



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:

- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- $C$  — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 4, а  $y$  — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 12xy$ .

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$ .

- б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 16$ ,  $BP = 8$ ,  $AC = 22$ .

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aa\bar{a}a} = 1111 \cdot \bar{a} = 107 \cdot 11 \cdot \bar{a}$$

$$(107, 11) = ?$$

$C \setminus 107$  m. K.  $11 \nmid 100 \nmid 107$ .

$\bar{a}$  не может делить на оба  
простых,  $\bar{a}$  прост  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \bar{a} \mid 13 : 107$$

$$C : 11$$

$$\text{m. k. } \bar{a} \mid B \text{ или } 7 \Rightarrow B = 707$$

$$a \mid b \text{ или } 7 \Rightarrow C = 11$$

$$\Rightarrow \bar{a} \cdot 7 = x^2 \text{ где } a - \text{квадрат} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{a} = 7.$$

Ответ: 7777; 707; 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} - \frac{1}{x-y} - \frac{1}{y+y} - \frac{3}{(x-y)(y+y)} = 0.$$

$$\frac{-y(y(y+y)) + y(x(x-y)) + 3(yx - yy - 16)}{x(x-y)y(y+y)} = 0.$$

Затем решаем 0. (сократим на  $y$ )

$$-y^2 - yy + x^2 - yx + 3x - 3y - 12 = 0$$

$$x^2 - x - y^2 - yx - 12 = 0$$

затем решаем этого уровня

$$x_1 = \frac{1 \pm \sqrt{1+4y^2+2yy+4y}}{2} =$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{2y+7}}{2} = y+y \text{ и}$$

$$x_1 = y+y$$

$$x_2 = y-3$$

подставим эти значения в M



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+1)^3 - y^3 - 72(y(y+1))^3 = \\ = y^3 = 64.$$

неделаем  $y \neq -1$ ,  $x = -3 - y$

друго  $x < y > 0$

$\rightarrow$   $y > 0$   $\rightarrow -y < 0$

$$-3 - y < 0 \Rightarrow x < 0 ?!$$

Ответ: 64.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y)^2 - \cancel{\sin \pi x} \sin \pi y =$$

$$= (\cos \pi y)^2 + \cos \pi x \cancel{\cos \pi y}$$

$$(\sin \pi y)^2 - (\cos \pi x)^2 = \cos \pi \cdot (\cos \pi y + \sin \pi y)$$

$$- \cos(2\pi y) = \cos(\pi(x-y)) =$$

$$\Rightarrow \pi(x-y) = 2\pi k_1 + \pi + 2\pi y \quad k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\pi(x-y) = 2\pi k_2 + \pi - 2\pi y \quad k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$(x-y) = 2k_1 + 1 + 2y$$

$$x-y = 2k_2 + 1 - 2y$$

$$x = 2k_1 + 1 + 3y$$

$$x = 2k_2 + 1 - y$$

Отврн. пары  $(x, y)$  такие что

$$t = 2k_1 + 1 + 3y \quad k_1 \in \mathbb{Z} \text{ или}$$

$$t = 2k_2 + 1 - y \quad k_2 \in \mathbb{Z}$$

5) заметим что  $\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\arcsin x \in [0; \pi] \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

длинны стороны  $x$  и  $y$ , чтобы  
перевешивать было неважно, где

$$y = -4 \quad y = 4 \quad x = 7 \quad (\text{так } \arcsin \frac{y}{x} = \pm \frac{\pi}{2}) \\ \text{а } \arccos \frac{x}{7} = 0.$$

все случаи кроме этих  
и когда  $x \in [-7; 7] \quad y \in [-4; 4]$   
нам подходят.

~~$y = -4$ . подходит~~  ~~$x$  не противоречит~~  
~~запросу, то есть  $y$ -число не~~  
~~пом подходит под~~ под ~~под~~ другой ~~число~~  
 ~~$x$ . другой~~ ~~число~~

$y$  ~~число~~ от  $-4$  до  $+5$

$y$ -~~число~~  $y$

$x$ -~~число~~  $7$

$x$ -~~число~~  $8$ .

$$\text{и } \text{если} \quad 5 \cdot 8 + 4 \cdot 7 - 7 = \\ = 67$$

Ответ: 67



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмейте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если было  $a$  билетов, то  
можно выбрать  $x$  из которых

$$P_1 = \frac{\binom{a-2}{x}}{\binom{a}{x}} = \frac{12}{a(a-1)}$$

если есть  $x$  билетов, тогда  
из них можно выбрать  $y$

$$P_2 = \frac{\binom{x-2}{a-2}}{\binom{x}{a}} = \frac{x(x-1)}{a(a-1)}$$

$$P_2 = 11P_1 \Rightarrow \frac{12 \cdot 11}{a(a-1)} \Rightarrow x(x-1) = 12 \cdot 11$$

$$\cancel{x^2 - x} \quad x=12 \quad x=-11$$

$x$ - это билеты  $\Rightarrow x > 0 \quad x=12$

Ответ: 12



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается **черновиком** и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Бюджет  
расходов

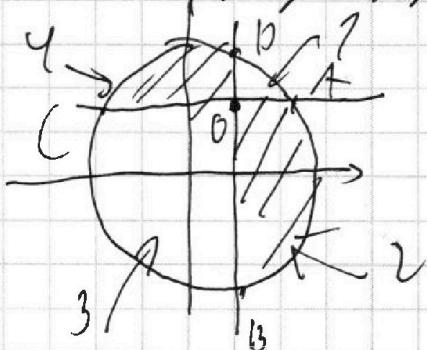
$x^2 + y^2 \leq 36$  задаёт круг с центром в  $(0,0)$  и радиусом 6.

а) Уравнение  $(x + 45\sin 2)(y - 4\cos 2)$

lozach & y uimbyub - mottom

(parametrix) hyperbolic  $x = -y \sin t$

429105h by Komarov  
dark, hoary & 244.



обозначим можем пересечени  
прямоугольника и окружности за АВСД

Zaměřený množství zeleného

уп-уп. *L* из *кв* *кв* *кв* *кв* *кв* *кв*

$$\angle DBC + \angle BCA = 180^\circ - \angle COB = 90^\circ.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Прямоугольный треугольник  $BCA = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$  диагональ другим выражением  
в прямоугольном треугольнике называется  
гипотенузой т.е.  $AB$ .

Теперь заметим, что точка

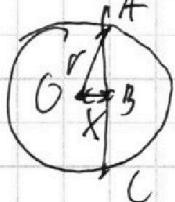
с координатами  $-4\sin\alpha, 4\cos\alpha$

лежит на окружности с

центром  $O(0,0)$  и радиусом  $r$ .

Чтобы решить задачу отложим  
высказанные слова.

$$\text{т.н. } 2 \cdot \sqrt{r^2 - x^2} + 2 \cdot \sqrt{r^2 + x^2 - 16}.$$



$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AC = AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

Возьмем производную, т.к. хотим  
минимизировать.

$$\frac{-2x}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \frac{2x}{\sqrt{r^2 + x^2 - 16}} = 0. \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.











СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \sqrt{x^2} \text{ мб } x=0$$

$$\text{мб } \sqrt{r_{xy}} = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$$

$$2x^2 = 16 \quad x^2 = 8 \quad x = 2\sqrt{2}$$

Проверим Задачи Франклина

$$6x = y = 1\sqrt{1} \quad \text{и} \quad 6x = 0 \quad y = 0$$

$$2 \cdot \sqrt{36 - 0} + 2 \cdot \sqrt{36 - 16} = \\ 2 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot \sqrt{20}$$

$$7 \cdot \sqrt{28} + 2 \cdot \sqrt{28} = 9 \cdot \sqrt{28}$$

$$22 + x \cdot \sqrt{20} ? 9 \cdot \sqrt{18}$$

$$3 + \sqrt{51} \cdot \sqrt{28}$$

$$9 + 6\sqrt{5} + 9 ? 9 + 28$$

$$6\sqrt{5} ? 24$$

$$3\sqrt{5} ? 7$$

$$45 > 49$$

$$45 < 49$$

Марина при  $x = 2\sqrt{2}$  и  $x = -2\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 = \frac{t}{q} \quad ; \quad 2 = \frac{3t}{q}; \quad 2 =$$

$$2 = \frac{t}{q} + \frac{t}{2} \cdot K \quad K \in \mathbb{Z}$$

$$\cancel{\text{Решение:}} \quad \cancel{M_{\text{акс}} = 6\pi + 4\sqrt{28}}$$

$$\text{Ответ: } 6\pi + 4\sqrt{28}; \quad d = \frac{t}{q} + \frac{t}{2}K \quad K \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

заметили, что это  
будет одна из тех же  
форм всех правильных  
пирамид, независимо от места  
вершины в основании.

Н. К. Он цитирует один  
округлый конус на  
один миллиметр то должно  
же каждую окружность проверять  
3 раза, а он забывал  
ничего о том что

(затем что для каждого зеркала  
сама книга реборд и  
3 мира гравей).

но если бы можно решать  
задачу для трех четырех-  
угольных пирамид.

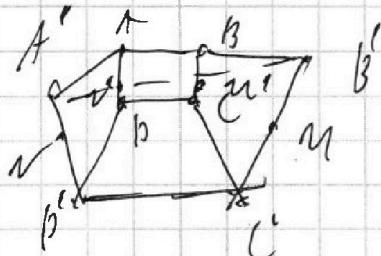


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

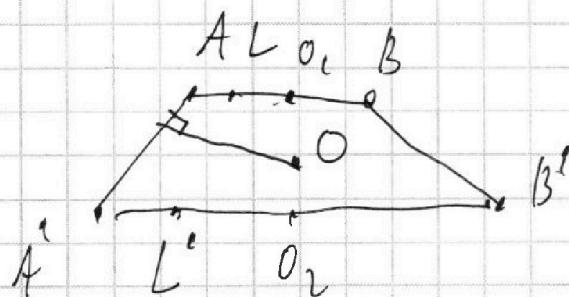


$N, N', M, M'$   
параллелограмм  
срединная  
сторона

параллелограмм сечем

$NN' M' M$ . Это параллелограмм  
срединной стороны  
 $\Rightarrow N'M' + NM = 2NM$

$N' M'$  ен  $N' M' = 2a$ , а  $NM = 2b$   
тако  $NN' = M'M = \frac{a+b}{2}$   
когда параллелограмм  
сечем  $A'A CC'$



$O_1, O_2$   
параллелограмм  
срединные  
стороны  
 $O_1 A = O_2 C = a$   
 $L' O_2 = b$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
3 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(0; \angle_1) = f(0; \pi\pi) \text{ нк}$$

проверка равен

$$\alpha f(0, \angle_1) \cdot \frac{\alpha A}{\alpha L} = f(0, AA_1)$$

$$AB = 2\sqrt{2}\alpha \Rightarrow AA_1 = \sqrt{2}\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(0, AA_1) = \sqrt{2} f(0, \pi\pi)$$

$$\text{но } f(0, AA_1) = 0 \pi' \Rightarrow$$

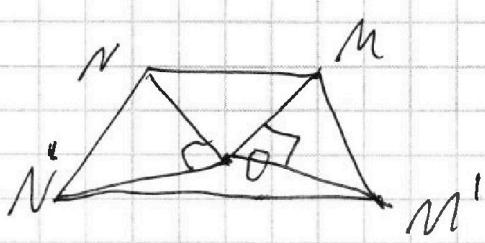
$$\Rightarrow \angle M_1 ON = 90^\circ.$$

всегда имеет проекции

1 способ  $M'MNN'$ , но

$O - (0,0)$  ои  $y \perp M'N'$

ои  $x \perp$  ои  $y$ .



путь решения

$M - (a, b)$

но

$M'(-b, -a)$

$V - (\frac{a+b}{2}, 0)$

$N'(-b, -a)$

$$MM' = \sqrt{(a^2 + b^2)} \text{ но}$$

(двоюю стороны)

$$MM' = a + b$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ЧИЗЧ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a+b)^2 = 2a^2 + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2a^2 + b^2$$

$$2ab = a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  это не параллела,  
а прямая.

Ответ:  $90^\circ$  / прямая не симметрична.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aaaa} = a \cdot 1111 = [d \cdot 11 \cdot 101] \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) =$$

~~101 · K~~

$$= (x+y)(y+1) = xy + yx - yy - 16$$

$$3(xy + yx - yy - 16) = a \cdot 101 \cdot 101 \cdot K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} + 1$$

$$\cancel{3} \cancel{xy} + 12x - 12y - 16 \cdot 3 = a \cdot K > x^2 \quad a, K \in \{1, 10\}$$

$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 3 \\ 2 \rightarrow 2 \\ 3 \rightarrow 1 \\ 4 \rightarrow 3 \\ 5 \rightarrow 1 \\ 6 \rightarrow 1 \\ 7 \rightarrow 7 \\ 8 \rightarrow 2 \\ 9 \rightarrow 3 \end{array}$

$$3+2+1 = 6$$

$$6+5+6 = \boxed{17}$$

$$30^{VI} \quad 12$$

$$x = -y$$

$$-6y^2 + y^3 + ny$$

$$101 \cdot 7 = \cancel{7777}$$

$$\cancel{x} \cancel{y} \cancel{z}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{xy} = xy - x \quad 11 \quad xy - yy + yx - 16$$

$$3xy -$$

$$4x^2 - 16x$$

$$-yy^2 - 16y$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = -7 - yy$$

$$\cancel{-x - y + xy -}$$

$$= \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y+1} + \frac{3}{xy}$$

$$\frac{-y}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y+1)} + \frac{3(y+1)(x-y) - 3xy}{x(y+1)(x-y)}$$

$$y(x)(x-y) - y(y+1) + 16x - 3y^2 - 16y + 16x - 6y$$

$$4x^2 - 4x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + xy$$

$$x^2 - x + 7y^2 - 7y - 12$$

$$7 \cdot 4 = 28$$

$$x_n = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4y^2 + 78y + 48}}{2} =$$
$$= \frac{1 \pm \sqrt{(2y+7)^2}}{2}$$

$$1 \pm (2y+7) =$$

$$y+4 \\ y-3$$
$$x = \boxed{y+4}$$

$$x^3 -$$

$$(y+4)^3 - 8y^3 - 12y(y+4)$$

$$= y^3 + 12y^2 + 72y + y^3 - 8y^3 - 12y^2 -$$
$$- 12 \cdot 4 \cdot y = \boxed{y^3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

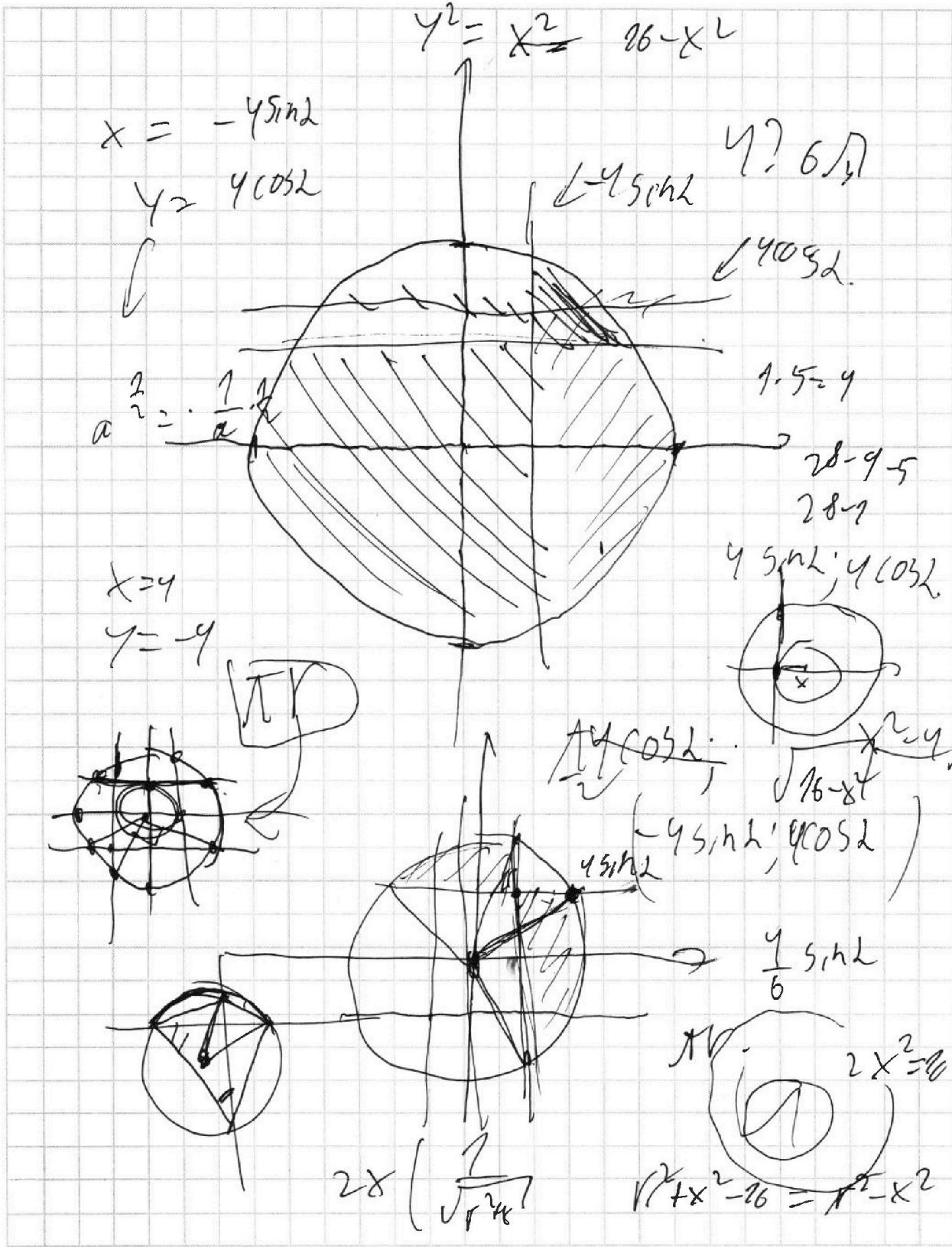
5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

 $C^9$ 

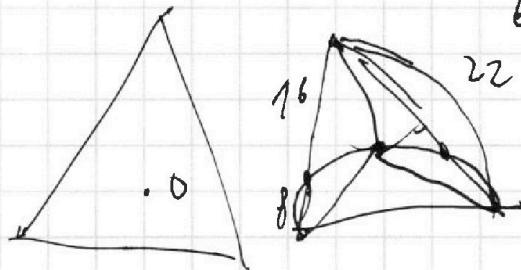
$$\frac{C_a^2}{C_n^9} = p_1$$

$$\frac{\frac{16 \cdot 15}{2}}{72} =$$

$$p_2 = \frac{C_{a-2}^{x-2}}{C_a^5} = 111,$$

$$\frac{C_4^0}{C_5^1} = 5$$

$$\frac{(a-8)(a-3)}{2(a)(a-1)(a-2)(a-3)} = 111$$



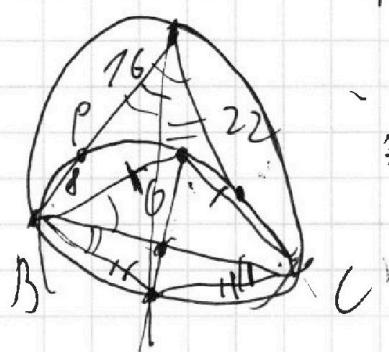
$$= \frac{12}{a(a-1)}$$

 $n$  $n$  $(x-2)!$  ~~$100^\circ$~~ 

$$\frac{x(x-1)}{a(a-1)} = \frac{12 \cdot 11}{a(a-1)}$$

$$\boxed{x=12}$$

$$\frac{1}{16} \cdot 242$$



$$\frac{16}{8}$$

$$\frac{16 \cdot 12}{72}$$

$$24 \cdot 22 \cdot x$$

$$\frac{12}{58}$$

$$\frac{16}{198}$$

$$16 \cdot 12 = 11 \cdot x$$

$$16 \cdot 24 > 22 \cdot x$$

$$16 \cdot 12 < 11 \cdot 22$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & (\sin \pi y)^2 - \sin \pi x \sin \pi y = \\ & = (\cos \pi y)^2 + \cos \pi x \cos \pi y \quad \left( 1 - \frac{\pi^2}{(\pi/2)^2} = \cos \beta \right) \\ & (\sin(\pi y))^2 - (\cos(\pi y))^2 = \cos(\pi(x-y)) \end{aligned}$$

$$1 - 2 \cos \pi y \cdot \cos(\pi(x-y)) = \cos(\pi(x-y))$$



$$\begin{aligned} \pi + \beta &= k \\ \beta &= t. \end{aligned}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \pi x \leq \pi \cdot 2k + \pi - 2\pi y$$

$$x = 2k + \pi - 2\pi y$$

$$y = -4 \quad (x-y) = 2k + 1 + 2y$$

$$x \in (-\pi; \pi)$$

$$y \in (-\pi; \pi)$$

$$(x-y) = 2k + 1 + 2y$$

$$x = 2k + 1 + 3y \quad 40 + 78 - 1 =$$

$$x = 2k + 1 - y \quad = 67$$

$$\arccos \frac{x}{7} = \arcsin \frac{y}{9} = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \arccos 2k + 1 + 3y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{-y}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y+4)} + \frac{3(y^2+4y-4y-16-y)}{xy(x-y)(y+4)} = 0$$

$$\frac{-y(y(y+4) + y(x(x-y)) + 3(4y-4y-16))}{x(x-y)y(y+4)} = 0$$

$$-y^2 - 4y + xy^2 - 4x + 18x - 18y - 96 = 0$$

$$-y^2 - 7y + x^2 - x - 12 = 0.$$

$$(x^2+y^2+xy) + -2y^2-7y-x-12 - \cancel{x} = 0 \quad / \text{делим на } x-y$$

$$x^3 - y^3 - x^2y^2 + y^3 - 7xy + 7y^2 - x^2 + xy - 12x + 12y -$$

$$- xy^2 + \cancel{xy}^x = 0$$

$$x^3 - y^3 - xy^2 + 2y^3 - 6xy + 7y^2 - x^2 + 12y - 12x -$$

$$- x^2y = 0$$

$$x=4$$

$$M + (6xy - xy^2 + 2y^3 + 7y^2 - x^2 + 12y - 12x -$$

$$- x^2y) = 0$$

$$- 6y^2 + y^3 + 2y^3 + 7y^2 - y^2 + 12y + 12y -$$

$$- y^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\beta + 45^\circ) = -\frac{a+b}{d}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \beta - \sin \beta)$$

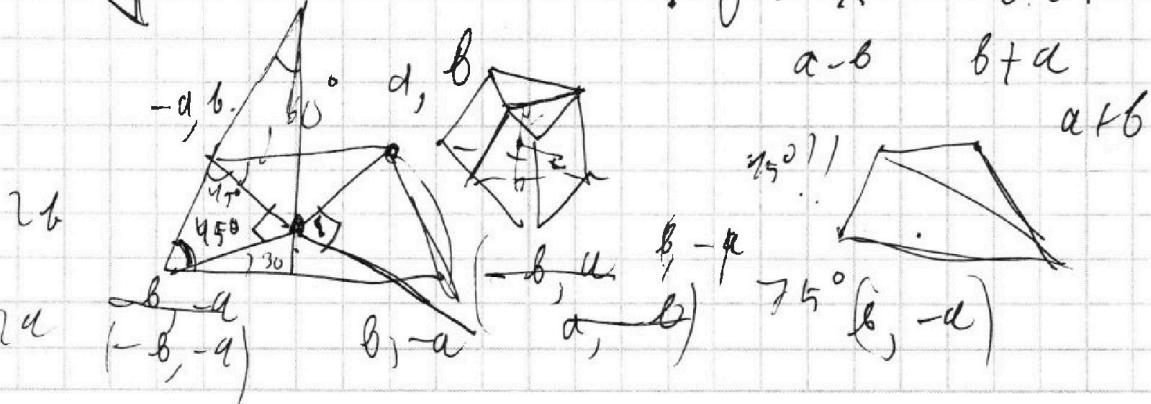
$$2(a^2 + b^2) = 2(a-b)^2 + (b+a)^2 - \sqrt{1-\cos^2 \beta} = \frac{2ab}{\sqrt{2}d}$$

$$2a^2 + 2b^2 = \frac{(a+b)^2}{(a+b)^2} - \sqrt{1 - \frac{4b^2}{(a+b)^2}}$$

$$\frac{2ab}{(a+b)^2} - \sqrt{1 - \frac{4b^2}{(a+b)^2}} = \frac{2a+b}{\sqrt{2}a}$$

$$1 - \frac{4t^2}{k^2} - \frac{2t}{k} \sqrt{1 - \frac{4t^2}{k^2}} = \sqrt{1+t^2}$$

$$1 - x^2 - x \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1+x^2}$$



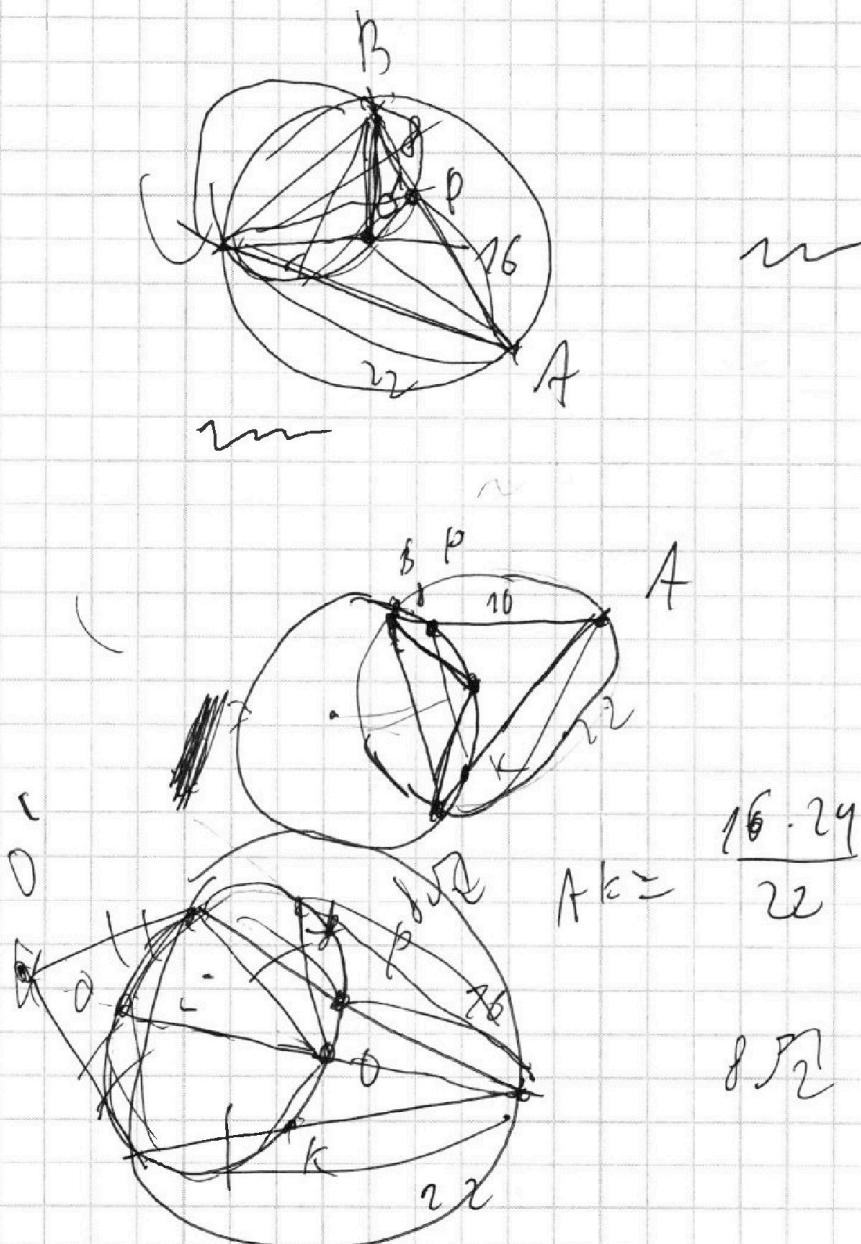


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



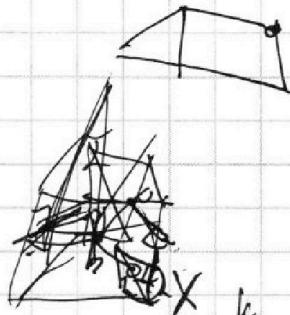
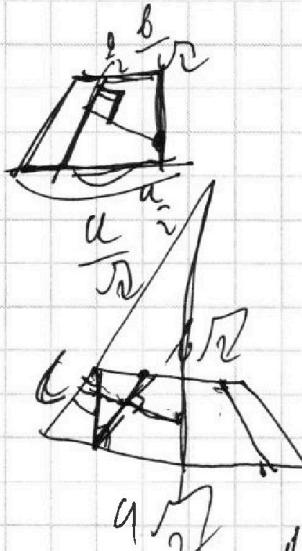


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ из \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

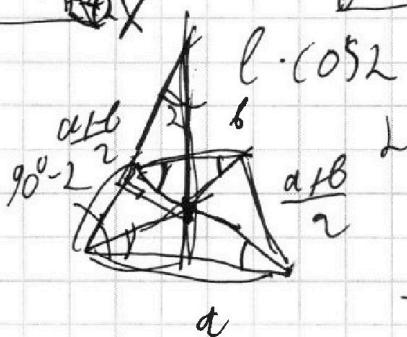


$$\frac{b\sqrt{h} + a\sqrt{h}}{2}$$

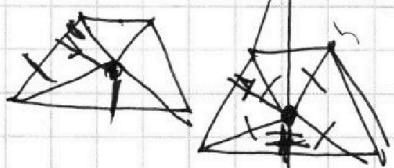


$$\frac{a+b}{2}$$

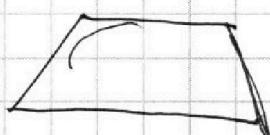
2.



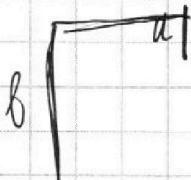
$$\frac{a+b}{2} \cos(90^\circ - \alpha)$$



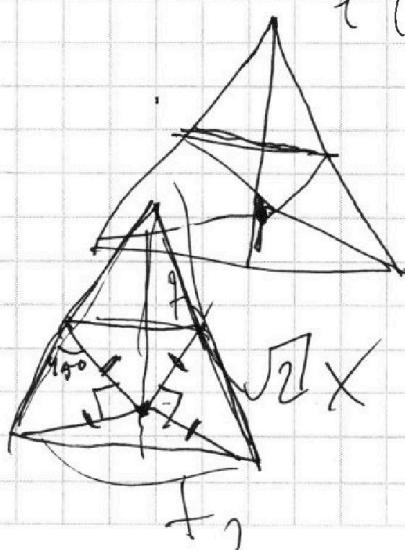
$$\frac{a}{2} \cdot (\lg(90^\circ - \alpha))$$

 ~~$x + \pi l$~~ 

$$x l = \pi x - \pi l \cos \alpha$$



$$l(\pi + \cos \alpha) = x$$



$$x_1 = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$x_1 + x_2 = 2\sqrt{2} X$$

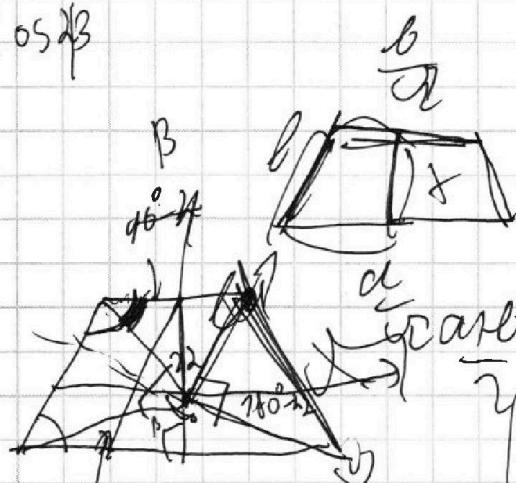
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решенис которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\cos \beta$



$\frac{b}{2}$



$\rho = \frac{a+b}{2}$

$a$

$$\left( \frac{a-b}{\sqrt{D}} \right)^2 + x^2 = l^2$$

$$\frac{a+b}{2\sqrt{2}}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{2 - (1-x^2)} =$$

$$l^2 - \frac{(a+b)^2}{4}$$

$$l = \sqrt{ab} \sqrt{b + \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - ab} =$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$1 - 1 + 2x^2 - x^2$$

$$b = \frac{(a+b)^2}{4} \quad \text{и} \quad -2 \cos \beta = \frac{(a+b)^2}{4}$$

$$2x^2 - x^2 = b^2 = \frac{(a+b)^2}{4} (1 - \cos \beta) \quad \frac{4b^2}{a+b}$$

$$= x^2(2-x^2) \cos \beta = 1 - \frac{4b^2}{(a+b)^2} = \cos \beta.$$

$$x \sqrt{2 \cos \beta} =$$