



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (лины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По усл. А состоит из 4 однозначных цифр $\Rightarrow A = \overline{aaqa}$, где $a \in \{1, \dots, 9\}$

$a \neq 0$, т.к. число не может быть 0

и $\Rightarrow A = a + a \cdot 10 + a \cdot 100 + a$

$$1000 = a \cdot 1111 = a \cdot 101 \cdot 11, \quad 11 \text{ не } 101 - \text{простые, } \cancel{A \cdot B \cdot C} : a \cdot 11 \Rightarrow$$

$a \neq 101, 11$. $A \cdot B \cdot C = n^2$ где

$$a \in \mathbb{N}, n \nmid A \Rightarrow n \nmid 101 \Rightarrow n^2 \nmid 101^2$$

$$\text{ко } D_{101}(A) = 1, \text{ и } C < 100 \Rightarrow$$

$$D_{101}(C) = 0 \Rightarrow D_{101}(B) \geq 1, \text{ ко } B < 1000$$

$$\Rightarrow D_{101}(B) = 1 \Rightarrow B = 101 \cdot k, k \in$$

$\{1, \dots, 9\}$. По усл. $\exists 1$ цифра $B = 2$

$$\text{ко } 101 \cdot k = \cancel{k \cdot k} \stackrel{\text{т.к. } k \in \{1, \dots, 9\}}{} \Rightarrow k = 2 \Rightarrow$$

$$B = 202. \Rightarrow B \nmid 11. \quad n \nmid A \Rightarrow n \nmid 11$$

$$\text{ко } \Rightarrow n^2 \nmid 11^2, \text{ ко } a < 11 \Rightarrow$$

$$D_{11}(A) = 1, D_{11}(B) = 1 \Rightarrow D_{11}(C) \geq 2,$$

$$\text{ко } C < 100 \Rightarrow D_{11}(C) = 1 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$C = 110t, t \in \{1, \dots, 93\}. \text{ Ило учи.}$$

$$\Rightarrow \text{т.ч. } C = 3, \text{ ибо } 10 \cdot 1 = \\ \cancel{11} \Rightarrow t = 3. \Rightarrow C = 33.$$

$$\text{Итого } A^2 = ABC = a \cdot 101 \cdot 11 =$$

$$3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 101 = a \cdot 101^2 \cdot 11^2 \cdot 2 \cdot 3.$$

$$n: 2, 3 \Rightarrow n^2: 2^2, 3^2 \Rightarrow \cancel{\text{дл}} \quad D_2(a), D_3(a) \geq 1$$

$$\text{ибо } a < 10 \Rightarrow a = 6. \Rightarrow A = 6666.$$

$$\Rightarrow ABC = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2 \cdot 11^2 = (6666)^2$$

Все учи. Всемуальное и
непр. ег и нест. боятся.

Ответ: $(A; B; C) = (6666; 202; 33)$.

Замечание: $D_p(x)$ - степень вхожде-
ния простого числа p в число $x \in N$.

т.е. $x: p^{D_p(x)}$, ибо $x \nmid \cancel{p^{D_p(x)}} p^{D_p(x)+1}$.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } k' = \frac{1}{s+\Delta_2} + \frac{1}{s-\Delta_2} + \frac{2}{(s-\Delta_2)/(s+\Delta_2)}$$

Рассмотрим $\Delta_1 \geq \Delta_2 > 0$. Докажем, что

$$(*) \frac{1}{s+\Delta_1} + \frac{1}{s-\Delta_2} + \frac{2}{(s-\Delta_2)/(s+\Delta_1)} \stackrel{?}{\geq} \frac{1}{s+\Delta_2} + \frac{1}{s-\Delta_2}$$

$$\left(\frac{2}{(s-\Delta_2)/(s+\Delta_2)} \right) \mid \cdot (s+\Delta_1)/(s-\Delta_1) (s+\Delta_2)/(s-\Delta_2) \Leftrightarrow$$

$$(s-\Delta_1)(s^2-\Delta_2^2) \cancel{\left(s+\Delta_1 \right)} + (s+\Delta_1)/(s^2-\Delta_2^2) \stackrel{?}{>} (s+\Delta_2)/(s^2-\Delta_1^2)$$

$$+ (s-\Delta_2)(s^2-\Delta_1^2) \Leftrightarrow \underline{s^3 - \Delta_1 s^2} + \underline{\Delta_1 \Delta_2} - s \Delta_2^2 +$$

$$\underline{s^3 + \Delta_1 s^2} - \underline{\Delta_2^2 \Delta_1} + -\Delta_2^2 s \stackrel{?}{>} \underline{s^3 - \Delta_1^2 s} + \underline{\Delta_2 s^2 - \Delta_1^2 \Delta_2}$$

$$+ s^3 - s \Delta_1^2 - \underline{\Delta_2 s^2} + \underline{\Delta_1^2 \Delta_2} \mid - 2s^3 \Leftrightarrow$$

$$-\Delta_1 s^2 \cancel{+ s \Delta_2^2} \stackrel{?}{>} -s \Delta_2^2 \cancel{- \Delta_2^2 s} \stackrel{?}{>} -\Delta_1^2 s - s \Delta_1^2 \cdot \cancel{(s)}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{\Delta_1^2} \Delta_2^2 \stackrel{?}{<} \Delta_1^2 \leftarrow \text{знак ненеотрицательных } \forall s > 0 \Rightarrow -s < 0 \mid \bullet(s)$$

$$\Delta_2^2 < \Delta_1^2 \Leftrightarrow \Delta_2 < \Delta_1 - \text{бесцд} \Leftrightarrow (*) - \text{бесцд}$$

Абсурдного получилось, что $\Delta_2 > \Delta_1$,

$k' > k$. Таким образом получаем $\Delta_1 > \Delta_2$

$$\text{Доказано, что } \frac{2}{s^2-\Delta_1^2} \stackrel{?}{>} \frac{2}{s^2-\Delta_2^2} \Leftrightarrow \frac{1}{(s^2-\Delta_2^2)} \stackrel{?}{>} \frac{1}{(s^2-\Delta_1^2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow S^2 - \Delta_2^2 \stackrel{?}{\geq} S^2 - \Delta_1^2 \Leftrightarrow \Delta_1^2 \stackrel{?}{>} \Delta_2^2, \text{ т.к.}$$

$$\Delta_1 \text{ и } \Delta_2 > 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta_1^2 \stackrel{?}{>} \Delta_2^2 \Rightarrow \Delta_1 \stackrel{?}{>} \Delta_2 - \text{безу.}$$

Абсолютно уда $\Delta_1 < \Delta_2$.

Уточнение $\Delta_1 > \Delta_2$

Т.е. при $\Delta_1 \neq \Delta_2$: $k' \neq k$, но по ум $k' = k \Rightarrow \Delta_1 = \Delta_2$, иначе $k' \neq k$.

Т.е. если $x-1=x'$ и $y+1=y'$, то $x'+y'=x+y$

и $|x'-y'| = |x-y|$, потому $x' \neq x$ и $y' \neq y$
и $x, y, x', y' > 0$

$$\Rightarrow x' = y \text{ и } y' = x \Rightarrow x-1 = y \text{ и } y+1 = x$$

$$\text{Т.е. } x = y+1 \Rightarrow M = (y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1)$$

$$= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1$$

Ответ: $M = 1$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Во-первых, $x-1 \neq 0$, т.к. по усн. $\frac{1}{x-1}$ определенное.

Рассмотрим $x-1 < 0$ ~~и~~: $y+1 > 0$, т.к. $y > 0$

$$\Rightarrow (y+1)(x-1) < 0 \quad \cancel{\Rightarrow} \Rightarrow \frac{1}{x-1} < 0 \quad \text{ч}$$

$$\frac{2}{(y+1)(x-1)} < 0 \quad \text{и} \quad \frac{1}{y+1} < \frac{1}{y} \quad \text{т.к. } y+1 > y \quad (y > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(y+1)(x-1)} + \frac{1}{x-1} < \frac{1}{y} \quad \text{ч}$$

$$\frac{1}{y+1} + \frac{2}{(y+1)(x-1)} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{2}{xy} > \frac{1}{y} \quad \text{д-к.}$$

$x, y > 0 \Rightarrow \frac{1}{y} < \frac{1}{y+1}$ - члены выражение.

т.е. $x-1 > 0$.

Рассмотрим $x+y=2s > 0$. $\text{и} \quad |x-y| = \Delta_1 \Rightarrow \Delta_1 < 2s$ поскольку $x+y > 0$, то

$$\text{если } x \geq y, \text{ то } x+y = y+y+2\Delta_1 \Rightarrow y = \frac{s}{2} - \Delta_1$$

$$\Rightarrow x = \frac{s}{2} + \Delta_1 \text{ если } y \leq x, \text{ то } \text{следует.}$$

$$\text{т.е. } \text{в} \text{ выражении} \text{ имеем: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{s-\Delta_1} + \frac{1}{s+\Delta_1} + \frac{2}{s^2-\Delta_1^2}$$

и \forall y усн. x и y зависят от $x-1$ и

$$y+1 \text{ соответственно, то } x-1 + y+1 = x+y = 2s \Rightarrow$$

$x-1$ и $y+1$ тоже зависят от $s - \Delta_2$ и $s + \Delta_2$ в итоге

имеем $\Delta_2 = |x-1 - y - 1|$ поскольку $x-1 > 0, y+1 > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow k' \quad (\text{т.е. } k \text{ в итоге получит } (x-1; y+1) \left(\begin{array}{l} \Delta_2 \\ < 2s \end{array} \right))$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим первое уравнение из системы. \Rightarrow

$y = 1 - 3x$, $x \in \{-5, \dots, 5\}$ ~~значит~~ и $y \in \{-4, \dots, 4\}$ \Rightarrow подходит только $x = 1, 0, -1$. т.е. пары $(1; -2), (0; 1), (-1; 4)$.

Теперь второе:

$y = x - 1$, $x \in \{-5, \dots, 5\}$ $y \in \{-4, \dots, 4\}$
 \Rightarrow подходит только $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$. \Rightarrow пары ~~$(-3; -4), (-2; -3), (-1; -2), (0; -1), (1; 0), (2; 1), (3; 2), (4; 3), (5; 4)$~~
 ~~$(-3; -4), (-2; -3), (-1; -2), (0; -1), (1; 0), (2; 1), (3; 2), (4; 3), (5; 4)$~~

Итого есть:

~~$(1; -2), (0; 1), (-1; 4), (-3; -4), (-2; -3)$~~
 ~~$(-1; -2), (0; -1), (1; 0), (2; 1), (3; 2), (4; 3), (5; 4)$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\pi x = x_1$, $\pi y = y_1 \Rightarrow$

имеем: $(\sin x_1 + \sin y_1) \sin x_1 = (\cos x_1 + \cos y_1)$

$$\bullet \cos x_1 \Leftrightarrow$$

$$\sin^2 x_1 - \cos^2 x_1 = \cos x_1 \cos y_1 - \sin x_1 \sin y_1$$

~~$\sin y_1$~~ $\Leftrightarrow -\cos(2x_1) = \cos(x_1 + y_1)$

$$\Leftrightarrow \cos(\pi - 2x_1) = \cos(x_1 + y_1) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \pi - 2x_1 = x_1 + y_1 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \pi - 2x_1 = -x_1 - y_1 + 2t\pi, t \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + y_1 = \pi(1 - 2t) \\ x_1 - y_1 = \pi(1 - 2t) \end{cases}$$

$$\text{I альт. } x_1 - y_1 = \pi \Leftrightarrow (1 - 2t) \Leftrightarrow$$

$$x_1 = \pi + y_1 \Leftrightarrow \pi x = \pi + \pi y \quad | : \pi \Leftrightarrow$$

$$x = 1 + y - 2t \quad \cancel{\text{или } (\pm y)} \quad \Rightarrow y = x - 1 \stackrel{+2t}{=} \text{недвл. кор} \quad (x; \cancel{y}) \quad \forall x \in \mathbb{R}, \cancel{y} \in \mathbb{R}$$

$$\text{II альт: } 3x_1 + y_1 = \pi \Leftrightarrow 3\pi x + \pi y = \pi \quad | : \pi$$

$$\Leftrightarrow 3x + y = 1 - 2t \Rightarrow y = 1 - 3x \stackrel{-2t}{=} \cancel{\text{недвл. кор}}$$

~~или~~ недвл. кор $(x; 1 - 3x) \quad \forall x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$

5) По определению: $\arcsin \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\text{и } \arccos\left(\frac{y}{4}\right) \in [0; \pi] \Rightarrow \arccos\left(\frac{y}{4}\right) \leq$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ и } \arccos\left(\frac{y}{4}\right) \leq \pi \Rightarrow \arccos\left(\frac{x}{5}\right) + \arccos\left(\frac{y}{4}\right) \leq \frac{3\pi}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Но глубокая логика $(x; y) \in \text{arcsin}\left(\frac{x}{5}\right) \times \arccos\left(\frac{y}{4}\right)$ $\subset \frac{3\pi}{2} \cancel{\text{--}}$. Рассмотрим пару $(x, y) \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$:
 Условие $\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) + \arccos\left(\frac{y}{4}\right) = \pi$ (или $\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) + \arccos\left(\frac{y}{4}\right) = 3\pi/2$)
 Тогда $(x; y) \in (\mathbb{Z}; \mathbb{Z})$ из условия а также $x \neq 0$ ~~и~~ $\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) + \arccos\left(\frac{y}{4}\right) = \pi$
 $= \frac{3\pi}{2}$ не подходит. Но $\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) \leq \frac{\pi}{2}$ и $\arccos\left(\frac{y}{4}\right) \leq \pi \Rightarrow$ $\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) = \frac{\pi}{2}$ и $\arccos\left(\frac{y}{4}\right) = \pi \Rightarrow$
 $\frac{x}{5} = 1$ и ~~$\arccos\left(\frac{y}{4}\right) = -1$~~ $\Rightarrow x = 5$
 $y = 4$ и $y = -4$. Но из а) имеем, что $(x; y)$ логика. $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow (5; 4)$ не подходит
 $x - y = 1$ подходит под xy симметрии. т.к. $3x + y = 11 \neq 1$ и $x - y = 9 \neq 1$
 Теперь ~~$(x, y) \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$~~ $x \in \{-5, -4, \dots, 5\}$ и $y \in \{-4, \dots, 4\}$
 $\{ -1; 1 \} \cup \frac{y^*}{4} \in [-1; 1] \Leftrightarrow x \in \{-5, -4, \dots, 5\}$
 $y \in \{-4, \dots, 4\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{8) } \cancel{x} \neq \frac{2}{5}, \frac{y}{4} \in [-1; 1] \Rightarrow$$

$x \in [-5; 5]$ и $y \in [-4; 4]$. и $x, y \in \mathbb{Z}$

В и ини зовем, что

$$\begin{cases} y = x - 1 + 2t, t \in \mathbb{Z} \\ y = -3x - 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

I сущ. $y = x - 1 + 2t$, $2t$ - чётн.

$$x = 5 \Rightarrow \text{нечёт. } y = 4, 2, 0, -2, -4$$

$$x = 2 \Rightarrow \text{нечёт.}$$

$$x = 4 \Rightarrow \text{нечёт. } y = 3, 1, -1, -3$$

$$y = 3, 1, -1, -3.$$

$$x = 3 \Rightarrow \text{нечёт. } y = 4, 2, 0, -2, -4$$

$$x = 1 \Rightarrow \text{нечёт. } y = (4, 2, 0, -2, -4)$$

$$x = 0 \Rightarrow \text{нечёт. } y = 3, 1, -1, -3.$$

1) x - чётн. \Rightarrow ~~нечёт.~~ y

$\in \{-3; -1; 1; 3\}$ при x - чётн., т.о.

нечёт. $y \in \{-4; -2; 0; 2; 4\}$. т.е. 6 вариантов

вар. $x \in [-5; 5]$ - это $-5, -4, -2, 0, 2, 4$, т.е. 6 штук

\Rightarrow всего $x \in [-5; 5] - 6 \Rightarrow$ всего пар

$$5 \cdot |\{-3; -1; 1; 3\}| + 6 \cdot |\{-4; -2; 0; 2; 4\}| =$$

$$20 + 30 = 50$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~2) $\frac{y}{x} \geq 0$~~ № сущ 2. $y = 4 - 3x - 2k$, $2k - \text{результат}$

Аналогично тому как x получается $y \in \mathbb{R} \setminus$

$\{-3; -1; 1; 3\}$. Или если $x < 0$

найдем $\{ -4; -2; 0; 2; 4 \}$. Т.е. т.е. всего

самые 50 способов.

Всего же, это для 50 решений уравнения.

Неп-бы : $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$, x, y ,

но определено $\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow$

$\arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$ и $\arccos x \in [0; \pi] \Rightarrow$

$\arccos(\frac{y}{4}) \leq \pi$. Тогда получаем

то есть $(x; y) \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$: $\arcsin \frac{x}{5} +$

$\arccos(\frac{y}{4}) \leq \frac{3\pi}{2}$ и получим из этого 50

$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ все неп-бы

представляем в виде $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$\frac{x}{5} = 1 \Rightarrow x = 5$, $\arccos(\frac{y}{4}) = \pi \Rightarrow$ бывал

$y = -4 \Rightarrow y = -4$. Таких пар есть 50

и 5-каждый из 50-ти решений входит

и $5 \in \{-5; -5\}$ и $-4 \in \{-4; 4\}$. Т.е. ответ: $50 - 1 = 49$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть единственный дежурный день n , $n \in \mathbb{N}$. В течение месяца ~~нужен~~ выяснилось что бывает > 4 $\Rightarrow 4+x, x \in \mathbb{N}$.

$P_1 =$ Вероятность в течение $=$ Кое-бо способов раздать бывает, так, что они были и ч

$$B = C_n^4, \text{ т.к. бывает } \text{одинаковые}.$$

$A =$ Речи и у Вас ч

$B =$ Кое-бо ^{всех} способов раздать бывает ~~бывает~~.

Рассмотрим A. мы

запишем, что один из этого осталось днём \Rightarrow осталось разделяться 2 бывает и 1 оставшееся. т.е. C_{n-2}^2 .

$$\text{Тогда } P_1 = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)(n-3) \cdot 4!}{2! (n(n-1))(n-2)(n-3)} =$$

$$\frac{12}{n(n-1)}.$$

$P_2 =$ Вероятно в течение ~~нужен~~ времени аварийно, только тогда способов раздать всем это C_n^{4+x} , а видимо 2 и раздают C_{n-2}^{2+x} .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{т.е. } P_2 = \frac{\binom{n+x}{n-2}}{\binom{n+x}{n}} = \frac{(n-2)\dots(n-2-x-2+1)}{(x+2)!} \quad :$$

$$\frac{n(n-1)\dots(n-2x-4+1)}{(x+4)!} = \frac{(x+4)!}{(x+2)! n(n-1)}$$

$$\text{По условию } P_2 = 2,5 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2,5 \Rightarrow$$

$$P_2 = 2,5 P_1 \Rightarrow \frac{(x+4)!}{(x+2)! n(n-1)} = \frac{12 \cdot 2,5}{(n-1)n} \quad | \text{ отмечено}$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x+4) = 30 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 7x + 12 - 30 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 18 = 0$$

$$\text{По формуле Виета: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 \cdot x_2 = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = 2. \end{cases}$$

$$\text{Но } x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 2, \Rightarrow 4 + x = 6$$

Ответ: 6 биномов.

Заметим, что все числа $\neq 0$, кроме $n \leq 4$, то в касательственном решении x ~~в~~ не может быть биномов в первом члене ≥ 4 , т.е. Р.у. Всего $6 \cdot 100\% = 6$ штук биномов $\Rightarrow P_1 = 1 - P_2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1 \neq 2,5$ — неправильное.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача. Докажите $OP \perp AC$.

$\angle(PB, PB) = \angle(CB, CB)$

т.к. $P \in (OBC)$.

$\angle(CB, CB) = \angle(BC, BO)$

т.к. $OC = OB$ (радиусы сферы)

$\Rightarrow \triangle OCB - p(O)$.

~~$\angle(AB, OC) = 2\angle(AB, AC)$~~ как утверждалось \Rightarrow . Докажем $\angle(AB, AC) = \alpha$

$$\Rightarrow \angle(AB, OC) = 2\alpha \Rightarrow \angle(BC, BO) = \angle$$

$$\angle(CO, CB) = \frac{180 - \angle(AB, OC)}{2} = 90 - \alpha.$$

Тогда $\angle(AP, AC) = \angle(AB, AC) + \angle(PD, PB)$

$$\angle(PD, PA) \quad ||$$

$$\angle(AB, AC) + \angle(D, CB)$$

$$= \alpha + 90 - \alpha = 90 \Rightarrow OP \perp AC.$$

$OP \perp AC = x_1$. O -центр $\omega \Rightarrow$

OP — сер. нр $\angle AOC \Rightarrow Ax_1 = \frac{1}{2}AC = \frac{9}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$PX_1^2 = AP^2 - AX_1^2 \quad (\text{по Th. Pythag. след.}$$

$$\Delta APX_1) = \frac{225}{4} - \frac{81}{4} = \frac{122}{4} \Rightarrow$$

$$PX_1 = \frac{12}{2}$$

~~сторона~~ $\sin \angle (AP, AX_1) = \frac{PX_1}{AP} =$

$$\frac{12}{25}$$

$$\angle (AP, AX_1) = \angle (AB, AC) \Rightarrow$$

$$\sin \angle (AB, AC) = \sin \angle (AP, AX_1) = \frac{12}{25} = \frac{4}{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \cdot \sin(\angle (AB, AC)) =$$

$$\frac{(AP+PB)AC}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\left(\frac{15}{2} + \frac{10}{2}\right) \cdot 9}{2} \cdot \frac{4}{5}$$

$$= \frac{25 \cdot 4}{4 \cdot 5} = 45.$$

Ответ: $S_{\triangle ABC} = 45$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\text{PO} \cap AC = X_1$. т.е. $\text{PO} \perp AC$ и $O -$

вероят омс. $\Rightarrow \text{PO} - \text{лев.-нр} \cap AC \Rightarrow$

$$AX_1 = \frac{AC}{2} = 4,5.$$

$$\text{Тогда } \sin \angle = \frac{PX_1}{AP}. (\text{т.к. } AX_1, P) = 90^\circ$$

По Th. Пифагора: $PX_1^2 = AP^2 - AX_1^2 =$

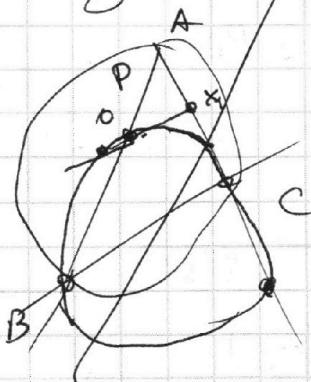
$$\frac{225}{4} - \frac{81}{4} = \frac{144}{4} \Rightarrow PX_1 = \frac{12}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \angle = \frac{PX_1}{AP} = \frac{12}{2} \cdot \frac{2}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}.$$

$$S_{\triangle ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin \angle = \frac{5}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} =$$

(3).

Найд. $P \notin [AB]$.



Аналогично $X_1 = OP \cap AC$

$$\Rightarrow OP \perp AC \Rightarrow X_1A = \frac{1}{2}AC = \frac{9}{2}$$

$$\text{По ум. } AP = \frac{15}{2}, BP = 5 \Rightarrow$$

$$AB = \frac{25}{2}.$$

По Th. Пифагора: $PX_1^2 = AP^2 - AX_1^2$

$$= \frac{225}{4} \Rightarrow PX_1 = \frac{15}{2} \Rightarrow$$

$$\sin \angle = \frac{PX_1}{AP} = \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{5}.$$

$$\text{Тогда } S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle}{2} =$$

$$\text{Отвт. } S_{\triangle ABC} = 27; 45$$

$$\frac{\frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} = (45)$$

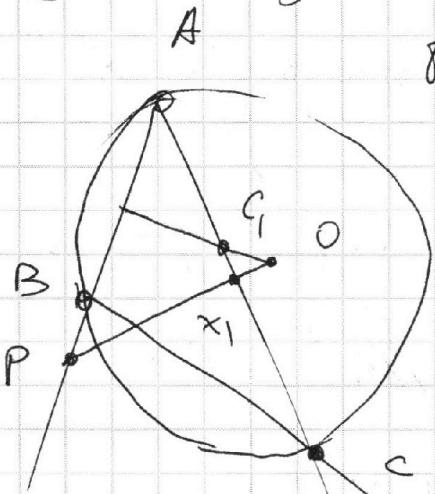
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I ач^н, когда $P \notin \Sigma ABC$ (отрезок).



Пусть $\omega_2 \cap AC = C_1$
 $(P, \omega_2) = C$.

Тогда $\text{pow}(A, \omega_2) = AB \cdot AP$

$\text{pow}(A, \omega_2) = AC_1 \cdot AC$,

также $\text{pow}(A, \omega_2)$ — кон.

также A отрезок ω_2

$$\Rightarrow AB \cdot AP = AC \cdot AC_1.$$

$$AP = \frac{15}{2}, BP = 5 \Rightarrow AB = AP - BP = 7,5$$

$$AC = \dots \Rightarrow \cancel{AB} \cdot \cancel{AC} = \cancel{AC_1} \cdot \cancel{AC} \Rightarrow$$

$$7,5 \cdot \frac{15}{2} = 5 \cdot AC_1 \Rightarrow \frac{75}{2} = AC_1$$

$$P \in (\text{BOC}) \Rightarrow \angle BPO = \angle OCB \cdot \text{но}$$

$$OC = OB \text{ как радиусы } \omega_1 \Rightarrow \angle BOC = \angle P/O$$

$$\Rightarrow \angle OCB = \frac{180 - \angle BOC}{2}. \text{ Но } \angle BOC =$$

$\angle BAC$ (внекружковое) $\Rightarrow \cancel{\angle BAC}$

$$\angle OCB = 90 - \angle BAC \text{ (две с } \angle BAC) = \alpha.$$

$$\Rightarrow \angle APO = \alpha, \text{ но } \angle PAC_1 = \alpha \Rightarrow$$

$$PO \perp AC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замечание:

1) Мы можем, что

$$\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \\ x < 3\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \geq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases} \Leftrightarrow$$

$(x; y) \in \text{II}_{\text{I}} \cup \text{IV}_{\text{I}}$ т.к. $\ell.y = F_2$

и $x^2 + y^2 \leq 25 \Leftrightarrow (x; y) \in F_1 \Rightarrow$

Изменение $\varphi(\alpha) = F_1 \cap F_2$, это биконкавые

касты F_1 и $y \in \text{II}_{\text{I}} \cup \text{IV}_{\text{I}}$ и в касте $\ell.x$

и $\ell.y \in F_1$. \square .

§

2) Понадобилось показать что $6/|\cos\alpha| + |\cos\alpha|$ нее константа, что при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ достигает максимума.

Но, что $\varphi(\frac{\pi}{4})$ и $\varphi(-\frac{3\pi}{4})$ являются $\ell(0; \varphi)$

единственными, а $\varphi(\frac{\pi}{4})$ и $\varphi(\frac{3\pi}{4})$ и

$\varphi(\frac{\pi}{4})$ и $\varphi(-\frac{3\pi}{4})$ есть единственные

$\Rightarrow \frac{3\pi}{4}$ и $-\frac{\pi}{4}$ тоже являются максимумами.

$\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$ и $|\cos(\alpha)|, \sin(\alpha) = (\cos(\alpha_1), \sin(\alpha_1))$ то

$\alpha \in \left\{ \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4} \right\}$ и все эти значения α возможны.

\Rightarrow сумма $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ тоже максимум.

Ответ: $M \leq 6\sqrt{2} + 5\pi$; при $\alpha \in \left\{ \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4} \right\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------

СТРАНИЦА
1 ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

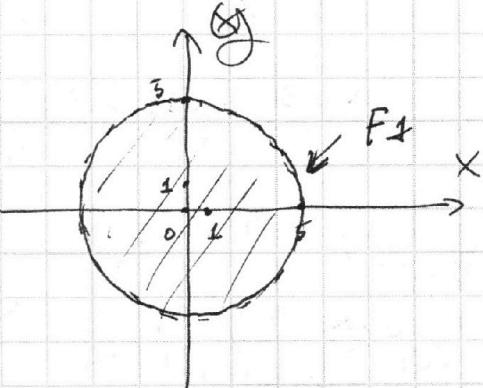
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin \alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 25$. Parabola F_1 , global. Tracey kept by
 20000. $x^2 + y^2 = 25$ ~~(not a parabola)~~

+ беë, эмо ворумын кеë, + Р. урэг с
үзүүрээн 6 (0,10) н R = 5.

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \iff$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ t < 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{array} \right.$$



$$25 > 18 \Leftrightarrow 5 > 3\sqrt{2}.$$

$$\sin \delta, \cos \delta \in [-1; 1] \Rightarrow$$

$$3\sqrt{2} \text{ sand}, 3\sqrt{2} \text{ wood} \in [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}] \in$$

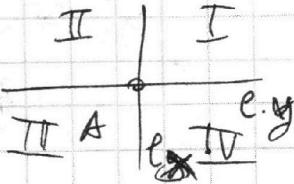
$$[-5; +5] \Rightarrow \text{Torque } A = (\cancel{\sin \theta} \cos \theta) 3\sqrt{2} \sin \alpha,$$

$3\sqrt{2} \text{ (есл.)} \in F_1$. Проверим $\frac{1}{3}$ этого утверждения

$\ell \times 110g + 1.4' / 110g$: $\ell \times u$ t.y

президентом Ильинск. Всё Часто

Davyd 2 x I & T.II = by
Please close, we believe
e.x u p. by





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) \in \text{IV}$
~~л. x, л. y~~

$\ell \times \cap (y^2 + x^2 = 25) = x_1, x_2 \quad x_1 \neq x_2, \forall k$

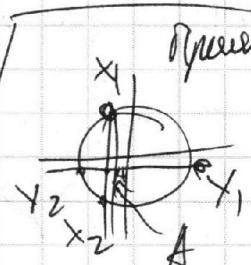
$A \in \ell \times \wedge A \notin F_1, \text{ но } \notin (y^2 + x^2 = 25) \in$
 далее это окр. w.

$\ell \cdot y \cap w = Y_1, Y_2, Y_1 \neq Y_2$ (исключение)

$(x_1, \text{внешне } x_2), (Y_1, \text{внешне } Y_2)$.

Тогда $M = A x_1 + \overline{x_1 Y_1} + Y_1 A +$

$A x_2 + \overline{x_2 Y_2} + Y_2 A$, где



$T_1 T_2$ - это не рабочий симба

$\forall T_1, T_2 \in w, T_1 T_2$ - её размер в раб., q

$|T_1 T_2|$ - её длина.

$\angle x_2 x_1 x_2 = \frac{1}{2} x_2 Y_2$. Но т. смущает что

$x_2 x_1 x_2$ ~~и~~ $|x_1 Y_1| = x_1 Y_1 \cdot R$, где

R - раб. w = 5, $|x_2 x_2| = x_2 Y_2 \cdot R$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Но } \overline{x_2y_2} + \overline{x_1y_1} = 2 < Y_2 A X_2 = \cancel{\pi}, \text{ т.к.}$$

$$c.x \parallel Oy \perp Oy \parallel c.y \Rightarrow c.x \perp c.y.$$

$$\text{т.е. } |\overline{x_2y_2}| + |\overline{x_1y_1}| = \cancel{\pi R}. \rightarrow \text{т.е. не}\newline \text{завис. от A.}$$

$$Ax_1 + Ax_2 = \cancel{Y_1 Y_2}, \quad Ay_1 + Ay_2 = \cancel{X_1 X_2}$$

$$x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2 - \text{когда } \omega \cancel{\text{завис.}}$$

$$x_1 x_2, y_1 y_2 \leq 2R. \quad \text{Учтено}$$

$$M = |\overline{x_2y_2}| + |\overline{x_1y_1}| + Ax_1 + Ax_2 + Ay_1 + Ay_2 =$$

$$\cancel{2} \cancel{x_1 x_2 + y_1 y_2} + \cancel{\pi R} \leq$$

$$4R + \pi R = (4+\pi)R = 20 + 5\pi. \quad \text{Причем}$$

$$M = 20 + 5\pi \text{ получается только когда } x_1 x_2 = 2R$$

$$\text{и } y_1 y_2 = 2R \Rightarrow \text{т.к. } x_1 x_2, y_1 y_2 - \text{длин.}$$

$$\Rightarrow c.x, c.y \ni (0, 0) \Rightarrow c.x = Ox \text{ и}$$

$$c.y = Oy \Rightarrow A = (0, 0) \Leftrightarrow$$

~~Задание решено~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 = (3\sqrt{2} \sin \alpha; t_1) \quad x_1 \in \omega \Rightarrow OX_1 = 25$$

$$\Rightarrow OX_1^2 = 25 \Rightarrow 18 \sin^2 \alpha + t_1^2 = 25 \Rightarrow$$

$$t_1^2 = 25 - 18 \sin^2 \alpha.$$

$$x_2 = (3\sqrt{2} \sin \alpha; t_2) \quad x_2 \in \omega. \text{ Аналогично}$$

$$t_2^2 = 25 - 18 \sin^2 \alpha, \text{ т.е. } t_1 \neq t_2, \text{ и } x_1 \neq x_2$$

~~также~~ t_1 и t_2 разные значения \Rightarrow

$$x_1 x_2 = \sqrt{|t_1^2 - t_2^2| + |18 \sin^2 \alpha - 18 \sin^2 \alpha|} = 6 |\sin \alpha|.$$

Аналогично получаем, что $y_1 y_2 =$

$$6 |\cos \alpha|. \text{ Тогда } Ax_1 + Ax_2 + Ay_1 + Ay_2 = \angle_{1,2}(0; \frac{\pi}{2})$$

$$6 (\cos \alpha + \sin \alpha) = 6\sqrt{2} \left(\cos \alpha \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \alpha \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^4$$

$$= 6\sqrt{2} \left(\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right), \quad \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1$$

$$|\alpha| = 1 \text{ при } \alpha + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \text{ т.е. } \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \cancel{\cos \alpha + \sin \alpha} = 1 \text{ при}$$

$$\alpha \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4} \right\}.$$

$$\text{Тогда } M = x_1 x_2 + y_1 y_2 + |x_1 y_1| + |x_2 y_2| =$$

$$6 (\cos \alpha + \sin \alpha) + \pi R \stackrel{\leq}{=} 6\sqrt{2} + \pi R, \text{ лучше}$$

правильнее при $\alpha \in \left\{ \frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4} \right\}$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \\ \sin \alpha = \end{cases}$$

$$\cos \alpha =$$

$$\sin \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \boxed{1111} \\ - \boxed{1111} \\ \hline \boxed{12} \end{array} \quad \boxed{11 \cdot 101} \quad B: \cancel{\boxed{11 \cdot 101}}$$

$$C: \frac{1}{a} + \frac{1}{s-a} =$$

~~87~~ B: 101 101 202 $\frac{1}{6} + \frac{1}{5-6}$

$$\text{Kg } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} B = 202. \quad k \cdot 1111$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} k \cdot |10| \circ 11 = B$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{25} \cdot 2 \cdot 101^2 - 11 \cdot K$$

$\vdash : \Pi, \mathcal{B}$ $\mathcal{U} \models \Pi$

3-6)

C : 11 (33)

$$3 \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 11^2 R = 6 \quad S = 24$$

$$(S-a)S + a\beta \geq y(S-a)\varphi$$

$$\cancel{s^2 - as + as} \geq 4sa - 4a^2$$

$$\underline{S^2 + 4a^2 \geq 4SA}$$

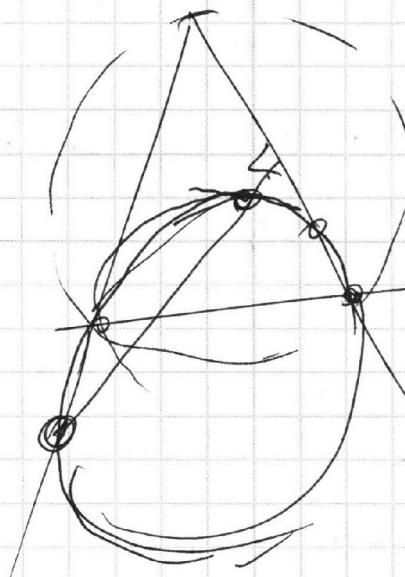


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$x, y \leftrightarrow$

$$\frac{2}{xy}$$

$$(x^2 - x)(y + 1)$$

$$(y^2 + y)(x - 1)$$

$$y^2 * -y^2 + yx - y$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad | \cdot xy$$

$$y(x-1)(y+1) + \cancel{x}(x-1)(y+1) + 2(y+1)(x-1) =$$

$$(y+1)xy + (x-1)xy + 2xy$$

$$\cancel{y^2x} - \cancel{y^2} \cancel{+ yx} - y + \cancel{x^2y} + \cancel{x^2} \cancel{+ xy} - x +$$

$$\cancel{2yx} - 2y + 2x - 2 = \cancel{xy^2} \cancel{+ xy} + \cancel{x^2y} \cancel{- xy} \cancel{+ 2xy}$$

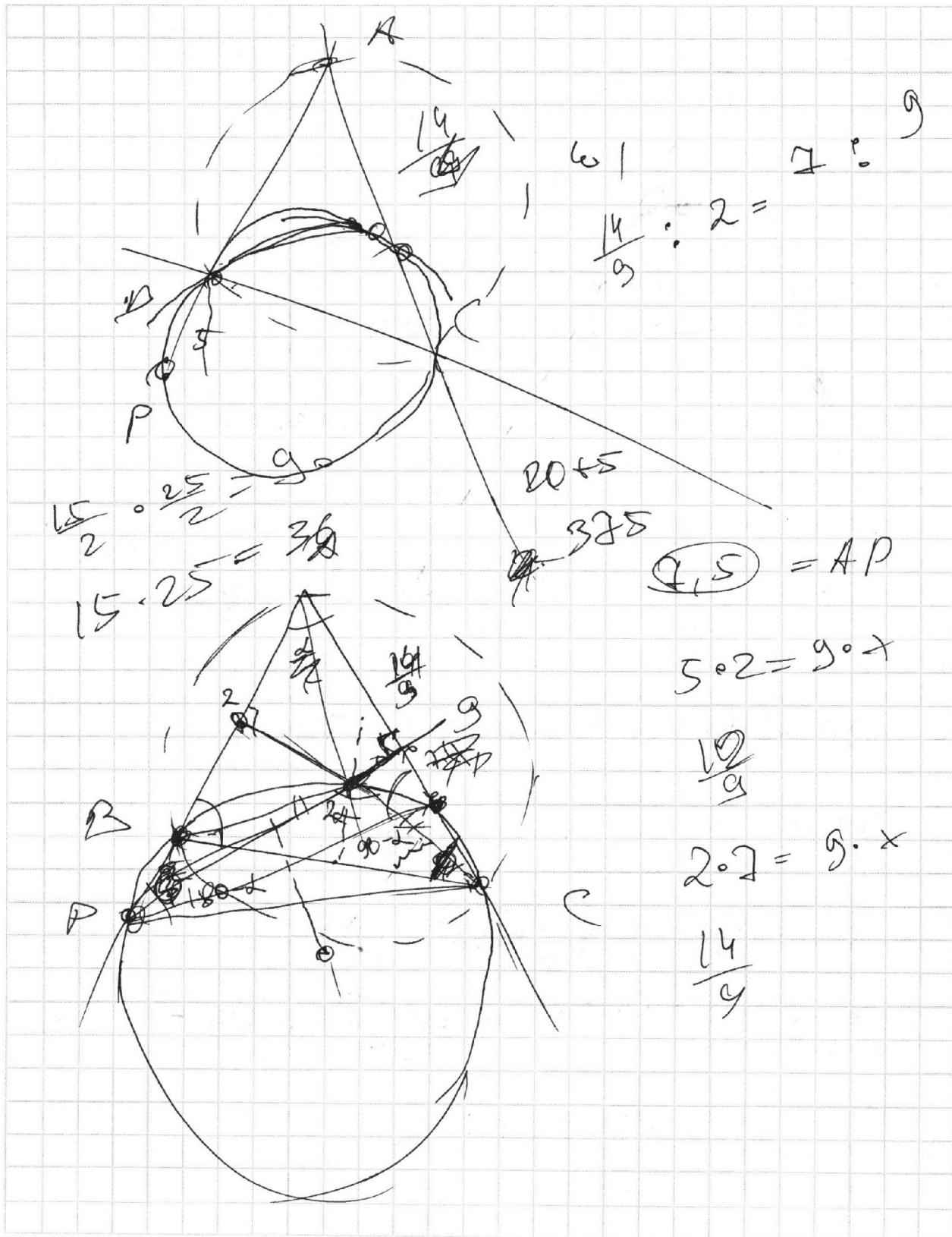
$$x^2 - y^2 - 3y + x - 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

A hand-drawn sketch of a teardrop shape on graph paper. The outline is roughly elliptical at the top, tapering to a point at the bottom. A diagonal line extends from the top right corner of the teardrop towards the bottom left, intersecting it.

$$\arcsin \frac{x}{5} = \varphi_1, \quad y^3 - (y+1)^3 = 3y(y+1)$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 < \frac{3\pi}{2} \quad -3y$$

$$\sin(\varphi_1) = \frac{1}{5} \quad \cos(\varphi_2) = \frac{5}{4}$$

$$x = -5, -4, (-3, -2, -1, t, \dots, 5)$$

$$\frac{(-1)^n \cdot (x+2)!}{(x+1)!} i^{(x+2)} \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$$

$$\frac{1}{n(n-1)} \frac{\cancel{n^2 - 1}}{\cancel{n^2 + x}}$$

$$\frac{C_n^4}{C_{n-2}^2}$$

$$\frac{n(\Omega-1)}{f_{\text{eff}}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(s-b)b(s-a) + ab(s-b) = (s-b)(s-a)a$$

$$+ ba(s-a) \cancel{+}$$

$$(sb-b^2)/(s-a)$$

$$a+b=s$$

$$\times s^2b - Sab - b^2s + b^2a + ab s - ab^2$$

\cancel{x}

"

$$s^2a - Sab - a^2s + a^2b + ab s - a^2b$$

$$s^2(b-a) - s(b^2-a^2) = 0$$

$$s^2(b-a)/(s-a) = 0$$

$$(\sin \alpha x + \cos \alpha y) \sin \alpha x = 0$$

$$1 - 2 \cos^2 x_1$$

$$1 - \cos^2 \alpha x + \cancel{w} - \cos(2x_1) = \cos(x_1 + y_1)$$

$$\cancel{\text{з}} \quad \cancel{\text{з}} \quad 1 - \cos^2 x_1 + \cos y_1 \sin x_1 =$$

$$\therefore \cos^2 x_1 + \cos x_1 \cos y_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

