



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Поля и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (лины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a; b; b_1; b_2; c_1; c_2$ - цифры чисел N 1

$$A = \overbrace{aaaa}^{\text{11}}; B = \overbrace{b_1 b_2 b_3}^{\text{6}}; C = \overbrace{c_1 c_2}^{\text{3}}$$

$A \cdot 1111 = A \cdot 11 \cdot 101$, 101 - трёхзначное и простое, а $A \cdot B \cdot C$ - квадрат \Rightarrow

$\Rightarrow B \vdash 101$, B - трёхзначное $\Rightarrow b_1 = 0; b_2 = b_3 \Rightarrow b_1 = b_3 = 6$, т.к. хотятся
одна цифра B это 6. $\Rightarrow A \cdot B = 606$

A содержит 11 6 1 мен, $B \vdash 11 \Rightarrow C \vdash 11 \Rightarrow c_1 = c_2 = 3$ (мин 1 цифра)

$$\Rightarrow C = 33 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot a \Rightarrow a \vdash 2, a \neq 0, \text{ если } a \geq 2 \Rightarrow$$

$A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2$ - квадрат; если $a = 4 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3$ - не квадрат

$a = 6 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 2^2 \cdot 3^3$ - не квадрат; $a = 8 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2^4$ - квадрат

$$\Rightarrow a = \sqrt[2]{8} \Rightarrow \underline{\text{Отв.}}: (2222, 606, 33); (22228888, 606, 33)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy} \quad \boxed{N2}$$
$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x-2+y+2+5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$
$$(x+y+5)xy = (x+y+5)(x-2)(y+2) \Rightarrow \begin{cases} x+y+5=0 \Rightarrow x+y=-5 - \text{но } x, y \text{ но } \text{з} \text{н} \text{а} \text{ж} \\ xy = (x-2)(y+2) \end{cases} \quad \leftarrow \text{не подж}$$
$$xy = (x-2)(y+2) \Leftrightarrow xy+2x-2y+4=0$$
$$2x-2y-4=0; x-y-2=0; x=y+2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow M = x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6 \cancel{*} y = y^3 + 6y^2 + 12y + 8 -$$
$$-y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \Rightarrow M = 8$$

Отв: $M = 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

(N 3)

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \sin^2 \pi x - \cos^2 \pi y \cos \pi x$$

$$\cos(\pi(x+y)) =$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi(x+y)) \Rightarrow y = \begin{cases} x + 2k \\ -x + 2k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) пусть n -количество учеников, k -какое то количество учащихся добавили, тогда:

$$6. \frac{\binom{n}{n-2}^2}{\binom{4}{n}} = \frac{\binom{2+k}{n-2}}{\binom{4+k}{n}}$$

↑
бесц. вариантов, когда Тима и Коля получают баллы (разделят оставшиеся 2)

7) вер. в исходе, аналогично
член. вер.

$$6. \frac{(n-2)! \cdot 4! \cdot (n+4)!}{2! \cdot (n-4)! \cdot k!} = \frac{(n-2) \cdot (4+k)! \cdot (n+4+k)!}{(2+k)! \cdot (n+4+k)! \cdot k!}, \quad \frac{6 \cdot 4!}{2!} = 72 = \frac{(k+4)!}{(2+k)!} = (k+3) \cdot (k+4),$$

$$k^2 + 7k + 12 = 72; k^2 + 7k - 60 = 0; k = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2}; k = 5$$

m.k. $k > 0$

$5+4=9$, m.e. в конце 9 баллов

Отв: 9



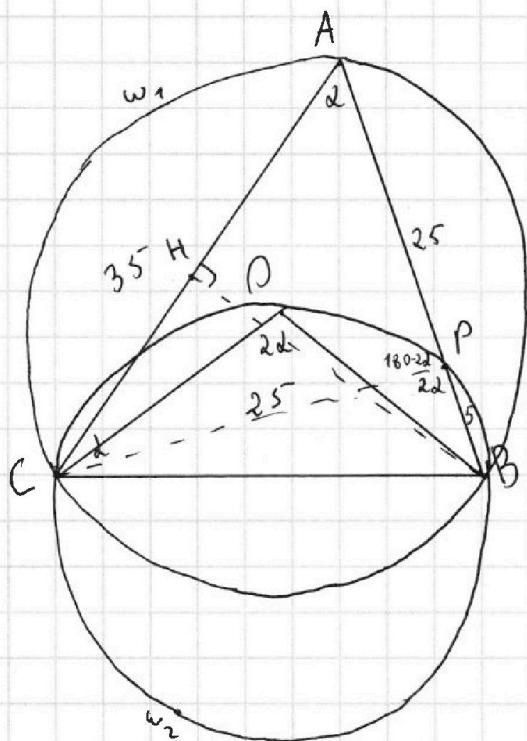
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

|N5|



пусть $\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle COB = 2\alpha$,
т.к. на 1 дугу $\angle COB$ центральный
(б. w_1)

$$\Rightarrow \angle APB = \angle COB = 2\alpha \text{ (на 1 дугу б. } w_2)$$

$$\Rightarrow \angle CAP = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle ACP = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha + 25^\circ) = 2\alpha - 25^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle CAP \text{ равнобедренный} \Rightarrow CP = AP = 25$$

т.к. они имеют общую основу $\angle CAP$, а $CP = AP$

$$25^2 = 35^2 + 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \cos \alpha$$

$$35(35 + 2 \cdot 25 \cdot \cos \alpha) = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{7}{10}$$

$$AH = AB \cdot \cos \alpha = 30 \cdot \frac{7}{10} = 21$$

$$HB = AB^2 - AH^2 = 30^2 - 21^2 = 459; HB = 3\sqrt{51}$$

$$S_{ABC} = \frac{35 \cdot 3\sqrt{51}}{2} = \frac{105\sqrt{51}}{2} \text{ или } \frac{105\sqrt{51}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

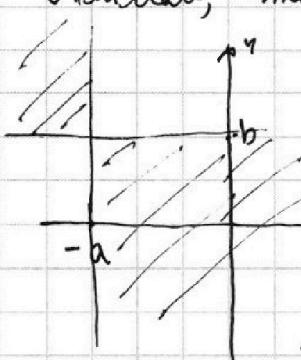
N6

$x^2 + y^2 \leq 169$ - окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 13.

Помним, что как видали $(x+a)(x+b) \leq 0$

$$\text{значит при } \begin{cases} x \leq -a \\ y \geq b \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -a \\ y \leq b \end{cases}$$



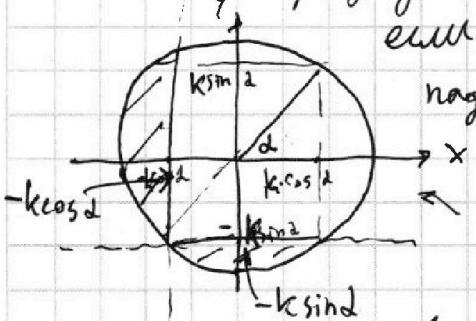
б) наше случае $a, b = \pm \cos \alpha$
 $\sin \alpha$ с дополнением на один квадрант

$$(x^2 + y^2 \leq 169)$$

$$k = 5\sqrt{2}$$

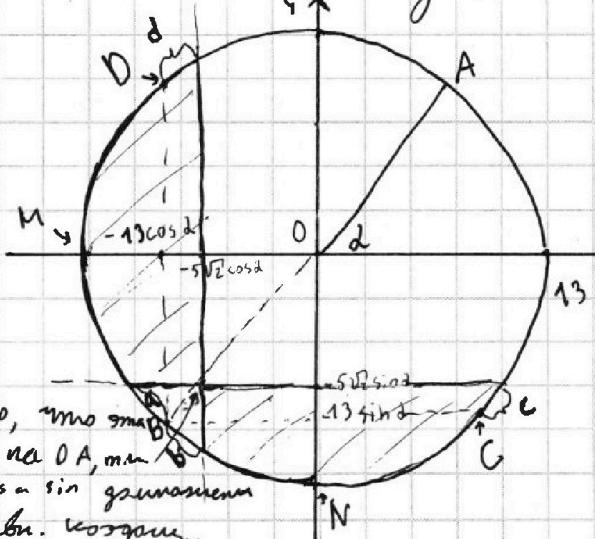
Если для окружности быть с единственным радиусом, а и квадрант = 1, то получается так:

если для радиуса окружности и k соблюдать, то получается так:



(помимо, что окружность тоже надо учитывать, но это просто erklärt для понимания)

но $13 > 5\sqrt{2} \Rightarrow$ возможен так:



помимо, что эта точка на OA, т.е. $\alpha = \pm \pi/2$
 $\cos \alpha = \sin \alpha = \pm 1$ дополнение на прав. квадрант.

други d, b (аналог a, c)
равны, исходя из симметрии

Три эти дуги DC

составляют половину

окружности, т.к. $\angle MOB =$

$$\angle NOB = \angle NDC$$

$$\angle MOB + \angle NOB = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DC = \pi \Rightarrow$$

и сумма этих дуг, выходящих в первичную пол. $\pi \Rightarrow$ на первом симметричном дуге 13π .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Попрощайтесь с оставшейся частью периметра.

Преобразование точки относительно предыдущего рисунка.

$$AO = 13; \angle AXO = 50^\circ \Rightarrow AB =$$

$$= 2 \sqrt{169 - (5\sqrt{2} \cos 2)^2} = 2 \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 2}$$

$$\text{аналог } CD = 2 \sqrt{169 - (5\sqrt{2} \sin 2)^2} = 2 \sqrt{13^2 - 50 \sin^2 2}$$

$T = 2(\sqrt{13^2 - 50 \cos^2 2} + \sqrt{13^2 - 50 \sin^2 2})$ — хотим максимизировать

$$\frac{T^2}{4} = 2 \cdot 13^2 - 50 \cdot (\cos^2 2 + \sin^2 2) + \sqrt{13^4 - (13^2 - 50(\cos^2 2 + \sin^2 2))^2} \xrightarrow{\text{const}} \xrightarrow{\text{хотим min}} \xrightarrow{\text{хотим max}} 50^2 \sin^2 2 \cdot \cos^2 2$$

пусть $\sin^2 2 = a; \cos^2 2 = b \Rightarrow a+b=1$, хотим max ab

Умножим max при $a=b$, пусть k , тогда равенство: $(k-\text{или от}\sqrt{ab})^2 = (a+k)(b-k)$

$$0,25 \geq 0,25 - 0,25 \cdot k + 0,25 \cdot k - k^2$$

$$0,25 \geq 0,25 - k^2 \Rightarrow \max \text{ при } a=b \Rightarrow \sin^2 2 = \cos^2 2 = 0,5$$

$$\sin 2 = \pm \cos 2$$

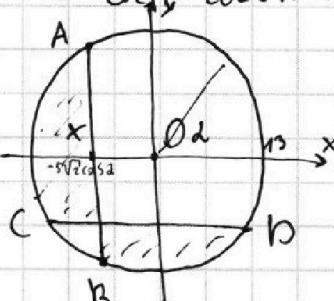
$$\text{тогда } T = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{13^2 - 50 \cdot 0,5} = 4 \cdot \sqrt{13^2 - 25} = 4 \cdot \sqrt{44} = 4 \cdot 12 = 48$$

м.в. суммарно max периметр $M = 48 + 13\pi$

$$\cos 2 = \sin 2 \text{ при } 2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + t, \forall t \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Омб: } M = 48 + 13\pi$$

$$2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + t, \forall t \in \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

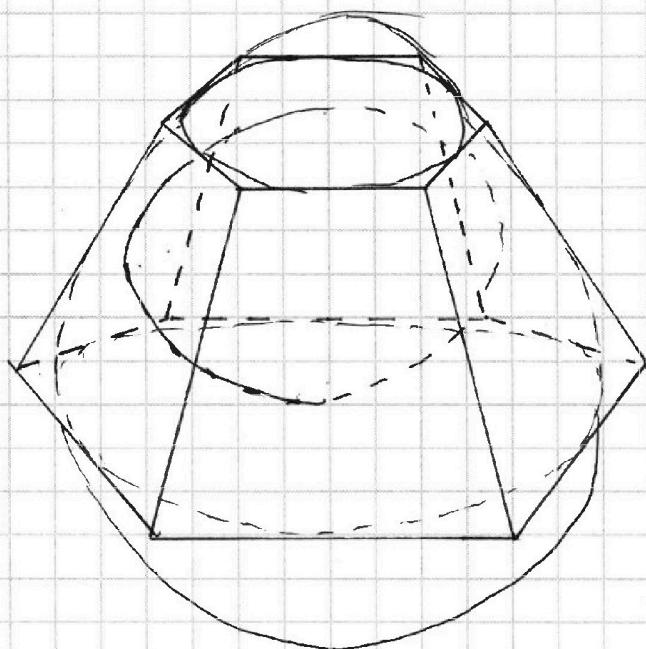
6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 \cdot \frac{\binom{n}{n-2}}{\binom{4}{n}} = \frac{\binom{2+k}{n-2}}{\binom{4+k}{n}}$$

$$6 \cdot \frac{(n-2)! \cdot 4! \cdot (n-4)!}{2 \cdot (n-4)! \cdot n!} = \frac{(n-2)! \cdot (4+k)! \cdot (n-k-4)!}{(2+k)! \cdot (n+k)! \cdot n!}$$

$$4! \cdot 6 \cdot (k+2)! = (k+4)! \cdot 1 \cdot (k+4) \cdot (k+3) = 6$$

$$\frac{6 \cdot 4!}{2} = 3 \cdot 4! = (k+4) \cdot (k+3)$$

$$k^2 + 7k - 60 = 0$$

$$k = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2} = 5 \quad \text{или} \quad k = \frac{-7 \pm 7}{2} = -7$$

$$xy = (x-2)(y+2); \quad 0 = xy - 2y - 4; \quad x-y = 2; \quad x = y+2$$

$$x^2 + 3y^2 - 2 + 3y \cdot 4 + 8 + -y^2 - 6xy = 2(3y^2 + 6y - 6y^2) \\ 6(y+2)$$

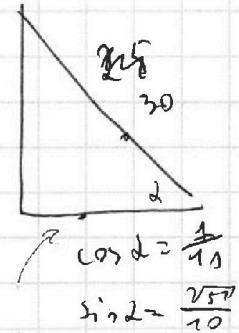
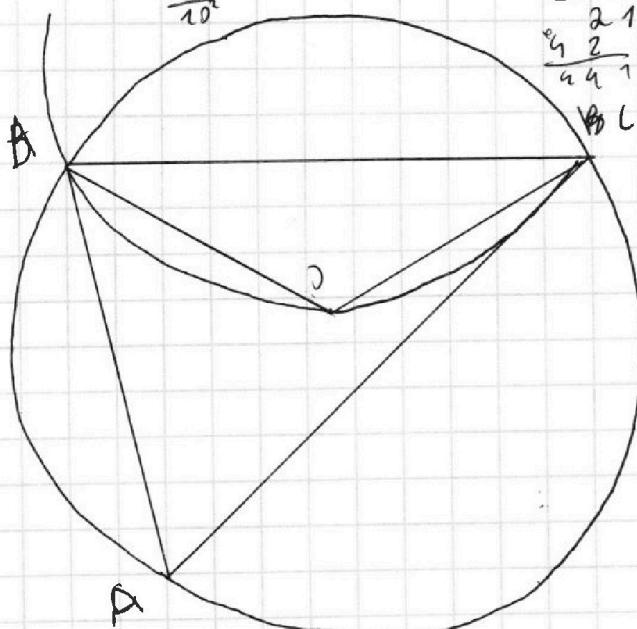
$$6y^2 + 12y + 2 - 6y(y+2) = 12y + 8 - 12y$$

$$a^2 + 21^2 = 30^2$$

$$a = \sqrt{51} \cdot 3$$

$$\frac{a^2}{30^2} + \frac{21^2}{30^2} = 1 \quad 51 \cdot 9 + 21^2 = 600 - 495 = 81 \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{21}}{21} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



$$\cos 2 = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

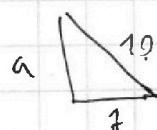
$$\sin 2 = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$9 \cdot 51 = 600$$

$$459 -$$

н

$$141$$



$$a^2 + 7^2 = 10^2$$

$$\frac{a^2}{10^2} + \frac{7^2}{10^2} = 1$$

и
л



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} ;$$

$$B = \overline{babb},$$

$$C = \overline{c_1 c_2}$$

$$101 \cdot 11 \cdot a .$$

$$6 \otimes 6$$

$$11a$$

$$6$$

$$11 \cdot a$$

$$6 \otimes 6$$

$$66$$

$$101 \cdot 11 \cdot a$$

$$101 \cdot b$$

$$11a \quad b$$

$$x^2 \quad y \quad z$$

$$11a \quad 6$$

$$z$$

$$z^2 z^2$$

$$6 \otimes 6$$

$$33$$

$$(x+y+5)(x-2)(x+2) = (x+y+5)xy$$

$$1. \underline{x+y=-5}$$

$$x, y \neq 0$$

$$2. \underline{xy - 2y + 2x - 4 = xy}$$

$$x-y+2=0 \quad ; \quad \underline{x-y=2}$$

$$x=y+2$$

$$(x+y)^3 = \cancel{x^3} + x^2y + xy^2 + \cancel{y^3} \quad x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = \boxed{-125}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$-3$$

$$y = -5-x$$

$$x^3 + (x+5)^3 + 6x(x+5) = x^3 + x^3 + 15x^2 + 75x + 6x^2 + 30x = \\ = 2x^3 + 21x^2 + 75x + 105 \quad \cancel{x^3 + 2x^2 + 2x + 105}$$

$$(y+2)^3 + y^3 + 6y(y+2) = y^3 + 6y^2 + 18y + 8 + y^3 + 6y^2 + 12y^2$$

$$= 2y^3 + 12y^2 + 20y + 8$$

$$8+12 \quad -8+24-20+4$$

$$2(y^3 + 6y^2 + 10y + 4)$$

$$2(y+2)(y^2 + 4y + 2)$$

$$-\frac{y^3 + 6y^2 + 10y + 4}{y^3 + 2y^2}$$

$$\begin{array}{r} y^3 + 6y^2 + 10y + 4 \\ -y^3 - 2y^2 \\ \hline 4y^2 + 4y + 4 \end{array}$$

$$\cancel{4y^2} + 4y + 2$$

$$-\frac{4y^2 + 10y}{4y^2 + 8y}$$

$$4y^2 + 8y$$

$$2y + 4$$

$$-\frac{4y^2 + 8y}{-4y^2 - 8y} = -2$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2} = -2$$

$$2(y+2)(y+2 + \sqrt{2})(y+2 - \sqrt{2})$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{16}}{2} =$$

$$= -2 \pm 4\sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{30}{100} \quad S = 1 - \frac{49}{100} = \frac{51}{100}$$

$$S = \frac{251}{100}$$

 3251

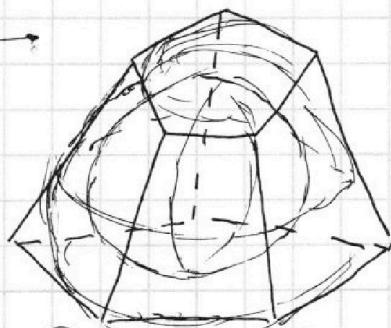
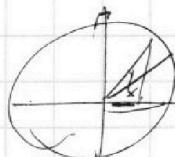
$$\begin{array}{r} 600 \\ - 491 \\ \hline 109 \end{array}$$

~~$\frac{a^2}{30^2} + 21^2 = 30^2$~~ ; $\frac{a^2}{30^2} = \frac{21^2}{30^2} = 0 + \frac{7^2}{10^2} = 1$
 $a^2 = 9 \cdot 51$

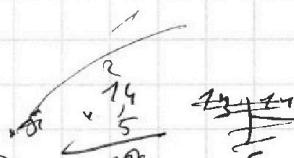
$$\frac{a^2}{30^2} = 1 + \frac{51}{100}$$

$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$
 $a = 57.3$

$\cos(\pi(x-y)) = (\cos \pi x + \sin \pi x)(\cos \pi x - \sin \pi x)$

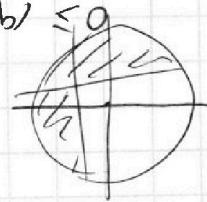
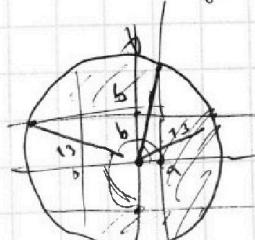
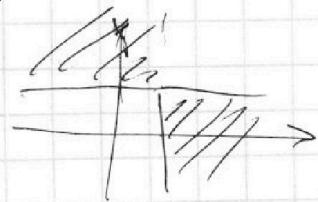


$$169 = 2x^2; x = \frac{13}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

 $5\sqrt{2}$ $\frac{14}{5}$
 $169 = 2x^2$
 $x^2 = 13^2$
 $x = 13$

$$x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha$$
 $y \geq 5\sqrt{2} \sin \alpha$

$$(x-a)(y-b) \leq 0$$

 $\sqrt{2} \cdot 13$ $\frac{\sqrt{2} \cdot 13}{2}$ 
 $\sin \alpha = \frac{b}{r}$
 $\cos \alpha = \frac{a}{r}$

$$2 \left(\sqrt{169 - b^2} + \sqrt{169 - a^2} \right) +$$

 \dots 

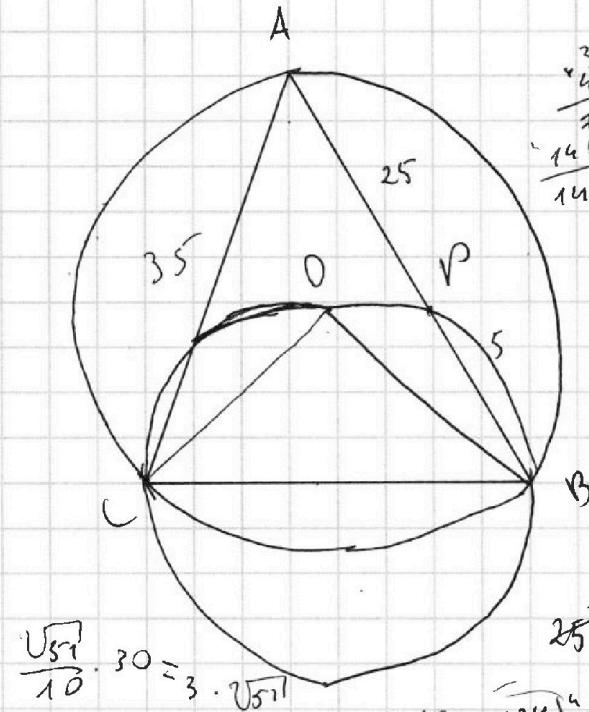


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 42 \\ \hline 140 \\ 1420 \end{array}$$

$$\frac{a}{\sin 2} = 2R \text{ радиус}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2 = 35^2 + 30^2 - 2 \cdot 35 \cdot 30 \cdot \frac{1}{10} =$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 125 \\ 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 625 \\ \hline 1900 \\ 1900 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 430 \\ \hline 430 \end{array}$$

$$= 35^2 + 30^2 - 42 \cdot 35 \approx$$

$$\begin{array}{r} 490 \\ \hline 100 \end{array} \Rightarrow x = 7$$

$$\sqrt{\frac{49}{10}}$$

$$25^2 = 25^2 + 35^2 - 2 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \cos 2$$

$$\begin{array}{r} 184 \\ 16 \\ \hline 22 \\ 22 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$7 \cdot 10 \cdot \cos 2 = 0$$

$$\cos 2 = \frac{7}{10}$$

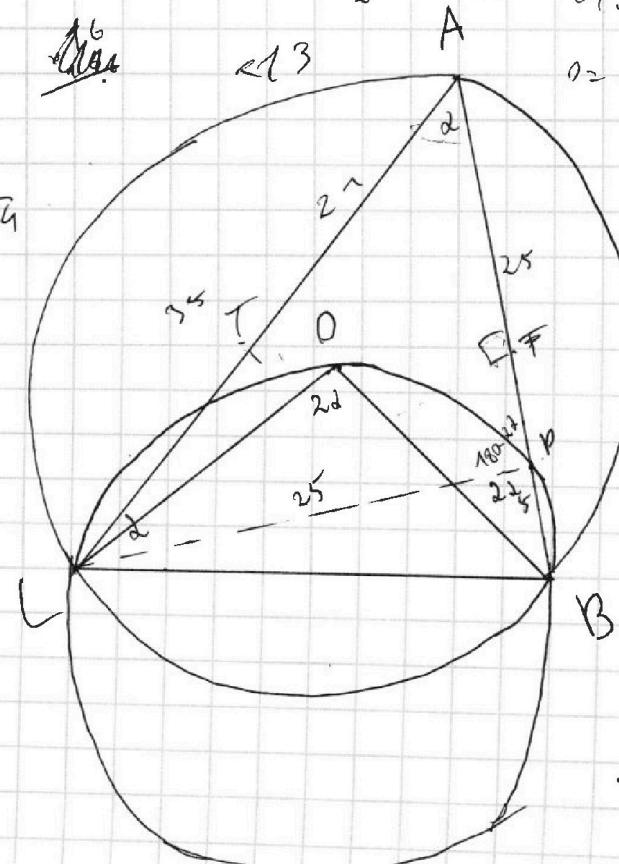
$$0 = 35^2 - 2 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{4}{10}$$

$$\frac{\sqrt{511}}{10} \cdot 30 = 3 \cdot \sqrt{511}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 42 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 22 \\ \hline 60 \\ 60 \\ \hline 22 \end{array}$$



$$AP \neq \frac{15}{2}$$

$$AT = 21$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ 441 \\ \hline 184 \\ 184 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{461}$$

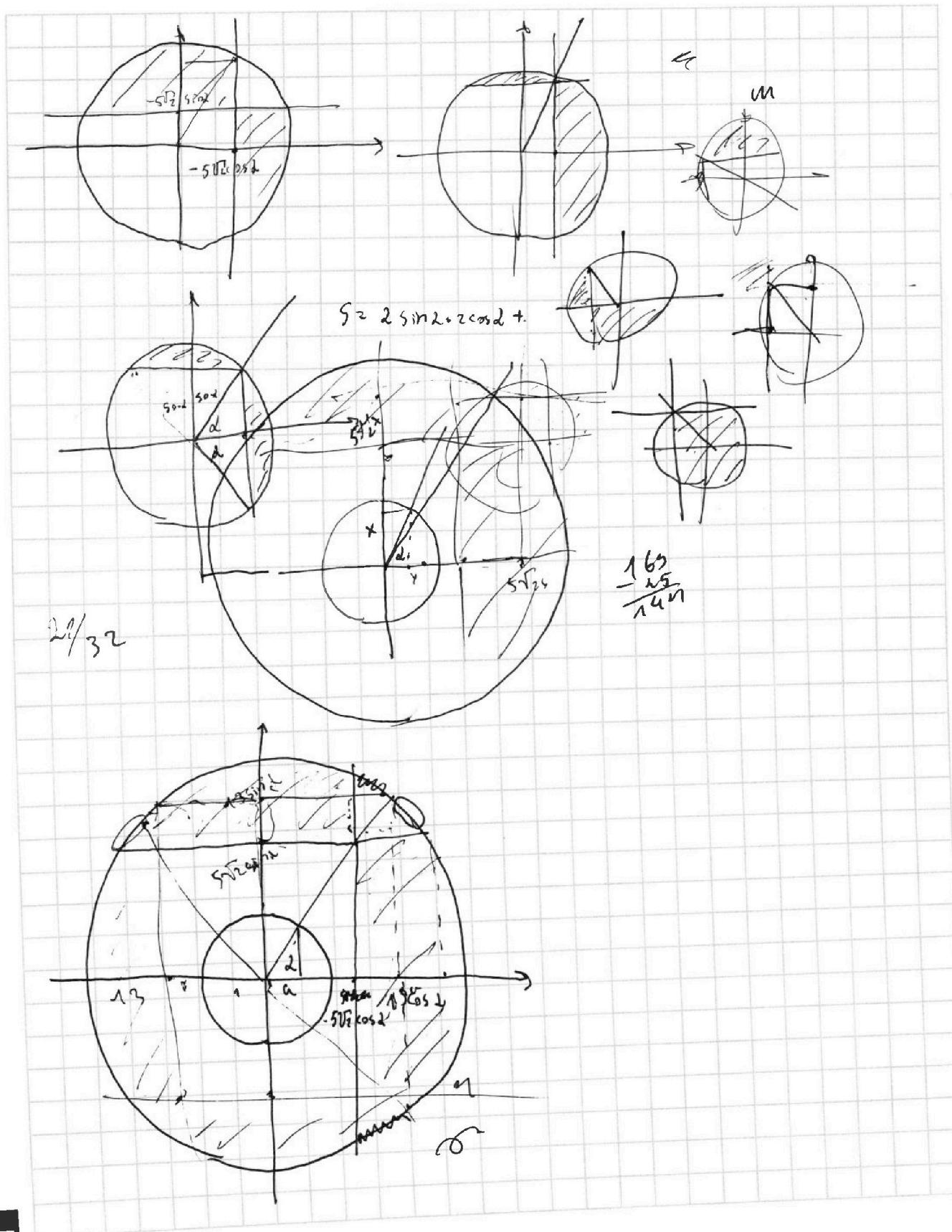


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



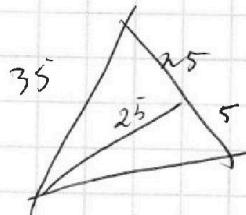
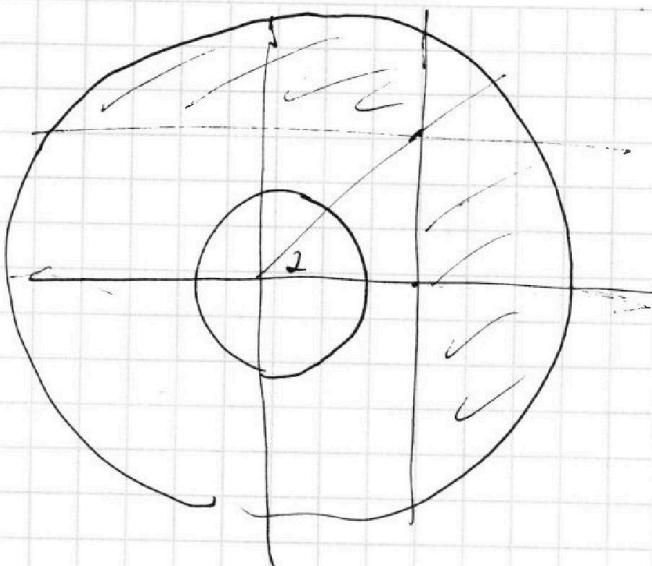


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} -180 \\ \times 5 \\ \hline 915 \\ +137 \\ \hline 655 \end{array}$$

$$\begin{aligned}x^2 &= 35^2 + 30^2 - 2 \cdot 35 \cdot 30 \cdot \frac{4}{5} \\x^2 &= 35^2 + 30^2 - 92 \cdot 35 \\x^2 &\geq 30^2 - 7 \cdot 35 = \\&= 5 \cdot (180 - 49)\end{aligned}$$

