



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обаим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$A = \overline{aaaa} = 1111 \cdot a \quad ; \quad 0 < a \leq 9, a \in \mathbb{Z}$$

a (цифра)

$$A = 11 \cdot 101 \cdot a \quad (11 \text{ и } 101 \text{ простые})$$

$$ABC = k^2 \Rightarrow k^2 \div 11, 101$$

$$\Rightarrow k^2 \div (11 \cdot 101) \Rightarrow ABC \div 11^2 \cdot 101^2$$

$$a \div 11; 101 \Rightarrow BC \div 11; 101$$

$$C \div 101 \quad \text{i.e.} \quad 9 < C < 100$$

$$\Rightarrow B \div 101$$

Все трехзначные числа $\div 101$:

$$101; 101 \cdot 2 = 202; 101 \cdot 3 = 303; 101 \cdot 4 = \\ = 404; 101 \cdot 5 = 505; 101 \cdot 6 = 606; 101 \cdot 7 = \\ = 707; 101 \cdot 8 = 808; 101 \cdot 9 = 909$$

Среди них имеется \Rightarrow оно 707
также $B = 707$

$$\Rightarrow B = 707. \quad B \div 11; BC \div 11$$

$$\Rightarrow C \div 11. \quad \cancel{C = a}$$

$$C = \overline{X1} \text{ или } \overline{1X} \quad \text{и} \quad C \div 11$$

$$\Rightarrow C = 11 \quad \text{тогда} \quad ABC = 7 \cdot 101 \cdot 11 \cdot a.$$

$$\Rightarrow 7a = \left(\frac{k}{11}\right)^2 \Rightarrow 7a = m^2 \quad \cdot 101 \cdot 4 = k^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{c} &= 7 \text{ — это } \leftarrow \text{всегда натуральное} \\ \text{число} &\Rightarrow 7c : 49 \Rightarrow c = 7 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c = 7 \\ c \in (0; 10)$$

$$\text{Тогда } A = 7777; B = 707; C = 11$$

Ответ: (7777, 707; 11)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y+q} + \frac{3}{(x-y)(y+q)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy$$

$$\frac{x+y+3}{xy} = \frac{y+q+x-q+3}{(x-q)(y+q)} = \frac{xy+3}{(x-q)(y+q)}$$

$$\Leftrightarrow (x+y+3) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-q)(y+q)} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy+3=0 \\ xy = xq - qy + qx - q^2 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} xy+3=0 \\ x-y=q \end{cases}$$

$$\text{т.к. } xy > 0 \Rightarrow xy+3 > 0$$

$$\Rightarrow x-y = q \quad \text{а } xy+3 \neq 0$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= (x-y)^3 = 64 \quad \text{Достигается}$$

$$\text{Например при } x=5; y=1; \frac{1}{5} + 1 + \frac{3}{5} =$$

$$= 1 + \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = 1 + \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \quad \checkmark$$

$$M = 5^3 - 1^3 - 12 \cdot 5 \cdot 1 = 125 - 60 - 1 = 64 \quad \checkmark$$

$$\text{Ответ: } M = \boxed{64}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$a) (\sin \alpha_y - \sin \alpha_x) \sin \alpha_y = (\cos \alpha_y + \cos \alpha_x) \cdot \cos \alpha_y$$

$$\sin^2 \alpha_y - \cos^2 \alpha_y = \sin \alpha_y \sin \alpha_x + \cos \alpha_y \cos \alpha_x$$

$$\Leftrightarrow -\cos 2\alpha_y = \cos(\alpha_y - \alpha_x)$$

$$\cos(2\alpha_y - \alpha_x) = \cos(\alpha_y - \alpha_x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\alpha_y - \alpha_x = \alpha_y - \alpha_x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\alpha_y = \alpha_x - \alpha_y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\alpha_y = \alpha_x - \alpha_y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x - 3y + 1 = 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - y - x = 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{x+1-2k}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - y - x = 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{x+1-2k}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{x+1-2k}{3} \\ y = \frac{1-x-2k}{1} = 1-x-2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пары}: (x; 1-x-2k) \cup (x; \frac{x+1-2k}{3}) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 \frac{x}{3}} \geq 0; -\arcsin \frac{y}{3} \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{3} - \arcsin \frac{y}{3} \geq -\frac{\pi}{2} \quad \forall (x, y)$$

тогда оговариваемые пары (x, y) из п. а)

Кроме тех, когда $\arccos \frac{x}{3} - \arcsin \frac{y}{3} = -\frac{\pi}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

§1 когда $\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{q} = -\frac{\pi}{2}$?

Когда $\arccos \frac{x}{7} \geq 0$ и $-\arcsin \frac{y}{q} \geq -\frac{\pi}{4}$

Одна обработка в равенство.

$$\frac{x}{7} = 1 = \cos(0); \sin(\arcsin \frac{y}{q}) = \frac{y}{q} = 1$$

$$\Rightarrow x=7; y=q$$

Тогда решение будет:

$(x; 1-x-2k)$, $k \in \mathbb{Z}$, кроме $(7; 4)$

и все остальные пары $(x; \frac{x+1-2k}{3})$

Если $x=3a$, то пары такие:

$(3a; \frac{3a+1-4-6k}{3})$ число и оно чётное

Если $x=3a+1$, то

пары такие: $(3a+1; \frac{3a+1+1-2-6k}{3})$

Если $x=3a+2$, то пары такие:

$(3a+2; \frac{3a+2+1-2-6k}{3})$

Ответ: $(3a; a-1-2k); (3a+1; a-2k);$
 $(3a+2; a+1-2k) \quad (a, k \in \mathbb{Z}) \setminus \{(7; 4)\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4
Вероятность что у Пети будет
билет при X билетов работы $\frac{x}{11}$,
а у Васи $\frac{x-1}{10}$ т.к. Петя уже
заканчил (один)

тогда если всего X билетов, то

$$P(X) = \frac{x(x-1)}{11 \cdot 10}$$

$$P(4) = \frac{4 \cdot 3}{11 \cdot 10}$$

$$P(k) = \frac{k(k-1)}{11 \cdot 10}, \quad k - \text{букет} \quad (k > 4)$$

13 букетов нечаянно

$$P(k) = 11 \cdot P(4)$$

$$\Leftrightarrow \frac{k(k-1)}{11 \cdot 10} = \frac{11 \cdot 12}{11 \cdot 10} \quad \text{и } k \geq 9$$

$$\Leftrightarrow k^2 - k - 132 = 0 \quad \text{и } k \geq 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k=12 \\ k=11 \\ k \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow k = 12$$

Ответ: $\textcircled{12}$ билетов



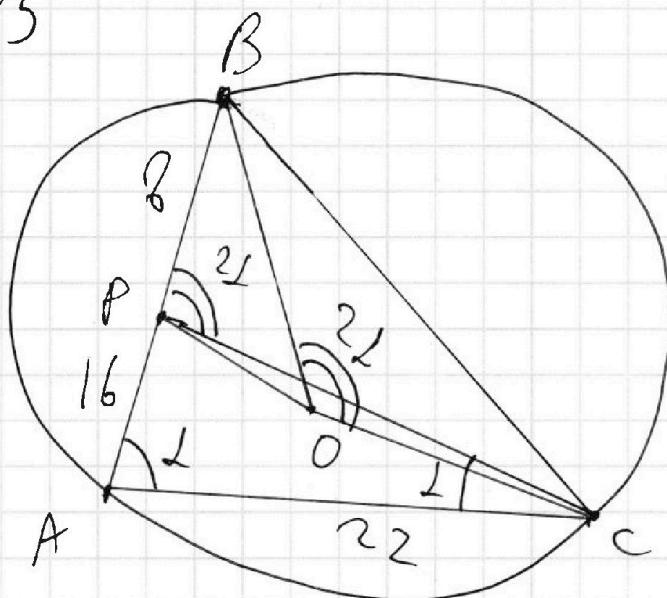
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



$P, B, C, O \in \omega_2$

т.е. $\angle BPC$ -
 ω_1 вписаный

$$\angle BAC = x$$

$$\angle BOC = 2x$$

т.к. центральный

$B \in \omega_1$

$$\angle BPC = \angle BOC$$

т.к. опираются

на ОДНУ дугу в ω_2

$$\Rightarrow \angle BPC = 2x \Rightarrow \angle APC = \angle BPC - \angle BAC$$

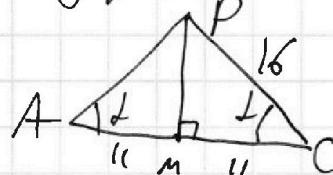
$$= 2x - x = x$$

$\Rightarrow APC$ - равнобедренный.

$$\Rightarrow PC = 16$$

M-середина AC

$$\Rightarrow AM = MC = 11$$



$$\text{Тогда по т. Пифагора } PM = \sqrt{16^2 - 11^2} = \\ = \sqrt{5 \cdot 27} = 3\sqrt{15}.$$

$$\cos x = \frac{11}{16}. \quad AP = AP + PC = 16 + 8 = 24$$

$$\sin x = \frac{3\sqrt{15}}{16}; \quad S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin x}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{24 \cdot 22}{2} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Отвр.: } S_{ABC} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

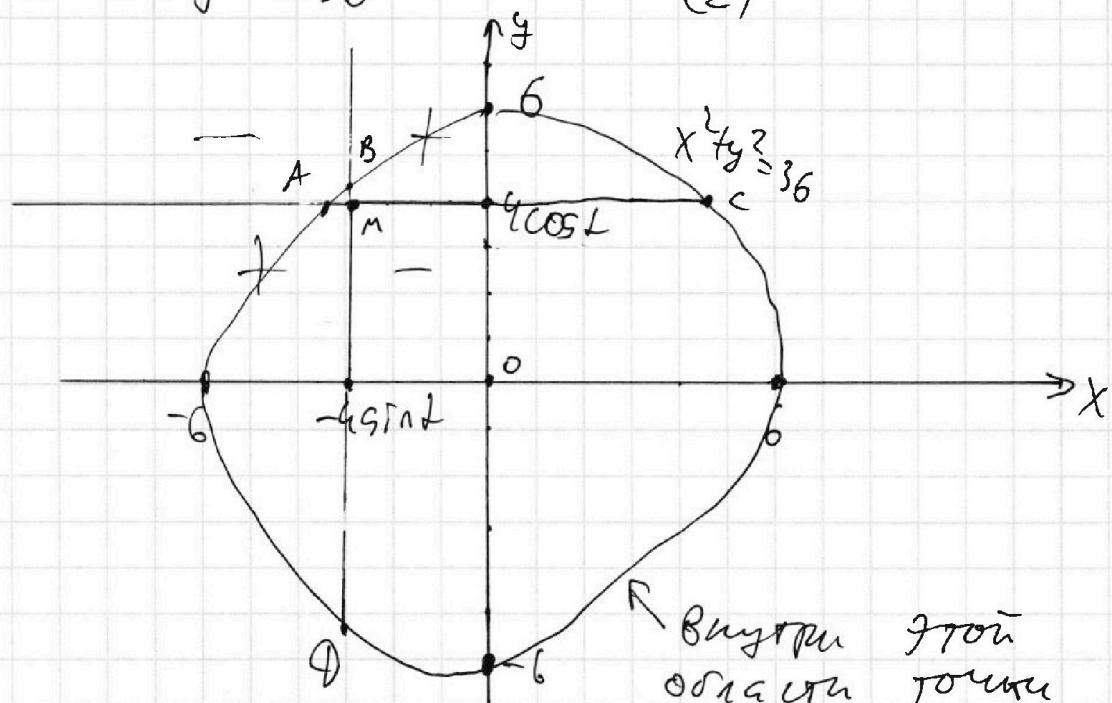
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$\begin{cases} |x + 4 \sin \alpha| / (y - 4 \cos \alpha) \leq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 \leq 36 & (2) \end{cases}$$

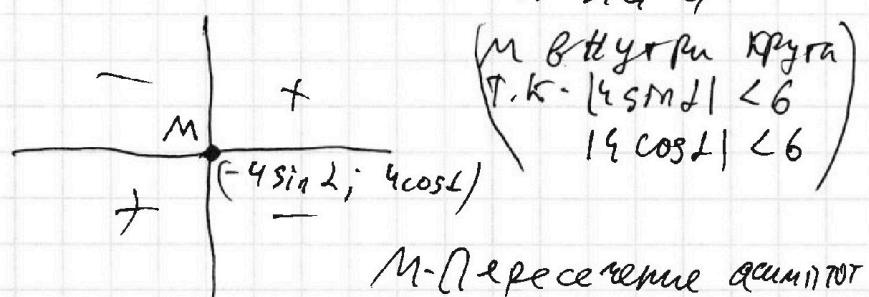


ЧП-е (1)

свет

плоскость на y

значи:



тогда пусть наши ограничения, $-4 \sin \alpha; 4 \cos \alpha$
некоторые $x^2 + y^2 \leq 36$ в точках

A, B, C, D тогда необходимо

написать max лежит $ABMCDA$ (наша фигура)



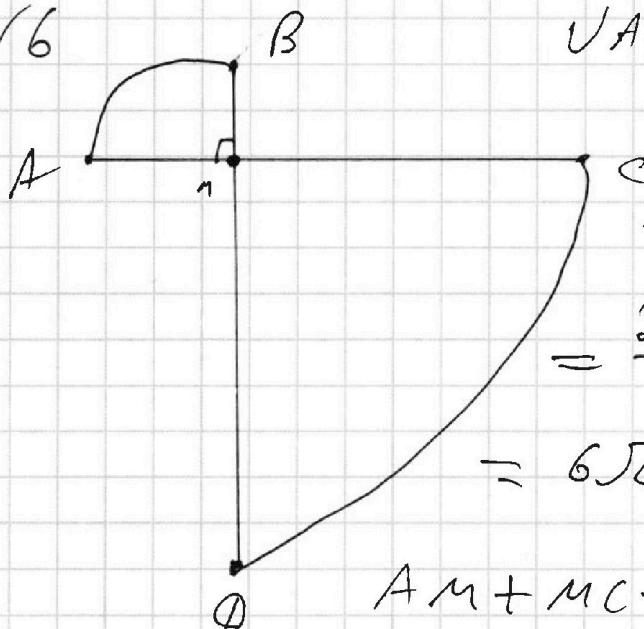
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 6



$$\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$$

$$\text{т. к. } \angle AOB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOB + \angle COD =$$

(как длины)

$$= \frac{2\pi \cdot 6}{2} \cdot \pi \quad \left(\begin{array}{l} \text{половина} \\ \text{периметра} \\ \text{круга } x^2 + y^2 = 36 \end{array} \right)$$

$$= 6\pi$$

$$AM + MC + BM + MD =$$

$$= AC + BD$$

$$BD: x^2 + y^2 \leq 36; x = -6 \sin \alpha$$

$$\Rightarrow y^2 \leq 36 - 16 \sin^2 \alpha$$

$$-\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} \leq y \leq \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow BD = 2 \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha}$$

$$AC: x^2 + y^2 = 36; y = 6 \cos \alpha$$

$$x^2 \leq 36 - 16 \cos^2 \alpha$$

$$-\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} \leq x \leq \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow AC = 2 \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

$$P = 6\pi + 2 \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + 2 \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

(P - периметр Миз человека) P - периметр



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$P = 6R + 2 \left(\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} \right)$$

$$P_{\max} \text{ при } \max \left(\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} \right)$$

$$36 = 28 + 8 \sin^2 \alpha + 8 \cos^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow \max \left(\sqrt{28 + 8(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} + \sqrt{28 + 8(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)} \right)$$

$$x = 8(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$\Leftrightarrow \max \left(\sqrt{28 + x} + \sqrt{28 - x} \right)$$

$$\Leftrightarrow \max \sqrt{28+x+28-x+2\sqrt{28^2-x^2}} =$$

$$= \sqrt{56 + 2\sqrt{28^2-x^2}} .$$

Max при $x=0$

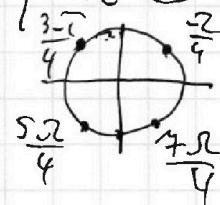
$$\text{Получаем } P_{\max} = 6R + 2 \left(\sqrt{28} + \sqrt{28} \right)$$

$$= 6R + 4\sqrt{28} \text{ при } \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\text{т.е. при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} ; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } P_{\max} = 6\alpha + 4\sqrt{28}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} ; k \in \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{x}{11} \cdot \frac{x-1}{10} = 11 \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 12 \cdot 11 \\ \Rightarrow x(x-1) = 12 \cdot 11 \Rightarrow x=12$$

$$\sin^2 \alpha y - \cos^2 \alpha y = \sin \alpha y + \cos \alpha y \cos \alpha y \\ = \cos \alpha x - \alpha y$$

$$\cos \alpha x - \alpha y = \cos \alpha x \cos \alpha y$$

$$\alpha x - \alpha y = \sqrt{x-y+2xy}$$

$$\alpha x - \alpha y = -\sqrt{x+y+2xy}$$

$$1-y-x = 2k$$

$$1-3y+x = 2k$$

$$\sqrt{36+20}$$

$$2\sqrt{29}$$

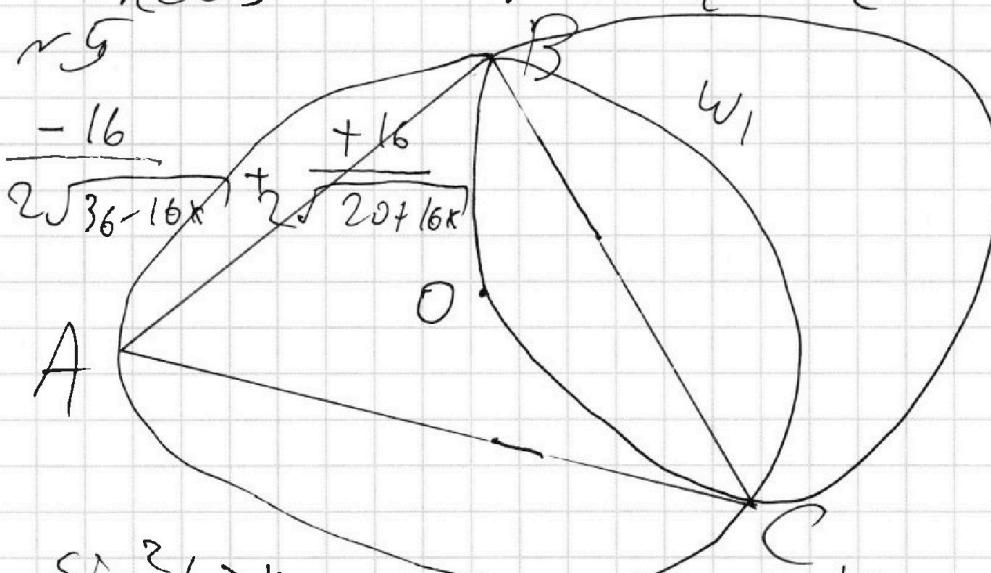
$$\sqrt{36+20+2\sqrt{20 \cdot 36}}$$

$$\sqrt{\frac{96}{96}}$$

$$\sqrt{2}$$

$$8\sqrt{720} \sqrt{\frac{8}{70}}$$

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{7} > -\frac{\pi}{2}$$



$$\sin^2 \alpha = x$$

$$\sqrt{36-16x} + \sqrt{20+16x}$$

$$\begin{aligned} -16(1-x) &= \\ &= 16x-16 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$36 = 24 + 6 \cos^2 \alpha + 8 \sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{24 + 6 \cos^2 \alpha} + \sqrt{24 - 8 \cos \alpha}$$

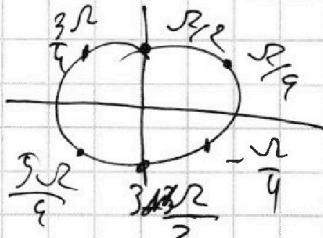
$$\sqrt{24 + x} + \sqrt{24 - x} =$$

$$= \sqrt{24 - 2 + 2 \sqrt{24^2 - x^2}}$$

max при $x=0$ $\sqrt{28}$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi$$



$$2\sqrt{24} \quad \sqrt{36 + 720}$$

~~96~~ ~~400~~ ~~400~~ ~~720~~ ~~720~~

$$\sqrt{36 + 20 + 2\sqrt{720}}$$

$$\sin \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = 1$$

$$28 = 3 + 25$$

$$2\sqrt{28} \quad \sqrt{36 + 720}$$

~~$$112 \quad \sqrt{36 + 20 + 2\sqrt{720}}$$~~

~~$$508 \quad 28^2 \quad \sqrt{720} = 20 \cdot 36 < 28^2$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

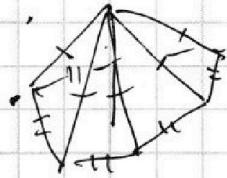
СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

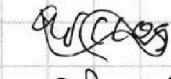
$$\text{reproduces } (x; \frac{1-x-y}{3}; (x, \frac{x+y}{3}))$$

~~$x-y = \pm(x+y)$~~

~~$x = 1 - y \pm 2y$~~



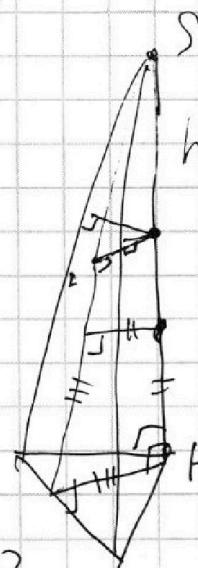
$$\gamma \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y}{z} \right) = \pi - \arccos \frac{y}{z}$$



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right) = \cos\frac{1}{2}$$



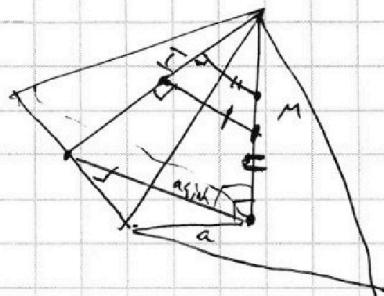
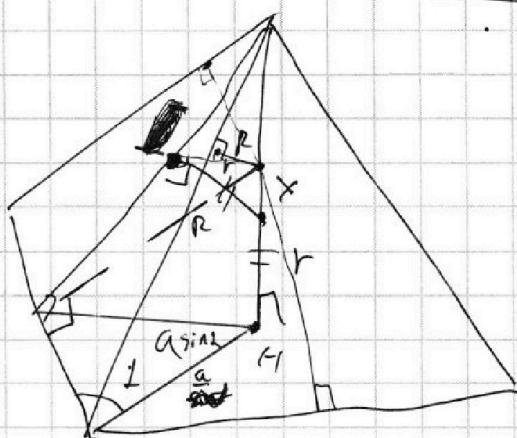
$$\arccos \frac{x}{q} > -\arccos \frac{y}{z}$$



$$w \cos^2 \arcsin \frac{y}{q} \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{7} = 0$$

$$\arcsin \frac{y}{7} = \frac{\pi}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!