МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
   - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

   б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1, описанной около остроугольного треугольника ABC. Окружность ω_2, описанная около треугольника BOC, пересекает отрезок AB в точке P. Найдите площадь треугольника ABC, если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} \left(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha\right)\left(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha\right) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 169. \end{cases}$$
   Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α, при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
X						

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что число A всегда кратно 1111 (т.к. состоит из одинаковых цифр)

$1111 = 11 \cdot 101$, при этом 11 и 101 – простые числа

отсюда чтобы $A \cdot B \cdot C$ было полным квадратом, необходимо, чтобы среди простых делителей чисел B и C были 11 и 101 (ведь раз A четырехзначное, то второй раз оно делиться ни на 11, ни на 101 не может)

C – двузначное число, значит $C \not\vdots 101$, отсюда $B \vdots 101$

при этом в B есть цифра 6, а значит из всех 3-значных чисел, кратных 101, B = только 606

Заметим теперь, что $606 \not\vdots 11$, а значит $C \vdots 11$, при этом в C есть тройка, отсюда $C = 33$

отсюда мы получаем, что $A \cdot B \cdot C$ среди простых делителей имеет $\underbrace{2 \cdot 3 \cdot 101}_{B} \cdot \underbrace{3 \cdot 11}_{C}$, тогда число A должно быть кратно 2, 101 и 11, т.е. A либо равно 2222, либо 8888 (тогда помимо указанных простых делителей добавляется 4, являющаяся квадратом

Ответ: $\{2222; 606; 33\}$ и $\{8888; 606; 33\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{5}{xy}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{y+2}+\frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy}=\frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

1) $xy=(x-2)(y+2)$

$xy=xy-2y+2x-4$

$x-y=2$

$M=x^3-y^3-6xy=(x-y)(x^2+y^2+xy)-6xy=$

$=2(x^2+y^2+xy)-6xy=2x^2+2y^2-4xy=2(x-y)^2=8$

~~Ответ: 8~~

2) если $x+y+5=0$, то $\frac{x+y+5}{xy}$ также равно $\frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$

однако по условию $x>0$ и $y>0$, поэтому

$x+y=-5$ недостижимо

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

а) $(\sin\pi x+\sin\pi y)\sin\pi x=(\cos\pi x-\cos\pi y)\cos\pi x$

$2\sin\frac{\pi x+\pi y}{2}\cos\frac{\pi x-\pi y}{2}\sin\pi x=2\sin\frac{\pi x+\pi y}{2}\sin\frac{\pi y-\pi x}{2}\cos\pi x$

1) $\sin\frac{\pi x+\pi y}{2}=0$

$\frac{\pi x+\pi y}{2}=\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$x+y=2n, n\in\mathbb{Z}$

2) $\cos\frac{\pi x-\pi y}{2}\sin\pi x=\sin\frac{\pi y-\pi x}{2}\cos\pi x$

$\cancel{\frac{1}{2}\left(\sin\frac{3\pi x-\pi y}{2}+\sin\left(\frac{-\pi x-\pi y}{2}\right)\right)=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{3\pi x-\pi y}{2}+\sin\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)}$

$\frac{1}{2}\left(\sin\frac{3\pi x-\pi y}{2}+\sin\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi y+\pi x}{2}+\sin\frac{\pi y-3\pi x}{2}\right)$

$\sin\frac{3\pi x-\pi y}{2}=\sin\frac{\pi y-3\pi x}{2}$

$\sin\frac{3\pi x-\pi y}{2}=-\sin\frac{3\pi x-\pi y}{2}$

$\sin\frac{3\pi x-\pi y}{2}=0$

$\frac{3\pi x-\pi y}{2}=\pi k, k\in\mathbb{Z}$

$3x-y=2k, k\in\mathbb{Z}$

Ответ на пункт а: $\left[\begin{array}{l}x+y=2n, n\in\mathbb{Z}\\3x-y=2k, k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$

б) $\arcsin\frac{x}{6}+\arcsin\frac{y}{2}<\pi$

$x\in[-6;6]$, $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5;6\}$

$y\in[-2;2]$, $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{-2;-1;0;1;2\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Сразу заметим, что ~~если~~ раз $\arcsin(k) \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, то нас удовлетворяют все $(x;y)$ кроме тех, где оба арксинуса равны $\frac{\pi}{2}$, т.е. кроме ~~x=6~~ $(6;2)$

~~сначала найдем все (x;y), удовлетворяющие~~

$x+y=2n, n\in\mathbb{Z}$

Заметим, что если $x\in\mathbb{Z}$ и $y\in\mathbb{Z}$, то и $x+y=2n, n\in\mathbb{Z}$, и $3x-y=2k, k\in\mathbb{Z}$ сводится к тому, что ~~x~~ x и y должно иметь одну четность

Таким образом, кол-во пар найдем как

$$\underbrace{7}_{\text{четных чисел от } -6 \text{ до } 6}\cdot\underbrace{3}_{\text{четных чисел от } -2 \text{ до } 2}+\underbrace{6}_{\text{нечетных чисел от } -6 \text{ до } 6}\cdot\underbrace{2}_{\text{нечетных чисел от } -2 \text{ до } 2}=33$$

и не забываем о неподходящей паре $(6;2)$

Ответ на пункт (б): 32 пары

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

примем за x количество 11-классников и за y количество билетов в конце месяца (y - искомая величина)

в начале месяца вероятность вместе попасть на концерт составляла $\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$

в конце же $\frac{y}{x} \cdot \frac{y-1}{x-1}$

при этом $\frac{y}{x} \cdot \frac{y-1}{x-1} = \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1} \cdot 6$ по условию

* x точно ≥ 2 хотя бы потому что в задаче уже названы 2 ученика (отсюда $x \neq 0$, $x-1 \neq 0$)

тогда $y^2 - y = 4 \cdot 3 \cdot 6$

$y^2 - y - 72 = 0$

$D = 1 + 288 = 289$ $y = \frac{1 \pm 17}{2} = \left[\begin{array}{l} 9 \\ -8 \end{array}\right.$

так как количество билетов неотрицательно, $y = 9$

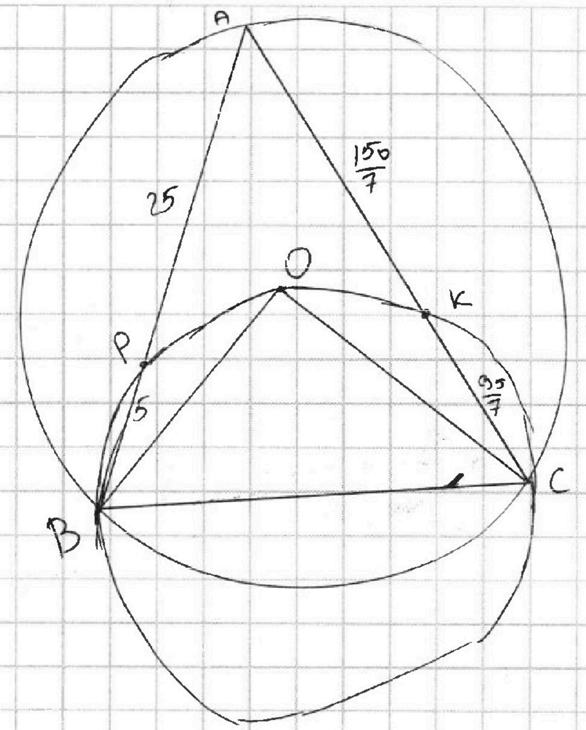
Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



по условию ABC - остроугольный, значит $\cdot O$ лежит внутри Δ-ка

пусть $\omega_2 \cap AC = \cdot K$

по теореме об отрезках секущих для AB и AC:

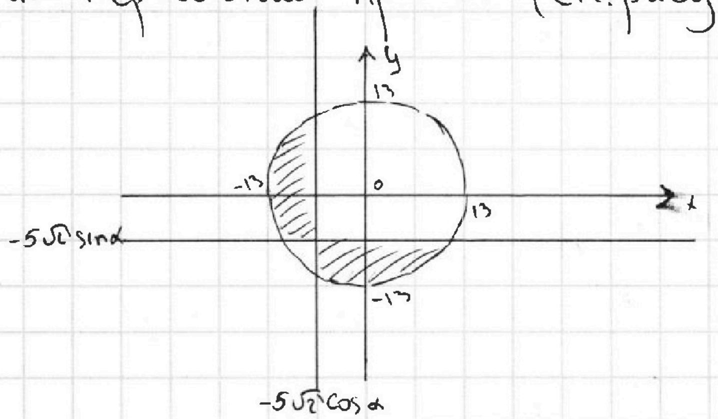
$25 \cdot 30 = 35 \cdot AK$

$AK = \frac{25 \cdot 30}{35} = \frac{150}{7}$, тогда $CK = 35 - \frac{150}{7} = \frac{95}{7}$

$$\begin{cases}(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha)\le 0\\ x^2+y^2\le 169\end{cases}$$

$x^2+y^2\le 169$ – круг с центром $(0;0)$ и радиусом 13

$(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha)\le 0$ – две области, ограниченные прямыми $x=-5\sqrt{2}\cos\alpha$ и $y=-5\sqrt{2}\sin\alpha$, при этом левая верхняя и нижняя правая части относительно точки пересечения прямых (см. рисунок)



! График является лишь 1-м из примеров только для того, чтобы показать, как выглядит фигура, ограниченная системой

Соответственно фигура представляет собой два усечённых сегмента, ограниченных вертикальной и горизонтальной прямыми $y=-5\sqrt{2}\sin\alpha$ и $x=-5\sqrt{2}\cos\alpha$, при этом становится ясно, что обе прямые перемещаются по своим осям от $-5\sqrt{2}$ до $5\sqrt{2}$ (т.к. $\sin\alpha, \cos\alpha\in[-1;1]$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Заметим важную вещь - эти две прямые всегда пересекаются внутри окружности, ведь:

$(-5\sqrt{2}\sin\alpha)^2 + (-5\sqrt{2}\cos\alpha)^2 = 100 < 169$

это означает, что сумма дуг, отсечённых на окружности и принадлежащих фигуре, всегда постоянна и равна $\frac{1}{2}(2\pi r) = \pi r$ (т.к. $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$ и $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$ перпендикулярны и пересекаются внутри окружности)

Таким образом, наибольший периметр фигуры достигается тогда, когда сумма длин отрезков прямых $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$ и $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$, заключённых внутри круга, максимальна

Заметим, что прямая $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$ пересекает окружность в точках с абсциссами $\pm\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}$, т.е. длина отрезка этой прямой, заключённой внутри круга, равна $2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}$

аналогично $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$ пересекает окружность в точках с ординатами $\pm\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha}$ и длина отрезка этой прямой $2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha}$

тогда ~~минимальное~~ максимальное значение суммы длин этих отрезков равно максимуму от $\cancel{2(\sqrt{169-50\sin^2\alpha}+\sqrt{169-}}$

$2\left(\sqrt{169-50\sin^2\alpha}+\sqrt{169-50\cos^2\alpha}\right)=$

$=\sqrt{4\left(169-50\sin^2\alpha+169-50\cos^2\alpha+2\sqrt{(169-50\sin^2\alpha)(169-50\cos^2\alpha)}\right.}=$

$=\sqrt{4\left(288+2\sqrt{(169^2-169\cdot50+2500\sin^2\alpha\cos^2\alpha)}\right)}=$

$=\sqrt{4(288+2\sqrt{169^2-169\cdot50+625\sin^2 2\alpha}}$

отсюда становится ясно, что при наибольшем $\sin^2 2\alpha$ и достигается наибольшее значение периметра

$\sin^2 2\alpha\in[0;1]\Rightarrow\max(\sin^2 2\alpha)=1$ $\cancel{\text{при } 2\alpha=\pi n, n\in\mathbb{Z}}$

$\cancel{\alpha=\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}}$ при $2\alpha=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$, т.е. $\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}$

тогда $2\left(\sqrt{169-50\sin^2\alpha}+\sqrt{169-50\cos^2\alpha}\right)=$

$=2\left(\sqrt{169-25}+\sqrt{169-25}\right)=48$

~~и Ответ:~~ также не забываем добавить к периметру дуги окружности

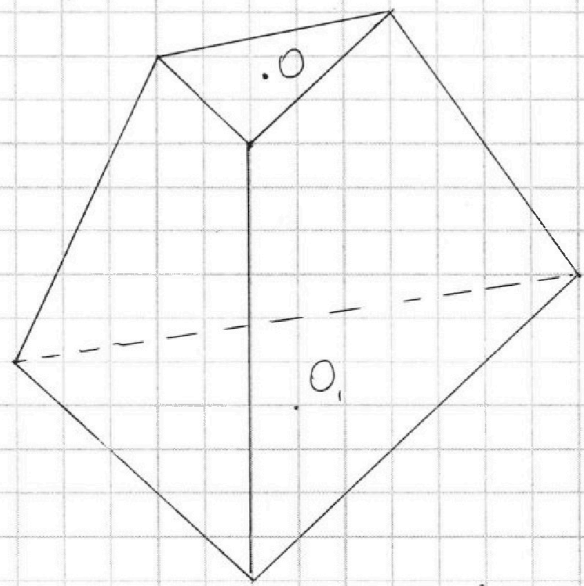
Ответ: $48+13\pi$ при $\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



раз пирамида правильная, значит основания- равносторонние треугольники

раз существует шар, касающийся всех ребер, значит все боковые грани являются описанными трапециями

пусть сторона верхнего основания равна a, а нижнего в

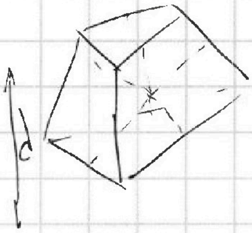
~~пусть~~

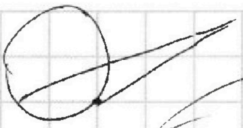
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

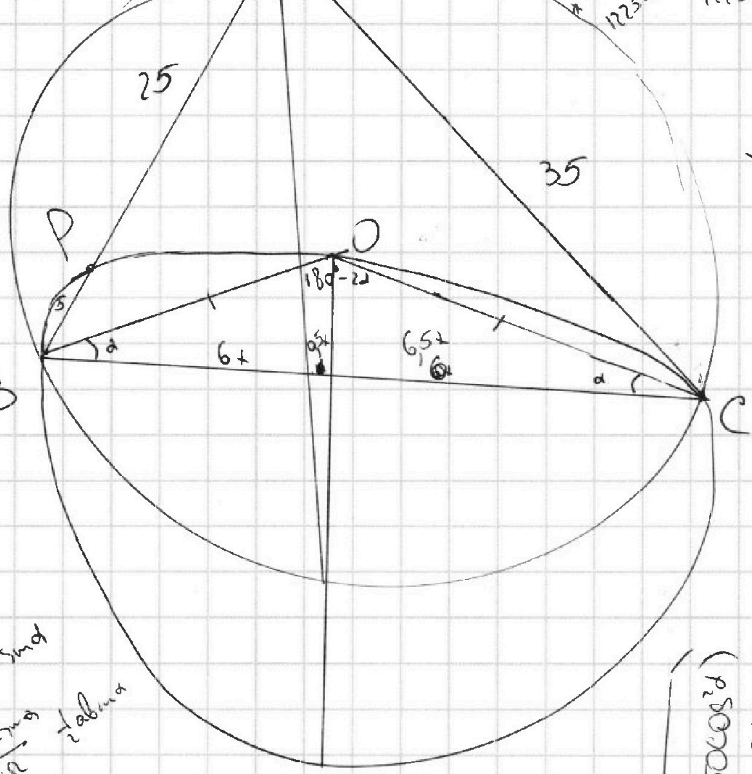
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!







$25\cdot 5 = (35-x)x$

$1225 - 500$

$\frac{25}{35} = \frac{x}{30}$

$x = \frac{25\cdot 30}{35} = \frac{25\cdot 6}{7}$

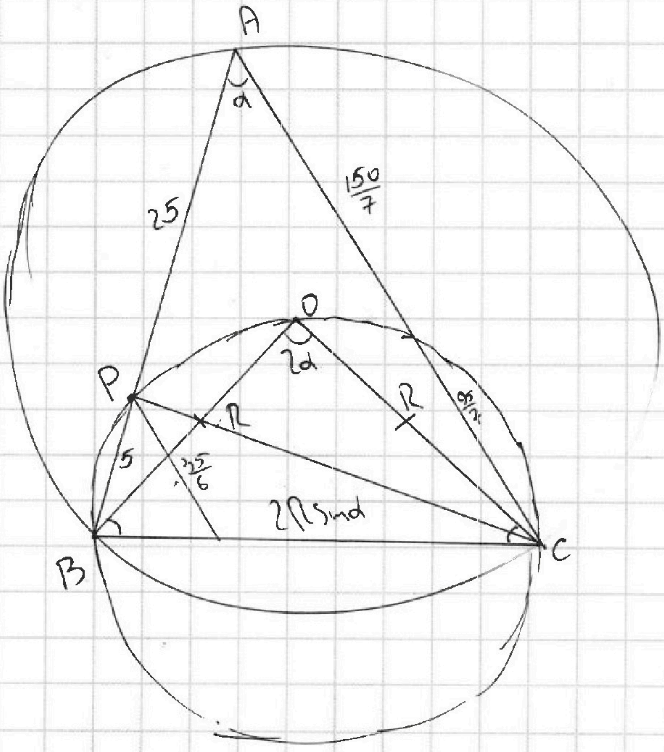
$\frac{150}{7}$

$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$

$a = 2R\sin\alpha$

$900 + 1225 - 2\cdot 30\cdot 35\cdot \sin\alpha$

$\frac{abc}{4R}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

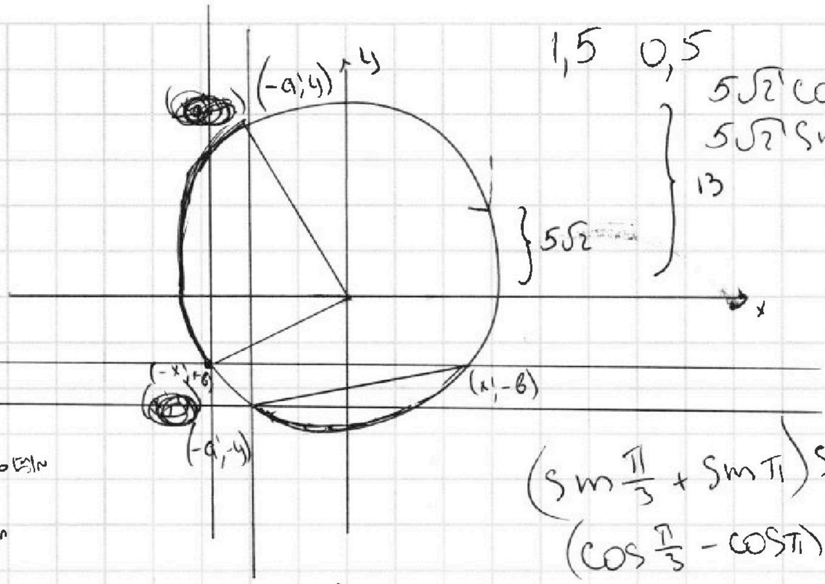
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$1{,}5 \quad 0{,}5$

$5\sqrt{2}\cos\alpha = a$

$5\sqrt{2}\sin\alpha = b$

13



$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$

$\pi x - \frac{\pi x - \pi y}{2} \quad \frac{11}{6} \quad \frac{1}{6}$

$\sin\pi x - \sin\frac{\pi y - \pi x}{2}\cos\pi x$

$\left(\sin\frac{\pi}{3} + \sin\pi\right)\sin\frac{\pi}{3}$

$\left(\cos\frac{\pi}{3} - \cos\pi\right)\cos\frac{\pi}{3}$

$(a-x)^2 + (y+b)^2 + (x+a)^2 + (y-b)^2$

$y = 1 \quad x = \frac{1}{3}$

$a^2 + x^2 + y^2 + b^2 + x^2$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{3}{4}$

$2(a^2 + x^2 + b^2 + y^2)$

$\left(\frac{1}{2} + 1\right)\frac{1}{2}$

$\cos\frac{\pi x - \pi y}{2} \quad \sin\pi x$

$\sin\alpha + \sin\beta =$

$\frac{3\pi x - \pi y - \pi x - \pi y}{2}$

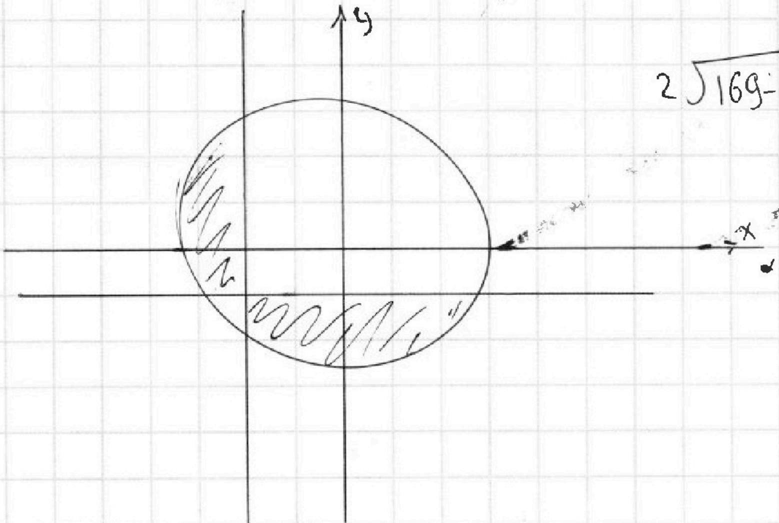
$\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha} + \sqrt{169 - 50\cos^2\alpha}$

$2(a^2 + 169 - a^2 + b^2 + 169 - b^2)$

$(5\sqrt{2})^2 = 50$

$\sqrt{119} \approx 11$

$2\sqrt{169 - x^2} + 2y$



$\sin\pi x - \sin\frac{\pi x + \pi y}{2}\cos\frac{\pi x - \pi y}{2}$

$\sin\frac{\pi x + \pi y}{2} \cos\frac{\pi x - \pi y}{2} = 0$

$\frac{\pi x + \pi y}{2}$

$x = -y$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(x+y)^3 = x^3+y^3+3x^2y+3xy^2 = -125$

$(\sin \pi x + \sin \pi y)\sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y)\cos \pi x$

$\sin\alpha + \sin\beta = \frac{1}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{6}$ $\qquad 2\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}$

$1 + \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{\sqrt{3}}{2}\quad\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\alpha + \sin\alpha = 2\sin\alpha$

$2\sin\alpha\cos 0$

$\boxed{\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$

$\frac{2\pi}{3}\quad\frac{\pi}{6}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\quad\frac{1}{2}$

$2\sin\frac{\pi x+\pi y}{2}\cos\frac{\pi x-\pi y}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\beta-\alpha}{2}$

$\frac{\pi}{6}\quad\frac{\pi}{2}$

$\cos\alpha - \cos\alpha$

$2\cdot\cos\frac{5\pi}{12}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0$ $\qquad 2\cdot\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}$

$\boxed{\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}}$

$\pi\quad\frac{\pi}{2}\qquad 2\sin\frac{3\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}$

1

$\frac{\pi}{2}\quad\frac{\pi}{6}$

$0 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad 2\sin\frac{\pi}{3}\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ $\quad\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\frac{\pi}{2}(x+y)\cos\frac{\pi}{2}(x-y)\ \sin\pi x = \sin\frac{\pi}{2}(x+y)\sin\frac{\pi}{2}(y-x)\ \cos\pi x$

$y\in[-2;2]$

$x\in[-6;6]$

$\cos\alpha\cos\beta$

$x+y=-5$

Было x человек и y билетов в конце месяца

$\frac{y}{x}\cdot\frac{3}{(x-1)}\cdot 6 = \frac{y}{x}\cdot\frac{y-1}{x-1}$

$\cos(\alpha+\beta)\ \frac{1}{2}(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)$

$4\cdot3\cdot6 = y^2 - y$

$y^2 - y - 72 = 0$

$(y-9)(y+8)=0$

$y=9$ билетов

$\cos 2\pi x = \sin\pi y\sin\pi x + \cos\pi y\cos\pi x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1111 : 11 = 101 на 11 на 101 и на {11 ... ; 9}

101 · 100

B = 606

на 11 и на 6

x 1111; 606; ... 101 · 2 · 11 · 101 · 2 · 3 · 3 · 11

2222; 606; 33

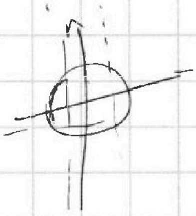
3333; 606;

$x = -y - 5$

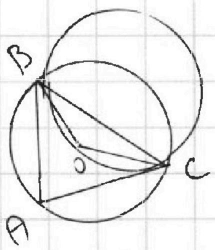
$(-y-5)^3 - y^3 + 6(y+5)y$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$

$x^3 - y^3 - 6xy = ?$



$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$



a $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

b $\frac{b\sqrt{3}}{2}$

$xy = xy - 2y + 2x - 4$

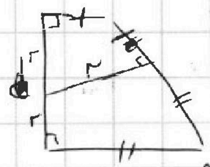
$x - y = 2$

$\arcsin\frac{x}{6} + \arcsin\frac{x}{2} < \pi$

$(x-y)(x^2+y^2+xy) - 6xy$

$\frac{a\sqrt{3}}{4}$

$2x^2 + 2y^2 + 2xy - 6xy = 2(x-y)^2$



$-(y^3 + 15y^2 + 75y + 125) - y^3 +$

$S = (a+b)\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{b+a}{2}$

$\frac{(b^2+a^2)\sqrt{3}}{4}$

$x + y = -5$ $x^2 + y^2 + 2xy = 25$

$(x-y)(25 - xy) - 6xy$

$25x - 25y - x^2y + xy^2 - 6xy$

$\sin\frac{(\pi x + \pi y)}{2} \cos\frac{\pi x - \pi y}{2}$ $\sin \pi x = \sin\frac{\pi x + \pi y}{2} \sin\frac{\pi y - \pi x}{2} \cos \pi x$

$25 \cdot 30 = 750$