa$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

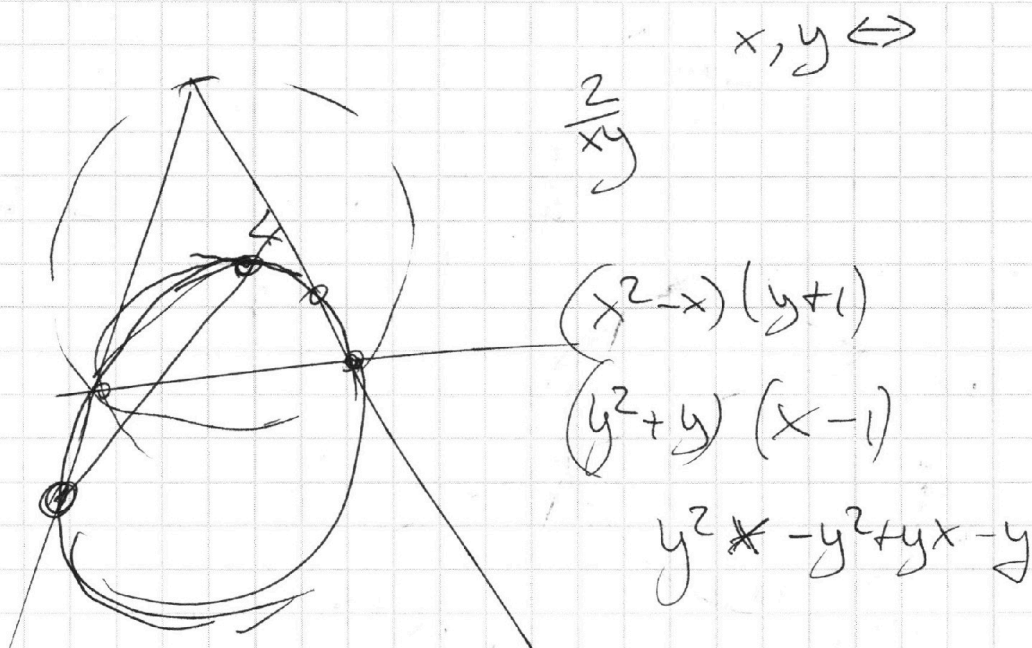
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \cdot xy$$

$$y(x-1)(y+1) + \cancel{x}(x-1)(y+1) + 2(y+1)(x-1) =$$
$$(y+1)xy + (x-1)xy + 2xy$$

$$\cancel{y^2x} - \cancel{y^2} + \cancel{yx} - y + \cancel{x^2y} + x^2 - \cancel{xy} - x +$$
$$\cancel{2yx} - 2y + 2x - 2 = \cancel{xy^2} + \cancel{xy} + \cancel{x^2y} + \cancel{xy} + \cancel{2xy}$$

$$x^2 - y^2 - 3y + x - 2 = 0$$

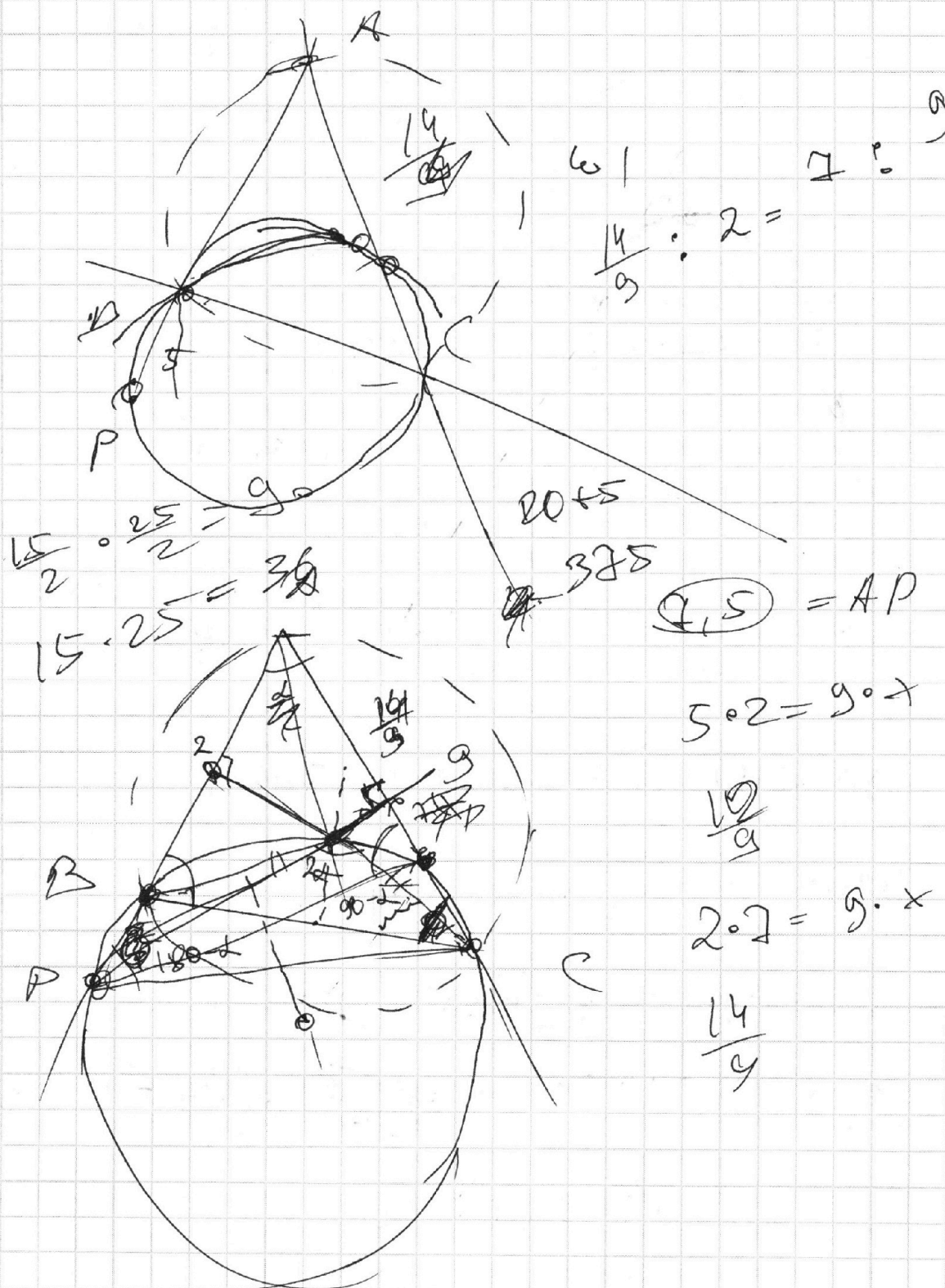


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



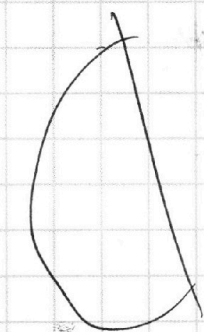


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\arcsin \frac{x}{5} = \varphi, \quad y^3(y+1)^3 - 3y(y+1)$$

$$\arccos \frac{y}{5} = \varphi_2, \quad y^3 - y^3 - 3y^2 - 3y - 1$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 < \frac{3\pi}{2} - 3y$$

$$\sin(\varphi_1) = \frac{x}{5}, \quad \left(\sin(\varphi_1) - \frac{1}{5} \right) \cdot \left(\frac{5}{y} \right) = \cos(\varphi_2)$$

$$\cos(\varphi_2) = \frac{1-x}{y}, \quad x = -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots$$

$$5 \neq 1, \dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots = x$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{(n+x)!}{n!(2+x)!} \cdot \frac{n!}{n!} = \frac{n!}{n!} \cdot \frac{n!}{n!} = 1$$

$$\frac{(n-2)(n-3)}{2(n-2) \dots (n-3)} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{C_n^4}{C_n^2} = \frac{C_{n-2}^2}{C_{n-2}^2} = 1$$

$$\frac{C_{n-2}^{n-2}}{C_{n-2}^{n-2}} = 1$$

$$\frac{C_{n-2}^{n-2}}{C_{n-2}^{n-2}} = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

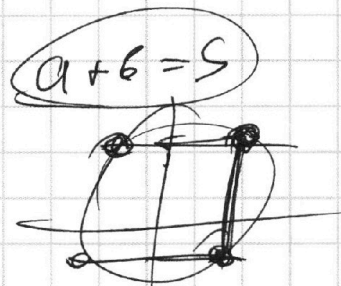
1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(s-b)b(s-a) + ab(s-b) = (s-b)/(s-a)a$$

$$+ ba(s-a)$$

$$(sb-b^2)/(s-a)$$



$$\times s^2b - sab - b^2s + b^2a + abs - ab^2$$

70
X

$$s^2a - sab - a^2s + a^2b + abs - a^2b$$

$$s^2(b-a) - s(b^2-a^2) = 0$$

$$s(b-a)/(s-b-a) = 0$$

$$(s \sin \pi x + s \sin \pi y) \sin \pi x = 0$$

$$1 - \cos^2 \pi x + s$$

$$1 - 2\cos^2 x_1$$

$$- \cos(2x_1) = \cos(x_1 + y_1)$$

$$1 - \cos^2 x_1 + s \sin y_1 \sin x_1 =$$

$$\cos^2 x_1 + \cos x_1 \cos y_1$$

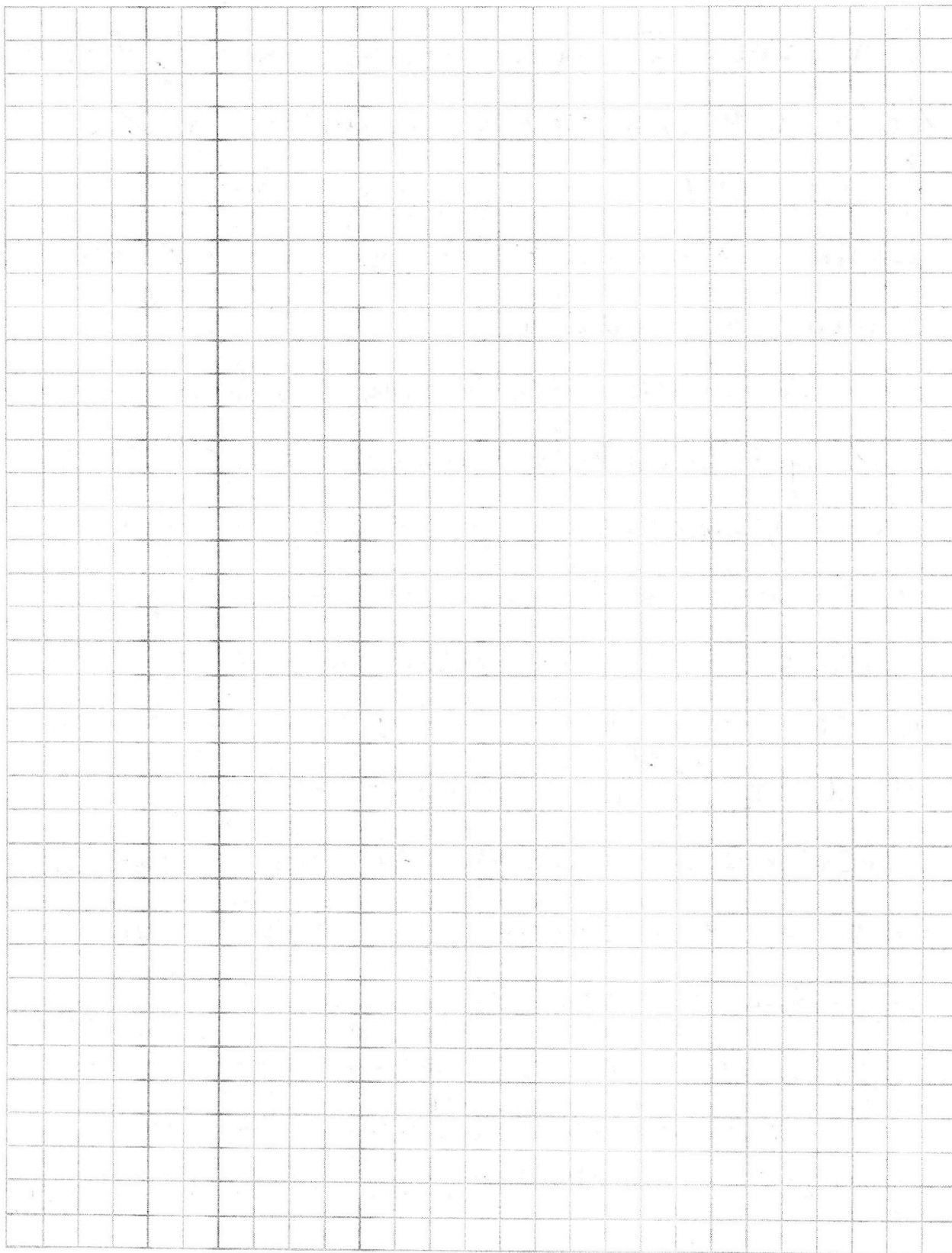


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

