



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a \in \mathbb{N}, a \leq 9 \quad b, c \in \mathbb{Z} \text{ и } 0 \leq b, c \leq 9 \quad m \in \mathbb{N} \text{ и } m \leq 9 \quad n \in \mathbb{Z} \text{ и } 0 \leq n \leq 9 \quad x \in \mathbb{N} \text{ и } x \leq 9$$

Т.к. все цифры в числе A одинаковы, то A представимо в виде $1111 \cdot x$, где x - цифра, из которой составлено число A . Заметим, что $111 = 101 \cdot 11$, где 101 и 11 - простые числа.

Пусть число B представимо в виде $100a + 10b + c$, где a, b, c - цифры.

Число C представимо в виде $10m + n$, где m, n - цифры.

$$A \cdot B \cdot C = 101 \cdot 11 \cdot x (100a + 10b + c) (10m + n)$$

$A \cdot B \cdot C$ должно быть квадратом натурального числа поэтому при разложении на множители числа $A \cdot B \cdot C$

101 должно встретиться четное кол-во раз. 101 - простое,

$10m + n$ принимает максимальное значение, равное $10 \cdot 9 + 9 =$

$= 99$, поэтому $100a + 10b + c$ должно быть делителем

$$\text{и } 101. \quad 100a + 10b + c \equiv -a + 10b + c \pmod{101}$$

Из условия известно, что хотя бы одно из чисел (a, b, c)

равно 6. Пусть это число $a = 6$. Тогда $10b + c - a =$

$-6 + c + 10b$ должно быть сравнимо с нулем по модулю 101 . Максимальное значение $c - 6 + 10b$ равно $9 - 6 + 90 = 93$, тогда нам не можем получить по модулю 101, когда $10b - 6 + c = 0$. $10b = 6 - c$. Обратно, что у данного уравнение единственное решение: $c = 6$; $b = 0$, тогда при $a = 6$; $b = 0$; $c = 6$

$$A \cdot B \cdot C = 101 \cdot 11 \cdot x (606 + 101 \cdot 11 \cdot x \cdot 606 \cdot (10m + n)) = 101^2 \cdot 11 \cdot x \cdot 6 \cdot (10m + n)$$

$10m + n$ должно делиться на 11, из условия известно, что хотя бы один из m и n равно 3. Пусть $n = 3$, тогда, чтобы $10m + n$ делилось на 11, $m = 3$. Если или того,



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

чтобы с делилось на 11 и ~~на~~ когда бы одна из цифр с была 3, то $C=33$, т.к. ~~на~~ ~~делится~~ двузначные числа, которые делятся на 11 состоят из одинаковых цифр.

$A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot X = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot X$, чтобы $A \cdot B \cdot C$ было квадратом натурального числа, X должно быть $X=2$ и $X=8$

Тогда нам подходит ~~(2222; 606; 33)~~ (8888; 606; 33).

(II) пусть $b=6$; тогда:
 $-a+60+c \stackrel{101}{=} 101$; $60+c-a$ не может быть равно нулю в силу ограничений на c и a , а так же не может равняться 101, т.к. $60+c-a < 101$ в силу ограничений на a и c .

(III) пусть $c=6$ тогда:
 $10b-a+6 \stackrel{101}{=} 0$; $10b-a+6=0$; $10b=a-6$ равенств

во втором при $b=0$; $a=6$; такой случай рассмотрен в (I).

$10b-a+6 < 101$ в силу ограничений на a и b .

Рассмотрим все возможные случаи, поэтому Ответ:
(2222; 606; 33) (8888; 606; 33).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У условия можно записать следующее равенство:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)} \quad \text{①} \quad \frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} \cdot \text{м.к.}$$

$x, y > 0$, то можно поделить обе части равенства ① на $(x+y+5)$, тогда: $\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-2)(y+2)}$, то есть $(x-2)(y+2) = xy$

$$xy + 2x - 2y - 4 = xy; \quad x - y = 2, \quad x = 2 + y$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy, \text{ подставив } x = 2 + y$$

$$M = 2(4 + 4y + y^2 + 2y + y^2 + y^2) - 6(2 + y)y = 2(3y^2 + 6y + 4) - 6(2y + y^2) =$$

$$= 6y^2 + 12y + 8 - 12y - 6y^2 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) - \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

пусть $\pi x = \alpha$, $\pi y = \beta$

Тогда исходное равенство имеет вид:

$$(\sin \alpha + \sin \beta) \sin \alpha = (\cos \alpha - \cos \beta) \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \sin \alpha \sin \beta = \cos^2 \alpha - \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = 0$$

$$\cos 2\alpha - \cos(\alpha - \beta) = 0$$

$$-2 \sin\left(\frac{3\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = 0, \begin{cases} \sin\left(\frac{3\alpha - \beta}{2}\right) = 0 \\ \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

проведем обратную замену:

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{3\pi x - \pi y}{2}\right) = 0 \\ \sin\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) = 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{3\pi x - \pi y}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi x + \pi y}{2} = \pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} \textcircled{I} \frac{3x - y}{2} = k, k \in \mathbb{Z} \\ \textcircled{II} \frac{x + y}{2} = l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\textcircled{I}: \frac{3x - y}{2} = k; 3x - y = 2k; 3x = 2k + y; x = \frac{2k + y}{3}$$

$$\textcircled{II}: \frac{x + y}{2} = l; x + y = 2l; x = 2l - y$$

ответ на пункт а) $\left(\frac{2k + y}{3}; y\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$
 $(2l - y; y)$, где $l \in \mathbb{Z}$.

б) чтобы найти целых чисел $(x; y)$ удовлетворяющих одновременно уравнению и неравенству, необходимо, чтобы $x = \frac{2k + y}{3}$

или $x = 2l - y$; рассмотрим эти случаи по-отдельности.

$$x = \frac{2k + y}{3}; \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$$

$$x = \frac{y + 2k}{3}; \arcsin \frac{y + 2k}{18} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \quad (*)$$

из-за вращения векторов, первый член выражения арксинус
 левая часть неравенства (*) принадлежит отрезку $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В условии спрашиваем

т.к. в неравенстве (*) присутствуют арксинусы, то появляются ограничения.

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

В задании спрашивается про

какое решение, тогда давайте переберём все воз-

можные значения y . y может быть равен $-2, -1, 0, 1, 2$.

Пусть $y = -2$.

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin(-1) < \pi, \text{ т.к. } \arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}, \text{ то } \arcsin \frac{x}{6} < \pi - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2}$$

$\arcsin \frac{x}{6} < \pi + \frac{\pi}{2}$, $\arcsin \frac{x}{6} < \frac{3\pi}{2}$, это верно при всех допустимых x , т.к. $\arcsin(x) \leq \frac{\pi}{2}$. Нам подходит 13 значений

x при $y = -2$.

Пусть $y = -1$: $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin(-\frac{1}{2}) < \pi$, $\arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6}$, $\arcsin \frac{x}{6} < \pi - (-\frac{\pi}{6}) = \frac{7\pi}{6}$, $\arcsin \frac{x}{6} < \frac{7\pi}{6}$, это верно при всех допустимых x , т.к. $\arcsin(x) \leq \frac{\pi}{2}$. Тогда нам подходит еще 13 пар решений.

Нам подходит $-6 \leq x \leq 6$, но чтобы эти решения удовлетворяли уравнению $x = \frac{y+2k}{3}$, при $y = -2$: $x = \frac{2k-2}{3}$

$\frac{2k-2}{3} = -6$; $2k-2 = -18$; $2k = -16$; $k = -8$ подходит; $\frac{2k-2}{3} = -5$; $2k-2 = -15$; не подходит, т.к. левая часть делится на 2, а правая нет, значит k не целое.

$\frac{2k-2}{3} = -4$; $2k-2 = -12$; $2k = -10$; $k = -5$ подходит; $\frac{2k-2}{3} = -3$; не подходит, т.к. k не целое; $\frac{2k-2}{3} = -2$; $2k-2 = -6$; $2k = -4$; $k = -2$ подходит

$\frac{2k-2}{3} = -1$ не подходит, т.к. k не целое; $\frac{2k-2}{3} = 0$; $k = 1$ подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2k-2}{3} = 1; k \text{ - нецелое} \quad \frac{2k-2}{3} = 2; 2k-2=6; k=4 \quad \frac{2k-2}{3} = 3 \text{ не подходит } k \text{ - нецелое}$$

$$\frac{2k-2}{3} = 4; 2k-2=12; 2k=14; k=7 \quad \frac{2k-2}{3} = 5 \text{ не подх. } k \text{ - нецелое}$$

$$\frac{2k-2}{3} = 6; 2k-2=18; 2k=20; k=10$$

Получается, что на этом этапе нам подходит следующие пары:

$$(-6; -2) (-4; -2) (-2; -2) (0; -2) (2; -2) (4; -2) (6; -2)$$

Теперь рассмотрим $y = -1$; $\arcsin \frac{x}{6} \in \frac{2\pi}{6}$ при всех допустимых x .

$x = \frac{2k-1}{3}$ Если x - четный, то нам не подходит, т.к. $3x$ не будет делиться на 2, а $2k-1$ чет. Рассмотрим, можно ли перейти к x .

$$\frac{2k-1}{3} = -5; 2k-1=-15; k=-7; \frac{2k-1}{3} = -3; 2k=-8; k=-4; \frac{2k-1}{3} = -1; k=-1$$

$$\frac{2k-1}{3} = 1; 2k-1=3; k=2; \frac{2k-1}{3} = 3; 2k=10; k=5; \frac{2k-1}{3} = 5; k=8$$

подходят следующие пары: $(-5; -1) (-3; -1) (-1; -1) (1; -1) (3; -1) (5; -1)$.

Теперь $y=0$: $x = \frac{2k}{3}$ нам будут подходить только четные x , т.к. иначе $2k$ будет делиться на 2, а $3x$ нет.

$$\frac{2k}{3} = -6; k=-9; \frac{2k}{3} = -4; k=-6; \frac{2k}{3} = -2; k=-3; \frac{2k}{3} = 0; k=0; \frac{2k}{3} = 2; k=3$$

$$\frac{2k}{3} = 4; k=6; \frac{2k}{3} = 6; k=9$$

подходят следующие пары: $(-6; 0) (-4; 0) (-2; 0) (0; 0) (2; 0) (4; 0) (6; 0)$.

Теперь $y=1$: $x = \frac{2k+1}{3}$ нам подойдут только четные x , т.к. иначе $3x \div 2$ а $2k+1 \div 2$, т.е. не будет делиться на 2, а $3x$ чет.

Теперь $y=2$: $\arcsin \frac{x}{6} \in \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ при всех допустимых x , кроме $x=6$, т.к. $\arcsin \frac{6}{6} = \frac{\pi}{2}$.

$x = \frac{2k+2}{3}$ Нам подойдут только четные x , т.к. иначе $2k+2 \div 2$, а $3x \div 2$, т.е. не будет делиться на 2, а $3x$ чет.

подходят еще 6 пар, $x=6$ нам не подходит, т.к. у нас строгий знак и тогда нам подходит $7+6+7+6+6 = 32$ пар.

Ответ: а) $(\frac{2k+9}{3}, y), k \in \mathbb{Z}; (2k-9, y), k \in \mathbb{Z}$

б) 32



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть одна группа классиков x человек, а
билетов, выданных на концерт в конце месяца y штук.
Вероятность того, что Пете и Вase оба пойдут
на концерт в начале месяца равна $\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$, а

вероятность того, что Пете и Вase оба пойдут
на концерт в конце месяца равна $\frac{y \cdot (y-1)}{x(x-1)}$

По условию известно, что $\frac{y \cdot (y-1)}{x(x-1)} \cdot \frac{x(x-1)}{4 \cdot 3} = 6$

$$y(y-1) = 72; y^2 - y - 72 = 0$$

$(y-9)(y+8) = 0$ $y > 0$, т.к. количество билетов не может
быть отрицательным. $\Rightarrow y = 9$.

Ответ: 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

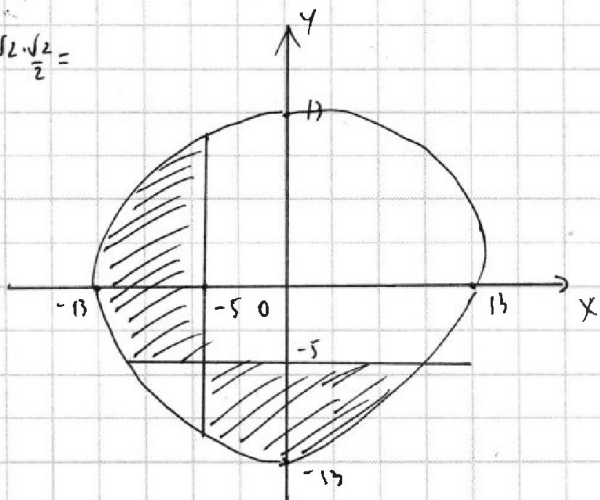
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0, \\ x^2+y^2 \leq 169 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 \\ x = -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y = -5\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases}$$

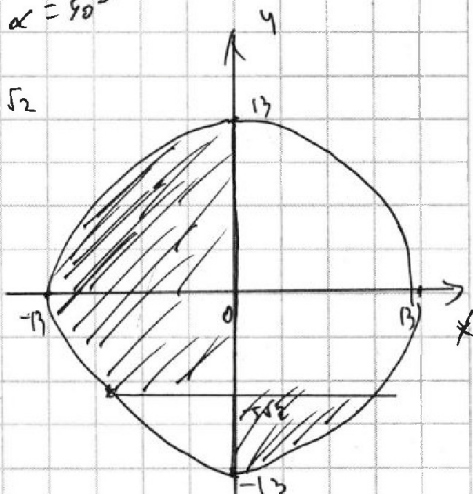
в зависимости от α
~~х и у принимают~~
х и у принимают значения от $-5\sqrt{2}$ до $5\sqrt{2}$.

построим два графика. При $\alpha = 45^\circ$ и $\alpha = 90^\circ$

$\alpha = 45^\circ$
 $x = -5\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$
 $= -5$
 $y = -5$



$\alpha = 90^\circ$
 $x = 0$
 $y = -5\sqrt{2}$



Эти два графика нарисованы для наглядного представления. Заметим, что любой такой график при любом α будет так же, как и эти два. Будет представлять собой совокупность дуг, симметрично относительно ОУ. Например, в графике для $\alpha = 90^\circ$ формально красными отмечены симметрично относительно ОУ перпендикуляр левую часть множества и правую часть множества, дуги у грани которого является дуга, равная половине длины окружности. Получают, что при любых α меньше на периметр фигуры $F(\alpha)$ при уменьшении α уменьшаются длины дуги, $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$ и $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$, то есть необходимо максимизировать длины этих дуг. Чем ближе кресты $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$ и $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$ к ОУ и ОХ соответственно, тем больше их значение, чем меньше $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ тем ближе кресты к осям $\Rightarrow \Rightarrow$ надо минимизировать сумму $\sin\alpha + \cos\alpha$. Тогда $\Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha \right) = \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$; минимальное значение $\sin$ будет когда $\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\alpha + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} \quad \begin{cases} \alpha + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Мы получили нули α , теперь найдем значение M .

Решим как лет ввели ранее, переменная состоит из длины дуги и ~~из~~ суммы длин краев. Длина дуги равна $\pi \cdot 13 = 13\pi$ ~~13\pi~~

1317; при $\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ или $\alpha = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.
длина одной дуги ~~одна~~ из краев равна длине диаметра (26).
а длина второй кривой равна длине диаметра ~~радиуса (13)~~ ~~13~~
~~13~~ ~~5\sqrt{2}~~ $5\sqrt{2}$. Итого же значение M равно

$$13\pi + 26 + 26 - 5\sqrt{2}$$

Ответ: $52 - 5\sqrt{2} + 13\pi$.

$$\frac{2.101.11.11.6.11.3}{2.101.11.11.101.6.3.11.11.2} \cdot 101.101.11^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{XXXX}$$

$$B = \overline{abc}, \text{ где } \begin{cases} a=6 \\ b=6 \\ c=6 \end{cases}$$

$$C = \overline{mn} \begin{cases} m=3 \\ n=3 \end{cases}$$

$$\overline{XXXX} \cdot \overline{abc} \cdot \overline{mn} = K^2$$

$$1111 \cdot \overline{abc} \cdot \overline{mn} = K^2$$

$\Rightarrow K$ делится на 1111

$$K^2: 1111 \cdot 1111$$

$$1111 \cdot (600 + 10b + c) (30 + n) = K^2$$

$$(600 + 10b + c) (30 + n) : 1111$$

$$18000 + 600n + 300b$$

$$10b + b - a : 101$$

максимум 9/10

$$10b + c - b$$

$$60 + c - a \text{ делят}$$

$$1111 \cdot \overline{abc} \quad 1111 (600 + 10b + c) (30 + n) = K^2$$

$$\overline{600 + 10b + c} : 1111$$

$$1111 (100a + 60b + c) (30 + n) = K^2$$

$$\overline{600 + 10b + c} =$$

$$10b + c = 511$$

$$1111 (\overline{600})$$

$$100a + 60b + c$$

$$101 \mid 7$$

$$\overline{91}$$

$$100a + 60b + c = 1111$$

$$2222 (600 + 10b + c) \mid$$

$$3333 = 3 \cdot 1111$$

$$701$$

$$101 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 1111 \cdot 7 \\ - 7 \\ \hline 41 \\ - 35 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \cdot 11 \\ - 11 \\ \hline 011 \\ 101 \\ 11 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 1111 \cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \cdot 11 \\ - 11 \\ \hline 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ \hline 101 \cdot 11 \cdot 2 \\ 101 \cdot 11 \cdot 13 \\ \hline 101 \cdot 11 \cdot 7 \\ 101 \cdot 11 \cdot 51 \end{array}$$

$$101 \cdot 11 \cdot X \cdot (100a + 10b + c) (10m + n) = K^2$$

$$m=10, n=1$$

$$101$$

$$5$$

$$606$$

$$600 = -6$$

$$100a + 10b + c : 101$$

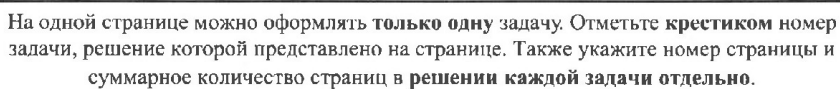
$$600 + 10b + c = 101K$$

$$100a + 60b + c = 101m$$

$$100a + 10b + c = 101n$$

$$100a + 10b + c = 101 \cdot 6 - a + 10b$$

$$\begin{cases} 6 - a + 10b \text{ делится на } 101 \\ -6 + 10b + c \\ 60 + c - a \end{cases}$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2n(x-y) - \cos(n(2x-2y)) = 0$$

$$\cos 2n(x-y) - \cos 2n(k-y) = 0$$

$$-2 \sin \frac{n}{2n} \quad \sin n \quad \text{circle with cross} \quad \frac{1}{n} \ln n$$

$$a_v c_{\sin}(\frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2} \frac{X(X-1)}{12} = 6$$

$$^1(6;2) \oplus \text{arclength}(\pi_2) + \alpha x^2 - x - 72 = 0$$

Myrmica *hirsuticornis* Emery

by some reason after givened X . $X^L - X - \gamma^L$ by dimension at 10 seconds.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 2 \overline{) 32} \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{4}{25} \div \frac{4}{25} = \frac{4}{25} \cdot \frac{25}{25} = \frac{4 \cdot \cancel{25}}{\cancel{25} \cdot 25} = \frac{4}{25}$$

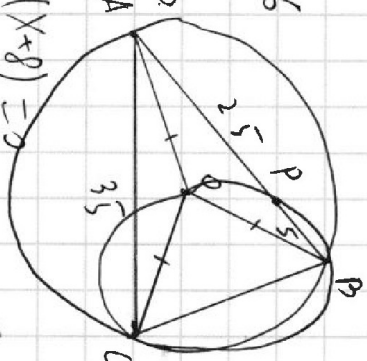
$$y = 6.16$$

$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{n_x + 11y}{2} = \frac{11(4x-3)}{2} + x - x - 10 = \frac{8x-10}{2} = 4x - 5$$

$$\frac{y}{N^{\frac{1}{2}}C} = \frac{4.31}{0.1100}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



4.10.10

$$c = (8+x)(6-x)$$

$$x^2 - x - 7$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{x^2}{N^2} \cdot \frac{N^2}{16} = 6 \frac{x^2}{4} = 96$$

pa ducum 2 N N
16 X 2

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$$

$$\sqrt[n]{x}$$

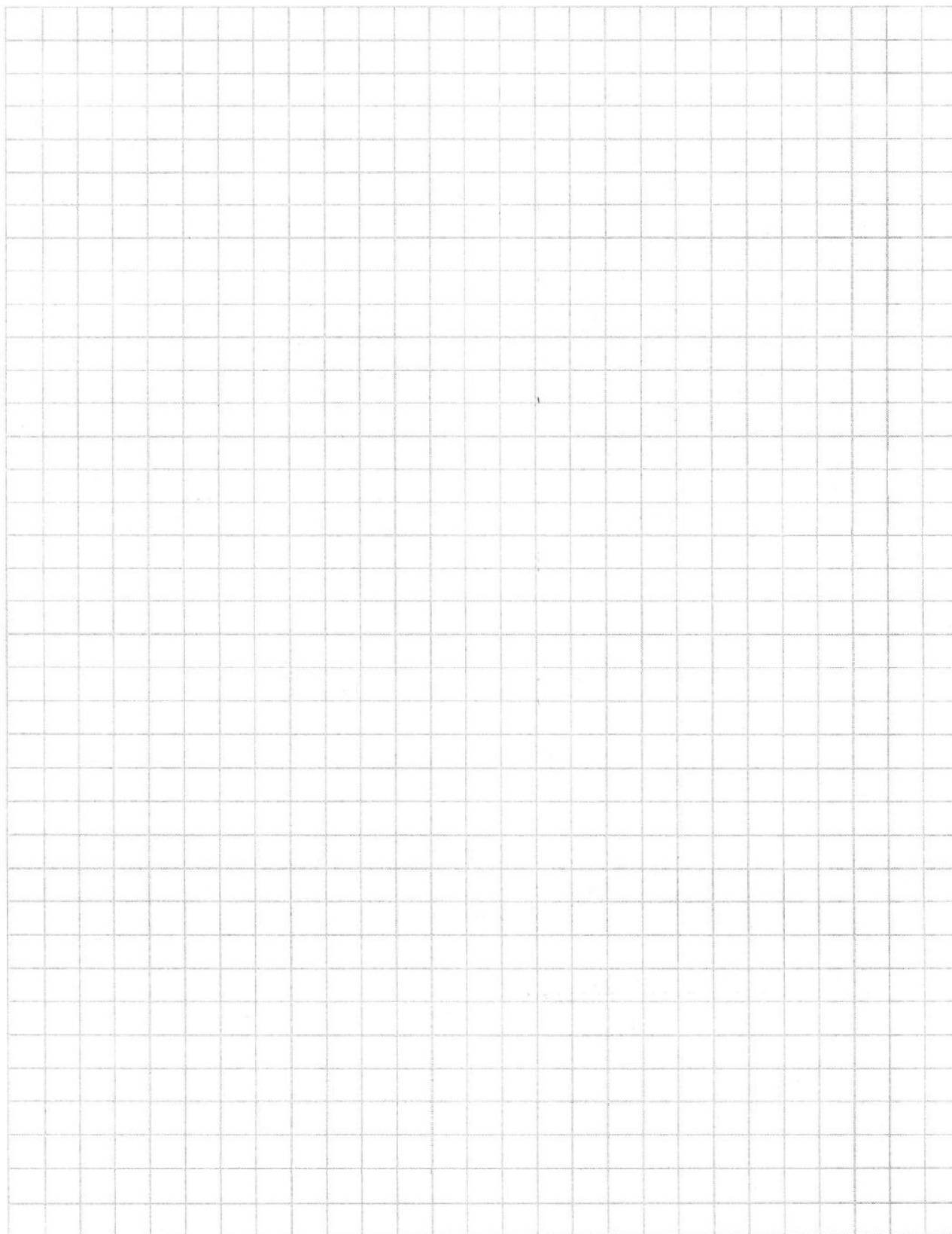


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$\frac{2}{14} \\ \frac{5}{7,0}$$

$$\cos \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = -1$$

$$\sin \alpha = -1$$

$$-5\sqrt{2}(\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$\sin \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$5\sqrt{2}$$

$$\max(\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$\frac{1}{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \cos \alpha \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

