

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 3



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
  - $C$  — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 2, а  $y$  — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 6xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = -(\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 25$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 35$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

первое число  $A = a \cdot 1111$ , где  $a$ - натуральное меньшее

10

$$a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101 \quad 101 - \text{простое}$$

1ое число:  $101 \cdot 101$

$$A : 101 \quad A \nmid 101^2 \quad (\text{м.к. } 101^2 > 10000 > A)$$

$$0 < C < 100 \Rightarrow C \nmid 101$$

$$\left. \begin{array}{l} A \cdot B \cdot C \text{ квадрат} \\ A \cdot B \cdot C : 101 \end{array} \right\} \Rightarrow A \cdot B \cdot C : 101^2$$

нашлось, что  $B : 101$

$$B = b \cdot 101 \quad B \in N, \text{значит, что } 101 \cdot 10 > 1000 > B$$

$$\Rightarrow B \leq 10 \Rightarrow B = \overline{b_0 b} ; b \text{ Всегда } b \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow B = 606 = 2 \cdot 3 \cdot 101$$

$$\left. \begin{array}{l} B = 606 \Rightarrow B \nmid 11 \\ A : 11; A \nmid 11^2 \\ A \cdot B \cdot C - \text{квадрат} \end{array} \right\} \Rightarrow C : 11 \quad C = c \cdot 11 \quad c \in N$$

$$10 \cdot 11 > 100 > C \Rightarrow C < 10$$

$$\Rightarrow C = \overline{c c}, \text{м.к есть 3, то } c=3 \Rightarrow C = 33 = 3 \cdot 11$$

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 \Rightarrow 2a \text{ квадрат}$$

$$2a \text{ квадрат} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=8 \end{cases} \quad \text{значит подж. } A=8888 \text{ и } a=2222$$

Ответ:  $(2222; 606; 33) (8888; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

 $x, y > 0$ 

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x-2+y+2+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\begin{cases} x+y+5=0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 2 \\ y \neq -2 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 2 \\ y = -2 \\ x+y+5=0 \\ xy = (x-2)(y+2) \end{cases}$$

$$1) xy = (x-2)(y+2) \Rightarrow 2x = 2y + 4$$

$$x = y + 2$$

$$M = (y+2)^3 - y^3 - 6(y+2)y \quad y \neq 0$$

$$M = y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$

$$2) x+y+5=0 \quad \text{но усл } \cancel{x \neq -2} \quad x, y > 0 \Rightarrow x+y+5 > 0$$

$$M = x^3 + (x+5)^3 + 6x(x+5)$$

$$M = 2x^3 + 15x^2 + 75x + 125 + 6x^2 + 30x = 22x^3 + 21x^2 + 105x + 125$$

$$M = 2x^3 + 21x^2$$

Значит тогда  $M=8$ , пример:  $y=1; x=-3$

$$1 + \frac{1}{-3} + \frac{5}{-3} = 3 = \frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3}$$

$$M = 2(-3)^3 + 21(-3)^2 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

]) В классе  $n$  человек, после в конце месяца было  $k$  билетов

~~н отдано и по условию~~

по условию  $n \geq 2; k > 4$ .

$$\text{шанс попасть или выиграть в классе} = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

$$= \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)}$$

$$\text{шанс попасть или выиграть в конце} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

$$6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

$$k(k-1) = 72$$

$$\begin{cases} k=9 \\ k=-8 \end{cases}$$

$$k=9 \text{ под } k$$

$$k=-8 \text{ не под } k \text{ по условию}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} k=9 \\ k=-8 \end{cases}$$

$$k-4=9-4=5$$

Поэтому дополнительно выделено 5 билетов, то есть в общей сложности было выделено 9 билетов



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a)

$$a = \frac{\pi(x+y)}{2}$$

$$b = \frac{\pi(x-y)}{2}$$

$$\sin \pi x + \sin \pi y = 2 \cdot \sin a \cdot \cos b$$

$$3 \cos \pi x - \cos \pi y = -2 \sin a \cdot \sin b$$

$$2 \sin a \cos b - 2 \cdot \sin \pi x = -2 \cdot \sin a \cdot \sin b \cdot \cos \pi x$$

$$\sin a (\sin \pi x \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos \pi x) = 0$$

$$\sin a \cdot \sin(b + \pi x) = 0$$

$$\text{БФ} \Rightarrow \begin{cases} a = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ b + \pi x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x-y}{2} = k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 2k \\ y = 3x - 2k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (x; -x+2k) \quad x \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{Z} \quad \text{или} \quad (x; 3x-2k) \quad x \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{Z}$$

б)

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin z \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x+y}{6} + \arcsin \frac{y}{6} \leq \frac{\pi}{2}$$

м.е. ищем, когда  $-1 \leq \frac{x+y}{6} \leq 1 \quad -1 \leq \frac{y}{6} \leq 1$  и откладываем варианты  $\frac{x+y}{6} = 1$  и  $\frac{y}{6} = 1$  отдельно

$$\text{И} \quad 1 \leq \frac{y}{6} \leq 1 \Rightarrow y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

$$\text{И} \quad y = -1 \Rightarrow \text{м.к. } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases}, \text{ то есть } \begin{cases} y = -x + 2k \\ y = 3x - 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{нету}$$

преобразование  $x = \frac{y}{2}$

$$1) \begin{cases} y = -2 \Rightarrow x/2 \Rightarrow x \in \{-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6\} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = -1 \Rightarrow x/2 \Rightarrow x \in \{-5; -3; -1; 1; 3; 5\} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y = 2 \Rightarrow x/2 \Rightarrow x \in \{-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6\} \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ:  $(x, y)$

$$\text{Всего пар } 2 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 6 = 32$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при  $\lambda = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k$   $k \in \mathbb{Z}$  будет достигаться  
максимум



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 =$  круг с  $R = 5\sqrt{2}$  с центром  $(0; 0)$

$(x + 5\sqrt{2} \cos \varphi)^2 + (y + 5\sqrt{2} \sin \varphi)^2$  выбираем на окр-тии  $r = 5\sqrt{2}$  точку, радиус вектор в которую образует  $\overrightarrow{(0; -1)}$  ортого угл равн  $\varphi$ , затем через эту точку проводим вертикальную и горизонтальную прямые, берём левую верхнюю и правую нижнюю четверти

] в выбранной точке координаты  $(x_i, y_i)$

$$x_i = -5\sqrt{2} \cos \varphi$$

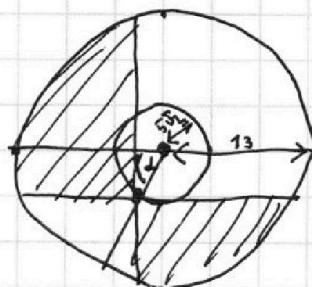
$$y_i = -5\sqrt{2} \sin \varphi$$

Заметим что периметр  $\Phi(\varphi)$  состоит из двух каскадов

1) и отрезка из  $(x, y)$

2) 2 дуги круга  $x^2 + y^2 \leq 169$

Граница которых правее  $(x, y)$ , отсимметрична ей относительно  $y=0$ , заметим что дуговая каскада не изменится



заметим что дуговая каскада не зависит от выбора  $\varphi =$  паракружности (делали симметрию правой части от  $y=0$ , не зависим от  $\varphi$  дуговая каскада не изменится), затем то что каскад  $y=0$  из левой части симметрично симметрично переведен от  $(0, 0)$ , получив паракружность паракружность при этом дуговая каскада не изменится  $\Rightarrow$  она всегда паракружность) длина паракружности радиуса  $13 = 13\pi$

Теперь хотим максимизировать первую каскаду



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow M_{AB} M_{A_1 B_1} = a+b$  т.к.  $AB \parallel A_1 B_1$ ,  $A$  - правильная трапеция  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow g(AB; A_1 B_1) = a+b \Rightarrow S_{\text{боковой грани}} = \frac{\sqrt{3} a \sqrt{3} b}{2} (a+b) =$$

$$= \sqrt{3} (a+b)^2 \Rightarrow S_{\text{боковой поб-ти}} = 3 \sqrt{3} (a+b)^2$$

$$g(O_2; AB) = g(O_2; A_1 B_1) = g(O_2; AA_1) \text{ т.к. } AA_1 \text{ касатель}$$

средицем  $O_2$  на  $AB$ ,  $A_1$ , получим  $O_2'$

по трёхмерной Т. Пирогова получаем, что ~~где~~

$$g(O_2'; AB) = g(O_2'; A_1 B_1) = g(O_2'; AA_1)$$

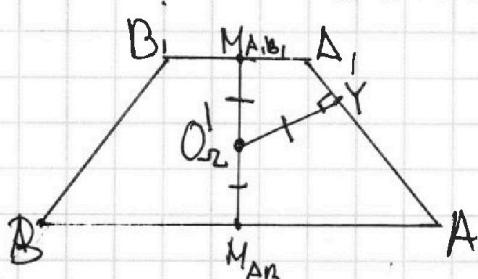
запишем, что т.к.  $O_2$  было на  $O_2 O_2'$  кас  $AB$  ~~далее~~

то  $O_2'$  на  $O_2 O_2'$  средицем  $AA_1$ , т.е. на прямой

$$M_{AB} M_{A_1 B_1}$$

$$\Rightarrow g(O_2'; AB) = O_2' M_{AB}$$

$$g(O_2'; A_1 B_1) = O_2' M_{A_1 B_1}$$



$$Y = AA_1 \cap O_2' ( \text{т.к. касание, т.о. } O_2' \perp AA_1 )$$

$$AA_1^2 + Y^2 = O_2' M_{AB}^2 = O_2' M_{A_1 B_1}^2$$

$$AA_1^2 + M_{AB}^2 + M_{A_1 B_1}^2 = O_2' M_{AB}^2 = AA_1^2 + Y^2 + O_2' M_{A_1 B_1}^2$$

$$M_{A_1 B_1}^2 = AA_1^2 + Y^2 \Rightarrow AA_1^2 = M_{A_1 B_1}^2 - Y^2$$

$$\text{аналогично } AA_1^2 = M_{AB}^2 - Y^2 \Rightarrow AA_1 = \sqrt{M_{AB}^2 - Y^2}$$

$$M_{AB} M_{A_1 B_1} = a+b \Rightarrow (a+b)^2 = AA_1^2 + AA_1^2 = 2(a+b)^2 \Rightarrow$$

$$(a+b)^2 + 3(a-b)^2 = 3(a+b)^2 \Rightarrow (a+b)^2 + (3a-3b)^2 = (3(a+b))^2 \Rightarrow$$

$$a^2 - 10ab + b^2 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t + 1 = 0 \Rightarrow t = 5 \pm \sqrt{24}$$

$$\text{но усл. } a > b \Rightarrow t > 1 \Rightarrow t = 5 + \sqrt{24}$$

$$\text{Боковая грани} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} b \cdot b = 3 \sqrt{3} b^2$$

$$\frac{\text{Боковая грани}}{\text{боковой поб-ти}} = \frac{b^2}{(a+b)^2} = \left(\frac{1}{t+1}\right)^2 = \left(\frac{1}{5+\sqrt{24}}\right)^2 = \left(\frac{5-\sqrt{24}}{14}\right)^2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 2\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

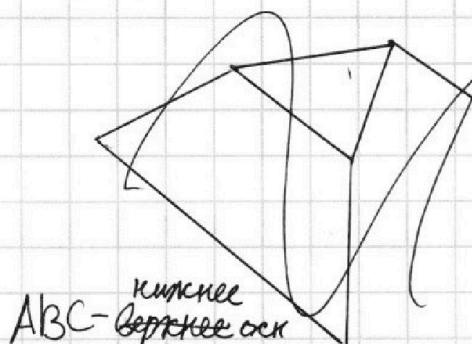
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$O_1$  - центр нижнего осн.  $O_2$  - центр верхнего осн.

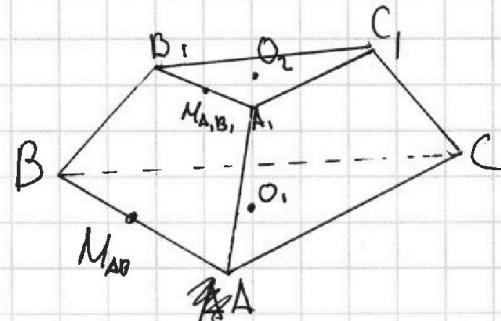
$O_w$  - центр  $w$



$ABC \parallel A_1B_1C_1$

$\triangle ABC \sim P/C$

$\triangle A_1B_1C_1 \sim P/C$



$$a = g(O_1; AC) \Rightarrow O_1 A = O_1 B = O_1 C$$

$$AB = BC = CA = 2\sqrt{3} \text{ a}$$

$$g(O_2; A_1C_1) \Rightarrow O_2 A_1 = O_2 B_1 = O_2 C_1 = 2b$$

$$2\sqrt{3}a > 2\sqrt{3}b \Rightarrow a > b$$

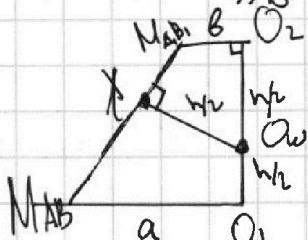
$$A_1B_1 = B_1C_1 = C_1A_1 = 2\sqrt{3}b$$

Заметим, что  $O_{w2}$  и  $O_w$  лежат на прямой  $O_1O_2$

и как грани  $ABB_1A_1$ , т.к.  $O_w$  лежит на  $O_1O_2$  и  $O_w$  касается

то касается на прямой  $M_{AB}M_{A_1B_1}$  (серединны  $AB$  и  $A_1B_1$ , соответственно)

и сечение  $M_{AB}M_{A_1B_1}O_2O_1$



$$X = w \cap M_{AB}M_{A_1B_1}, (\text{т.к. кас., то } OX \perp M_{AB}M_{A_1B_1})$$

$O_w$  равноудал от осн.  $\Rightarrow$  на середине  $O_1O_2$

$$O_1O_2 = O_2O_w = O_wX, \text{ т.к. } \cancel{\text{окр.}} \text{ шир}$$

$$XM_{A_1B_1}^2 + O_2X^2 = O_wO_2^2 + M_{A_1B_1}O_2^2 \Rightarrow XM_{A_1B_1}^2 = M_{A_1B_1}O_2^2$$

$$XM_{A_1B_1} = b$$

аналогично получим для  $M_{AB}XO_1O_2$ , находим  $M_{AB}X = a$

**L**

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

A large rectangular grid consisting of 20 columns and 25 rows of small squares, intended for students to write their answers to the tasks.**L****L**

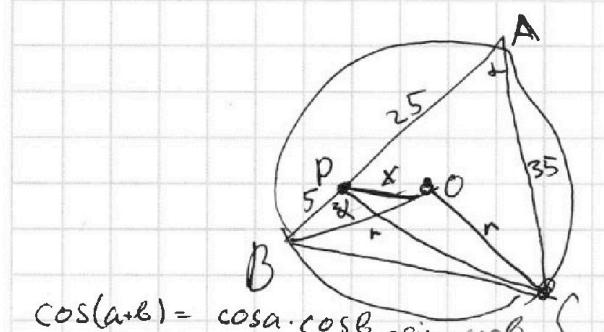


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$-\cos(0+0) =$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

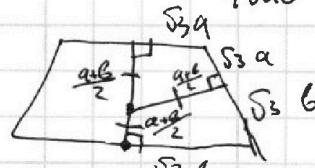
$$-2 \sin a \cdot \sin b$$

$$3 \cdot \frac{\sqrt{3}(a+b)}{2} \cdot (a+b)^2$$

$$\cancel{2} \quad 3\sqrt{3}a^2$$

$$B^2 + h^2 - 2xh = a^2$$

$$4\sqrt{ab} x = a^2 - B^2 - 4ab$$



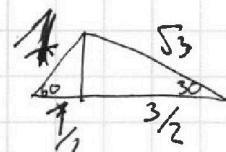
$$x = \frac{a+b}{2}$$

$$\sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x =$$

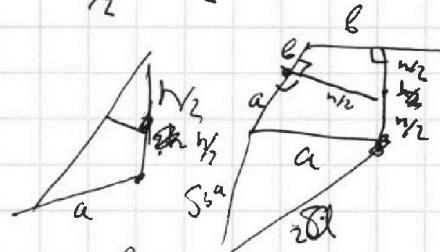
$$1) \sin a = 0 \Rightarrow \frac{\pi(x+y)}{2} = \pi k$$

$$2) \frac{6+\sqrt{24}}{2} = \frac{6-\sqrt{24}}{\sqrt{12}} = \frac{3-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$5 \cdot 25 = (n-x)(n+x)$$



$$\sin a \cdot \cos b \cdot \sin \pi x = \\ = -\sin a \cdot \sin b \cdot \cos \pi x$$

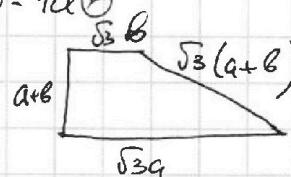
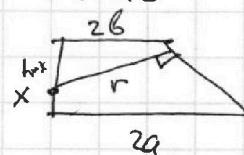


$$(a-b)^2 + h^2 = (a+b)^2$$

$$h^2 = 4ab \sin(a-b) \cdot \cos(b) *$$

$$h = 2\sqrt{ab} + \sin b \cdot \cos(a-b) =$$

$$= \sin(a)$$



$$(a+b)^2 + 3(a-b)^2 = 3(a+b)^2$$

$$3(a-b)^2 = 2(a+b)^2$$

$$a^2 - 10ab + b^2 = 0$$

$$\frac{a+b}{2} = y$$

$$x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$\frac{10 \pm \sqrt{100-4}}{2} = 5 \pm \sqrt{24}$$

$$\frac{9+6-6\sqrt{6}}{3} = 5-2\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмечьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aaaa} = a \cdot 11 \cdot 101$$

$$a \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

~~33~~  $\overline{606} = 2 \cdot 3 \cdot 101$

~~sin(a+b)~~

33

$$\sin\left(\frac{\pi(x+y)}{2} + \frac{\pi(x-y)}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi(x+y)}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi(x-y)}{2}\right)$$

$$a \quad b$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} - \sin a \cos b + \sin b \cos a +$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{(x-2)+(y+2)+5}{(x-2)(y+2)} = 2 \sin a \cos b$$

$$1) x+y+5=0$$

$$x \neq 0 \quad y \neq 0$$

$$2) xy = (x-2)(y+2) = xy - 2y + 2x + 4 \quad x \neq 2 \quad y \neq -2$$

$$y = x+2$$

$$y = -(x+5)$$

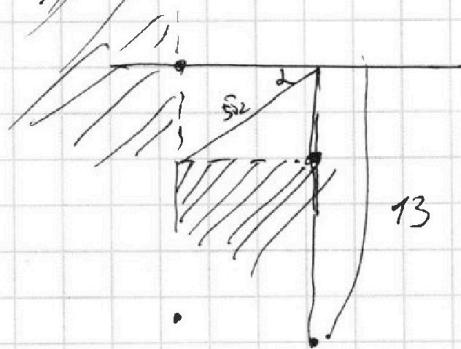
$$x^3 + (x+5)^3 + 6x^2 + 30x - 2x^3 + 21x^2 + 105x$$

$$6 \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{k-2}^{n-2}}{C_n^k}$$

$$C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$$

$$6 \cdot \frac{\frac{(n-2)(n-3)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}} = \frac{(n-2)(n-3) \dots (n-k+1)}{k!}$$

$$6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} = \frac{k \cdot (k-1)}{n(n-1)} \quad ; k_2 = 9$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

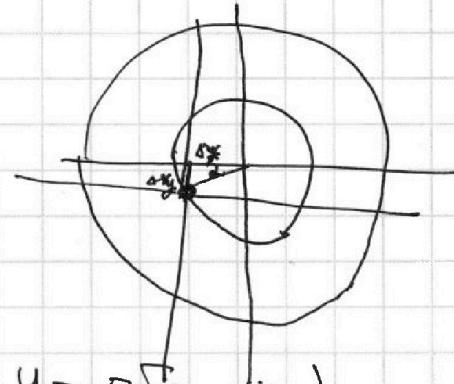
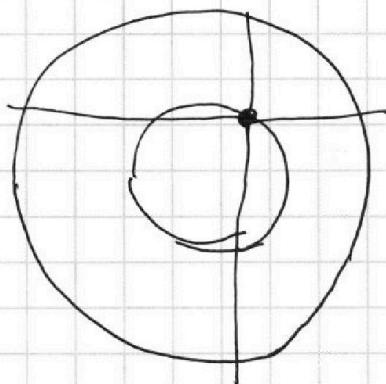
5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta y = 5\sqrt{2} \cdot \sin \angle$$

$$\Delta y_2 = \Delta y$$

$$x \cdot \sqrt{119 + x^2} \cdot 56 + \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{169 - 50x^2}$$

$$1 \cdot \sqrt{119}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{169 - 25} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{144} =$$

$$\sin \angle_2 = \frac{\Delta y}{13}$$

$$\sin \angle_2 = \sin \angle \cdot \frac{5\sqrt{2}}{13}$$

$$\Delta x \approx 5\sqrt{2} \cdot \cos \angle$$

$$\sin \angle_3 = \frac{\Delta x}{13} = \frac{5\sqrt{2}}{13} \cdot \cos \angle$$

$$\cos \angle_2 = \frac{\sqrt{169 - \sin^2 56}}{13}$$

$$\cos \angle_3 = \frac{\sqrt{169 - \cos^2 56}}{13}$$

$$\sin(\angle_2 + \angle_3) = \sin \angle \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{169 - \cos^2 56}}{13} + \frac{\sin \angle \cdot 5\sqrt{2} \sqrt{169 - \cos^2 56}}{\cos \angle}$$

$$169$$