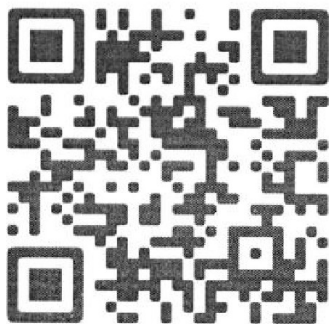




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = -(\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~первое~~ число $A = a \cdot 1111$, где a - натуральное меньшее 10

$$a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101 \quad 101 - \text{простое}$$

~~1-ое~~ число: 101 и 101^2

$$A : 101 \quad A \not\div 101^2 \quad (\text{т.к. } 101^2 > 10000 > A)$$

$$0 < C < 100 \Rightarrow C \div 101$$

$$\left. \begin{array}{l} A \cdot B \cdot C \text{ квадрат} \\ A \cdot B \cdot C : 101 \end{array} \right\} \Rightarrow A \cdot B \cdot C : 101^2$$

получаем, что $B : 101$

$$B = b \cdot 101 \quad b \in \mathbb{N}, \text{ заметим, что } 101 \cdot 10 > 1000 > B$$

$$\Rightarrow b \leq 10 \Rightarrow B = \overline{b0b}; b \in B \text{ есть } 6 \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow B = 606 = 2 \cdot 3 \cdot 101$$

$$\left. \begin{array}{l} B = 606 \Rightarrow B \div 11 \\ A : 11; A \not\div 11^2 \\ A \cdot B \cdot C - \text{квадрат} \end{array} \right\} \Rightarrow C : 11 \quad C = c \cdot 11 \quad c \in \mathbb{N}$$

$$10 \cdot 11 > 100 > C \Rightarrow C < 10$$

$$\Rightarrow C = \overline{cc}, \text{ т.к. есть } 3, \text{ то } c = 3 \Rightarrow C = 33 = 3 \cdot 11$$

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 \Rightarrow 2a \text{ квадрат}$$

$$2a \text{ четн и } < 20 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=8 \end{cases} \quad \text{значит подх. } A=8888 \text{ и } A=2222$$

Ответ: $(2222; 606; 33) (8888; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

$$x, y > 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+2+y+2+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\begin{cases} x+y+5=0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ y \neq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 2 \\ y \neq -2 \\ \begin{cases} x+y+5=0 \\ xy=(x-2)(y+2) \end{cases} \end{cases}$$

$$1) \quad xy=(x-2)(y+2) \Leftrightarrow 2x=2y+4$$

$$x=y+2$$

$$M=(y+2)^3 - y^3 - 6(y+2)y \quad y \neq 0$$

$$M=y^3+6y^2+12y+8-y^3-6y^2-12y=8 \quad y \neq -2$$

$$2) \quad x+y+5=0$$

$$y=-(x+5)$$

$$\text{но если } x+y+5=0, x, y > 0 \Rightarrow x+y+5 > 0$$

$$M=x^3+(x+5)^3+6x(x+5)$$

$$M=2x^3+15x^2+75x+125+6x^2+30x$$

$$M=2x^3+21x^2$$

Значит только $M=8$, пример: $y=1, x=3$

$$1+\frac{1}{3}+\frac{5}{3}=3=\frac{1}{3}+1+\frac{5}{3}$$

$$M=27-1-18=8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В классе n человек, ~~но~~ в конце месяца было k билетов. ~~n билетов~~ ~~n по условию $n \geq 1$; k~~

по условию $n \geq 2$; $k > 4$.

$$\text{макс понасть или вдвоем в конце} = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-1)(n-2)}{n(n-1)}$$

$$= \frac{4 \cdot 3}{n \cdot (n-1)}$$

$$\text{макс понасть или вдвоем в конце} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{k \cdot (k-1)}{n(n-1)}$$

$$G = \frac{4 \cdot 3}{n \cdot (n-1)} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

$$k(k-1) = 72$$

$$\begin{cases} k=9 \\ k=8 \\ k=-8 \end{cases}$$

$$k=9 \text{ или } k=8$$

$$k=-8 \text{ не покр по условию} \Rightarrow k=9$$

$$k-4=9-4=5$$

То есть дополнительно было выделено 5 билетов, то есть в общей сложности было выделено 9 билетов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a)

$$\alpha = \frac{\pi(x+y)}{2}$$

$$\beta = \frac{\pi(x-y)}{2}$$

$$\sin \pi x + \sin \pi y = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\cos \pi x - \cos \pi y = -2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta \cdot \sin \pi x = -2 \sin \alpha \sin \beta \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \alpha (\sin \pi x \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \pi x) = 0$$

$$\sin \alpha \cdot \sin(\beta + \pi x) = 0$$

$$\begin{cases} \alpha = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \beta + \pi x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x-y}{2} = k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 2k \\ y = 3x - 2k \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (x; -x+2k) x \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{Z} \cup (x; 3x-2k) x \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\delta) -\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$$

и имеем, когда $-1 \leq \frac{x}{6} \leq 1$ $-1 \leq \frac{y}{2} \leq 1$ и отсюда получаем вариант $\frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1$ одновременно

$$-1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \Rightarrow y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

и $y = -1 \Rightarrow$ т.к. $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases}$ то у нас $\begin{cases} y = -x + 2k \\ y = 3x - 2k \end{cases} k \in \mathbb{Z}$ можно

преобразовать в $x = \frac{y}{2}$

1) $y = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

2) $y = -1 \Rightarrow x = -0.5 \Rightarrow x \in \{-1; -0.5; 0; 0.5; 1\}$

3) $y = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Ответ: $(-2; -6)$

Всего пар $2 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 6 = 32$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $L = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k$ $k \in \mathbb{Z}$ будет достигаться
ее значение $\approx \arcsin\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5\sqrt{2}\sqrt{169 - \frac{1}{2} \cdot 50}}{169}\right) = \arcsin\left(\frac{5\sqrt{2}\sqrt{169 - 25}}{169}\right)$
максимум



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2$ — круг с $R = 5\sqrt{2}$ с центром $(0; 0)$

$(x + 5\sqrt{2} \cos L)(y + 5\sqrt{2} \sin L)$ выбираем на окр-ти $r = 5\sqrt{2}$ точку, радиус вектор в которую образ с $(0; -1)$ ориент угол равный L , затем через эту точку проводим вертикальную и горизонтальную прямые, берём левую верхнюю и правую нижнюю четверти

у выбранной точки координаты $(x_i; y_i)$

$$x_i = -5\sqrt{2} \cos L$$

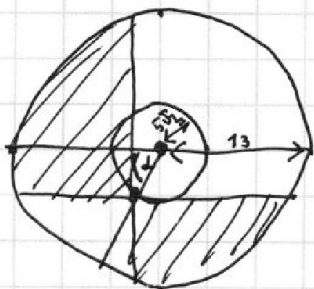
$$y_i = -5\sqrt{2} \sin L$$

Заметим что периметр $\Phi(L)$ состоит из двух компонентов

1) и отрезка из $(x; y)$

2) 2 дуги круга $x^2 + y^2 \leq 169$

часть которая правее $(x; y)$, отсимметризируем её относительно $y=0$, заметим что дуговая компонента не изменится (круга m).



заметим что дуговая компонента не зависит от выбора $L =$ наукружности (делаем симметрию правой части от $y=0$, независимо от L дуговая компонента не изменится, затем то что ниже $y=0$ из левой части симметрично переводим от $(0; 0)$, получаем то самую верхнюю наукружность при этом дуговая компонента не изменится $\Rightarrow$ она всегда дуга наукружности радиуса $13 = \sqrt{169}$

наукружность)

Теперь хотим минимизировать первую компоненту максимизировать



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow M_{AB} M_{A_1 B_1} = a+b$ т.к. $AB B_1 A_1$ - правильная трапеция $\Rightarrow$

$\Rightarrow \rho(AB; A_1 B_1) = a+b \Rightarrow S_{\text{большой радиуса}} = \frac{2\sqrt{3} a \sqrt{3} b}{2} (a+b) =$

$= \sqrt{3} (a+b)^2 \Rightarrow S_{\text{большой пов-ти}} = 3\sqrt{3} (a+b)^2$

$\rho(O_2; AB) = \rho(O_2; A_1 B_1) = \rho(O_2; AA_1)$ т.к. шар касаний-

спроецируем O_2 на $AB B_1 A_1$, получим O_2'

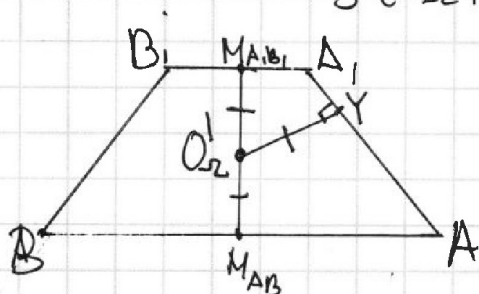
по теореме Пифагора получаем, что ρ

$\rho(O_2'; AB) = \rho(O_2'; A_1 B_1) = \rho(O_2'; AA_1)$

заметим, что т.к. O_2 было на O_2 , то кас AB было

то O_2 на O_2 спроецированной на $AB B_1 A_1$, т.е. на прямую

$M_{AB} M_{A_1 B_1} \Rightarrow \rho(O_2'; AB) = O_2' M_{AB}$
 $\rho(O_2'; A_1 B_1) = O_2' M_{A_1 B_1}$



$Y = AA_1 \cap O_2'$ (т.к. касание, то $O_2' Y \perp AA_1$)
 $A_1 M_{A_1 B_1}^2 + M_{A_1 B_1}^2 = A_1 O_2'^2 = A_1 Y^2 + O_2' Y^2$

$M_{A_1 B_1}^2 = A_1 Y^2 \Rightarrow A_1 Y = \frac{1}{2} A_1 B_1$

по этому получаем $M_{AB} M_{A_1 B_1} = a+b$ аксиоматически $A_1 Y = \sqrt{3} a \Rightarrow AA_1 = \sqrt{3} (a+b)$
 $\Rightarrow (a+b)^2 + 3(a-b)^2 = 3(a+b)^2 \Rightarrow a^2 - 10ab + b^2 = 0$
 $\frac{a}{b} = t \Rightarrow t^2 - 10t + 1 = 0 \Rightarrow t = 5 \pm \sqrt{24}$

по усл. $a > b \Rightarrow t > 1 \Rightarrow t = 5 + \sqrt{24}$

$S_{\text{большой пов-ти}} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} a \cdot a = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} b \cdot b = 3\sqrt{3} b^2$

$\frac{S_{\text{большой пов-ти}}}{S_{\text{большой пов-ти}}} = \frac{b^2}{(a+b)^2} = \left(\frac{1}{t+1}\right)^2 = \left(\frac{1}{6+\sqrt{24}}\right)^2 = \left(\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right)^2 = 5-2\sqrt{6}$

Ответ: $5-2\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

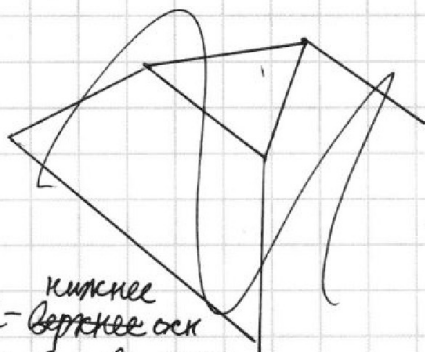
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

O_1 - центр нижнего осн. O_2 - центр верхнего осн.

O_{Ω} - центр Ω O_{ω} - центр ω

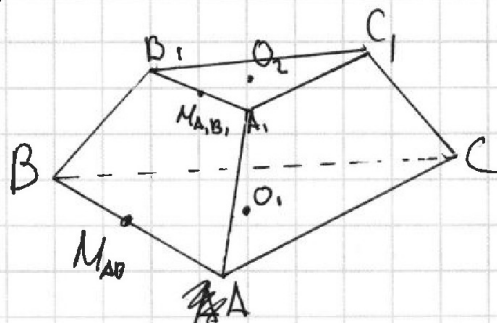


ABC - нижнее осн.
 A, B, C - вершины осн.

$ABC \parallel A_1B_1C_1$

$\triangle ABC$ - P/C

$\triangle A_1B_1C_1$ - P/C



$$a = \rho(O_1; AC) \Rightarrow O_1A = O_1B = O_1C = a$$

$$AB = BC = CA = 2\sqrt{3}a$$

$$b = \rho(O_2; A_1C_1) \Rightarrow O_2A_1 = O_2B_1 = O_2C_1 = b$$

$$A_1B_1 = B_1C_1 = C_1A_1 = 2\sqrt{3}b$$

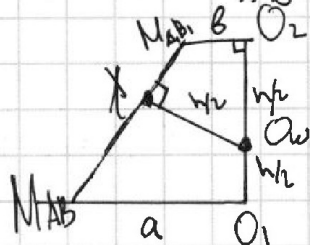
$$2\sqrt{3}a > 2\sqrt{3}b \Rightarrow a > b$$

Заметим, что O_{Ω} и O_{ω} на прямой O_1O_2

ω кас. грани ABB_1A_1 , т.к. O_{ω} на O_1O_2 и $O_1O_2 \perp$ грани

то касается на прямой $M_{AB}M_{A_1B_1}$ (середины AB и A_1B_1 , соответственно)

$\triangle$ сечение $M_{AB}M_{A_1B_1}O_2O_1$



Т. Пифагора:

$$X = \omega \cap M_{AB}M_{A_1B_1} \text{ (т.к. кас., то } OX \perp M_{AB}M_{A_1B_1})$$

O_{ω} равноудален от осн. $\Rightarrow$ на середине O_1O_2

$O_1O_{\omega} = O_2O_{\omega} = O_{\omega}X$, т.к. O_{ω} шар

$$XM_{A_1B_1}^2 + O_{\omega}X^2 = O_{\omega}O_2^2 + M_{A_1B_1}O_2^2 \Rightarrow XM_{A_1B_1}^2 = M_{A_1B_1}O_2^2$$

$$XM_{A_1B_1} = b$$

аналогично найдем для $M_{AB}XO_{\omega}O_1$, получаем $M_{AB}X = a$

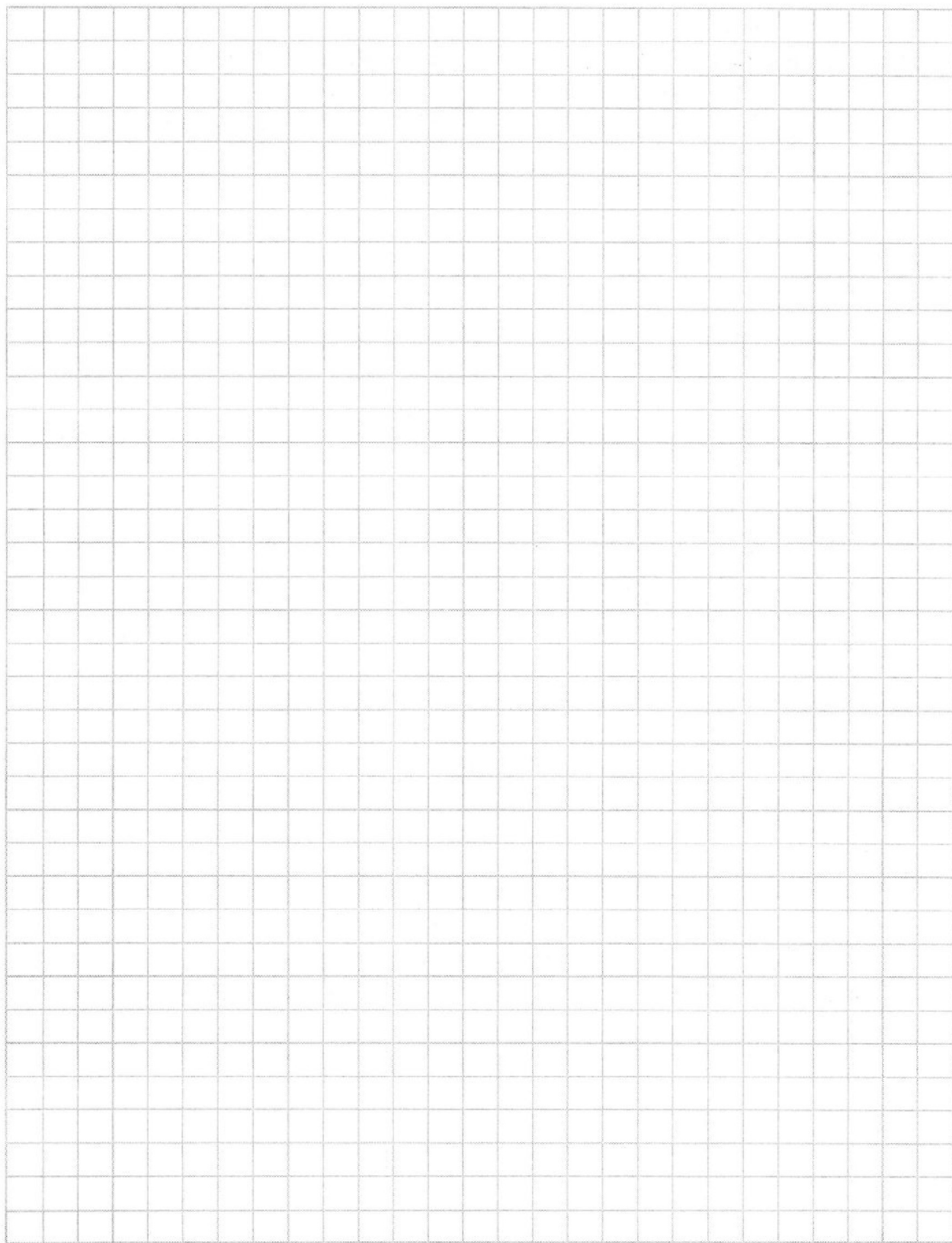


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



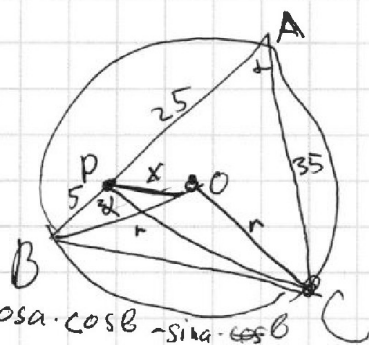


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

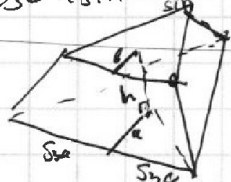


$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$-\cos(a+b) = -\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$-2 \sin a \cdot \sin b$$



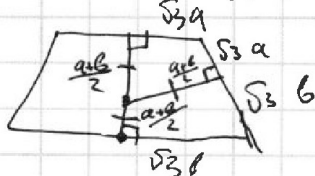
$$3 \cdot \frac{\sqrt{3}(a+b)}{2} \cdot (a+b) =$$

$$= 3\sqrt{3}(a+b)^2$$

$$= 3\sqrt{3}a^2$$

$$b^2 + h^2 - 2xh = a^2$$

$$4\sqrt{3}abx = a^2 - b^2 - 4ab$$



$$x = \frac{a^2 - b^2 - 4ab}{4\sqrt{3}ab}$$

$$3(1-x)^2 = 2(a+x)^2$$

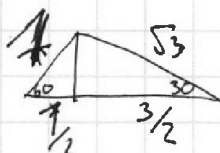
$$\sin \frac{(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x =$$

$$=$$

$$1) \sin a = 0 \Rightarrow \frac{\pi(x+y)}{2} = \pi k$$

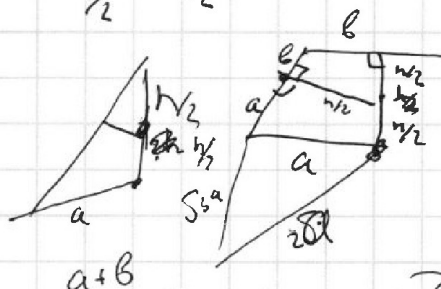
$$2) \frac{6 + \sqrt{24}}{2} = \frac{6 - \sqrt{24}}{2} = \frac{3 - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$5 \cdot 25 = (r-x)/(r+x)$$



$$\sin a \cdot \cos b \cdot \sin \pi x =$$

$$= -\sin a \cdot \sin b \cdot \cos \pi x$$

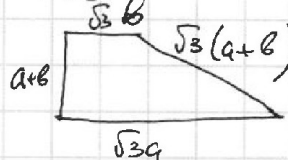
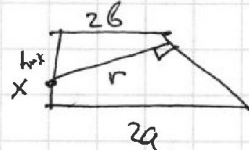


$$(a-b)^2 + h^2 = (a+b)^2$$

$$h^2 = 4ab \sin(a-b) \cdot \cos(b) +$$

$$h = 2\sqrt{ab} \sin(a-b) \cdot \cos(b) =$$

$$= \sin(a)$$



$$(a+b)^2 + 3(a-b)^2 = 3(a+b)^2$$

$$3(a-b)^2 = 2(a+b)^2$$

$$a^2 - 10ab + b^2 = 0$$

$$\frac{a}{b} = y$$

$$x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$\frac{10 \pm \sqrt{100 - 4}}{2} = 5 \pm \sqrt{24}$$

$$\frac{9 + 6 - 6\sqrt{6}}{3} = 5 - 2\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aaaa} = a \cdot 11 \cdot 101$$

$$a \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\overline{606} = 2 \cdot 3 \cdot 101$$

$$\sin\left(\frac{\pi(x+y)}{2}\right) \neq \sin\left(\frac{\pi(x-y)}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi(x+y)}{2}\right)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} + \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a =$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{(x-2) + (y+2) + 5}{(x-2)(y+2)} = 2 \sin a \cdot \cos b$$

$$1) x+y+5=0$$

$$x \neq 0 \quad y \neq 0$$

$$2) xy = (x-2)(y+2) = xy - 2y + 2x + 4$$

$$y = x+2$$

$$y = -(x+5)$$

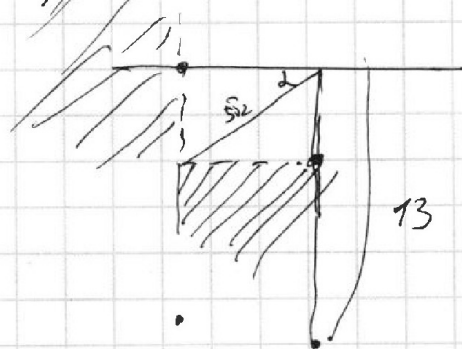
$$x^3 + (x+5)^3 + 6x^2 + 30x = 2x^3 + 21x^2 + 105x$$

$$6 \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$$

$$\frac{k!}{n! \cdot (n-k)!}$$

$$6 = \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)(n-2)(n-3)} = \frac{(n-2)(n-3) \dots (n-k+1)}{k! \cdot n(n-1) \dots (n-k+1)}$$

$$6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} = \frac{k \cdot (k-1)}{n(n-1)} \quad k=9$$



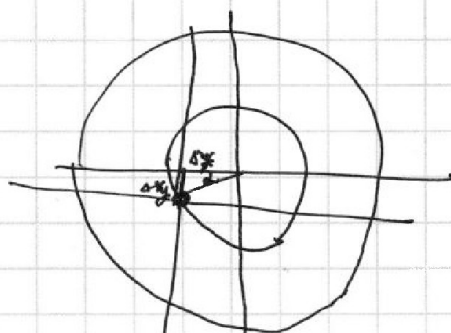
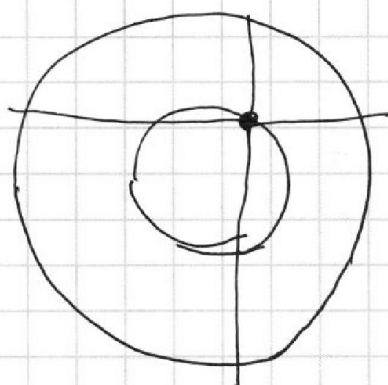


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta y = 5\sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$
$$\Delta y = 2 \cdot \sin \alpha$$

$$X \cdot \sqrt{119 + X^2 \cdot 50} + \sqrt{1 - X^2} \cdot \sqrt{169 - 50X^2}$$

$$1 \cdot \sqrt{119}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{169 - 25} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{144} =$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{\Delta y}{13}$$

$$\sin \alpha_2 = \sin \alpha \cdot \frac{5\sqrt{2}}{13}$$

$$\Delta x = 5\sqrt{2} \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha_3 = \frac{\Delta x}{13} = \frac{5\sqrt{2}}{13} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{169 - \sin^2 \alpha \cdot 50}}{13}$$

$$\cos \alpha_3 = \sqrt{169 - 2 \cos^2 \alpha \cdot 50}$$

$$\sin(\alpha_2 + \alpha_3) = \frac{\sin \alpha \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{169 - \cos^2 \alpha \cdot 50} + \frac{13}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{169 - \cos^2 \alpha \cdot 50}}{169}$$