



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
- б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) По условию A имеет вид $\overline{aaaa}$, где a - какая-то цифра.

$$\text{Значит } A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$$

Чтобы произведение чисел было точным квадратом, каждый из простых множителей должен повториться четное количество раз.

11 и 101 - простые, а $a \leq 9$ (т.к. это цифра), значит одно из чисел B и C должно быть кратно 11 , а другое 101 . Т.к. C - двузначное, оно не может быть кратно 101 , значит $C : 11 \Rightarrow C = \overline{cc}$, где c - некоторая цифра. По условию одна из цифр $C = 1$, поэтому $c = 1 \Rightarrow C = 11$.

Т.к. $B : 101$, то оно имеет вид $B = \overline{b0b}$, где b - некоторая цифра. По условию одна из цифр $B = 7$, значит $b = 7 \Rightarrow B = 707$

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 707 = 1111^2 \cdot 7 \Rightarrow 7a - \text{точный квадрат}$$

Т.к. a - цифра, единственный вариант $a = 7 \Rightarrow A = 7777$

Ответ: $(7777; 707; 11)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Приравняем значения K:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$(x+y+3)((x-4)(y+4) - xy) = 0$$

По условию x и y - положительные, значит $x+y+3 > 0$,
можем сократить:

$$xy + 4x - 4y - 16 - xy = 0$$

$$y = x - 4$$

Подставим полученный y в M :

$$M = x^3 - (x-4)^3 - 12x(x-4)$$

$$M = x^3 - x^3 + 12x^2 - 48x + 64 - 12x^2 + 48x$$

$$M = 64$$

Ответ: $M = 64$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$
$$\cos^2 \pi y + \cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y - \sin^2 \pi y = 0$$

$$\cos 2\pi y + \cos(\pi(x-y)) = 0$$

$$2 \cos\left(\pi y + \frac{\pi}{2}(x-y)\right) \cos\left(\pi y - \frac{\pi}{2}(x-y)\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}y - \frac{\pi}{2}x\right) = 0$$

$$\left[\frac{\pi}{2}(x+y) = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[\frac{3\pi}{2}y - \frac{\pi}{2}x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[x+y = 1+2n, n \in \mathbb{Z} \quad ① \right.$$

$$\left[3y-x = 1+2k, k \in \mathbb{Z} \quad ② \right.$$

Преобразуем второе равенство:

$$y+x+2y-2x = 1+2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = 1+2(k+x-y), k \in \mathbb{Z}$$

Теперь заметим, что полученное равенство равносильно

① равенству, т.к. k и n — любые целые числа, значит

① и ② равенства дают одинаковые пары чисел, поэтому можно оставить только одно из них

$$x+y = 1+2n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: пары чисел (x, y) , удовлетворяющие равенству



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+y = 1+2n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}.$$

д) Запишем ограничение на неравенство:

$$\begin{cases} \frac{x}{7} \in [-1; 1] \\ \frac{y}{4} \in [-1; 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-7; 7] \\ y \in [-4; 4] \end{cases}$$

Теперь преобразуем неравенство с помощью формулы:

$$\arccos t + \arcsin t = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

$$-\arcsin \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\pi$$

$$\arcsin \frac{x}{7} + \arcsin \frac{y}{4} < \pi$$

т.к. $\arcsin t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, ^{существует} единственная удовлетворяющая неравенству пара, когда $\arcsin \frac{x}{7} = \frac{\pi}{2}$ и $\arcsin \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2}$

Теперь посчитаем общее кол-во пар удовлетворяющих $\forall$ ограничению:

т.к. $x+y = 1+2n \Rightarrow x+y$ - нечётное число, значит

т.к. x и $y \in \mathbb{Z}$, то либо x - чётное и y - нечётное, либо

x - нечётное и y - чётное. В первом случае $4 \cdot 4 = 16$ пар.

Во втором - $8 \cdot 5 = 40$ пар. Тогда общее кол-во пар $= 16 + 40 - 1 = 55$ пар.

Ответ: 55 пар



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Посчитаем вероятность в общем виде через число сочетаний:

Пусть n - кол-во одноклассников, а k - кол-во билетов.
Тогда общее кол-во случаев $= C_n^k$, а случаи, когда и у Пети и у Васи есть билет посчитаем так: $n \cdot k$.
и у Пети, и у Васи в этих случаях уже есть билеты, то кол-во возможных вариантов распределения $k-2$ билетов между $n-2$ учениками $= C_{n-2}^{k-2}$

Значит, вероятность равна:

$$P = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!}}{\frac{n!}{k!(n-k)!}} = \frac{(n-2)!}{n!} \cdot \frac{k!}{(k-2)!}$$

Пусть P_1 - вероятность в начале месяца, а P_2 - в конце. Тогда

$$11 P_1 = P_2$$

$$11 \cdot \frac{(n-2)!}{n!} \cdot \frac{k!}{2!} = \frac{(n-2)!}{n!} \cdot \frac{k!}{(k-2)!}$$

$$11 \cdot 12 = \frac{k!}{(k-2)!} \leftarrow \text{это монотонно возрастающая функция,}$$

значит корень можно подобрать $\Rightarrow k = 12$

Ответ: 12 билетов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

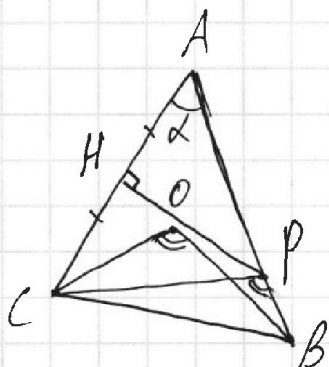
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Д: $\omega_1; \omega_2; \triangle ABC; AP=16; BP=8; AC=22$

Н: S_{ABC}

Р:



Пусть $\angle CAB = \alpha$; тогда

$\angle CAB$ - вписанный в ω_1 , а

$\angle COB$ - центральный в ω_1 , значит

$$\angle COB = 2\angle CAB = 2\alpha$$

$\angle CPB = \angle COB = 2\alpha$, т.к. оба угла

вписанные в ω_2 и опираются одну дугу.

$\angle CPB$ - внешний при вершине P $\triangle APC$,

поэтому $\angle ACP = \angle CPB - \angle CAP = \alpha = \angle CAP$.

Углы при основании AC в $\triangle APC$ равны, значит

$\triangle APC$ - р/б

Тогда $\cos \alpha = \cos \angle CAP = \frac{AC/2}{AP}$ (высота из точки P также является медианой)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \alpha = \frac{AB \cdot AC}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{AB \cdot AC}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{AC}{2AP}\right)^2}$$

$$S_{ABC} = \frac{AC}{2} (AP + BP) \sqrt{1 - \left(\frac{AC}{2AP}\right)^2} = \frac{99}{2} \sqrt{15}$$

$$\text{Ответ: } S_{ABC} = \frac{99}{2} \sqrt{15}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 6) $x^2 + y^2 \leq 36$ - это круг с центром в $(0; 0)$ и радиусом $= 6$
 $(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0$ - это неравенство делит координатную плоскость на 4 четверти прямыми ~~на~~ $x = -4 \sin \alpha$ и $y = 4 \cos \alpha$.

Также заметим что точка $(-4 \sin \alpha; 4 \cos \alpha)$ лежит на окружности центра в начале координат и радиусом 4

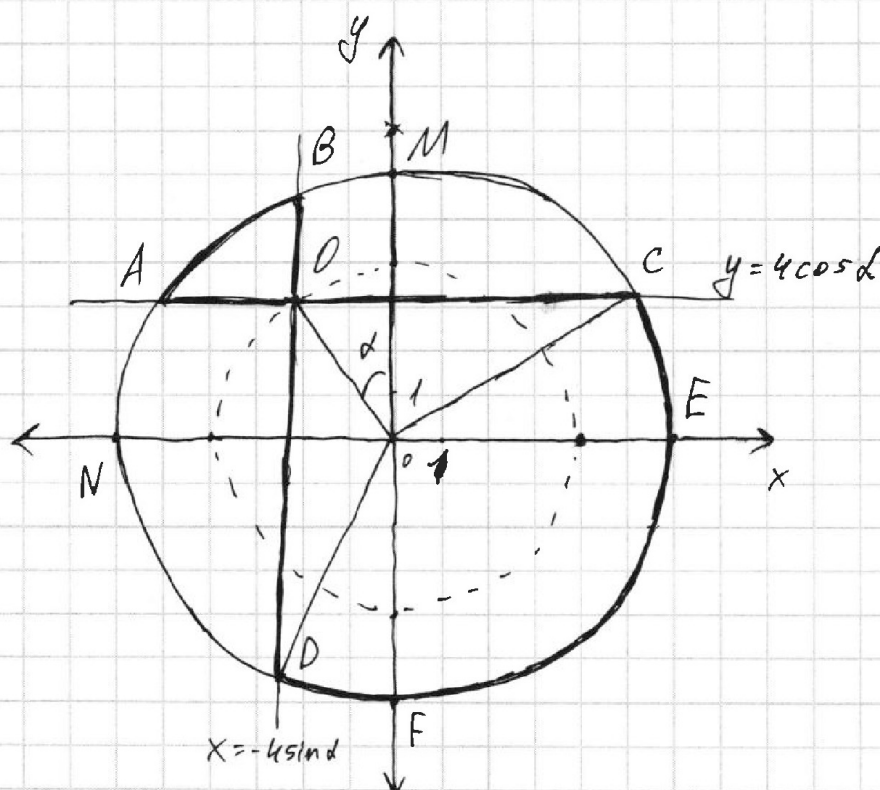


Рисунок $\varphi(\alpha) = ABO + CDO$ (выделена кривыми)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Длина её границы (L) складывается из двух дуг:
 $\cup AB$ и $\cup CD$ и отрезков AC и BD .

$$\begin{aligned} \text{Заметим, что } \cup AB + \cup CD &= \cup AB + \cup CE + \cup FD + \cup EF = \\ &= \cup AN + \cup AB + \cup BM + \cup EF = \cup NME + \cup EF = \frac{2\pi \cdot 6}{2} = 6\pi \end{aligned}$$

(по симметрии)

AC и BD найдём из рисунка:

$$AC = 2\sqrt{6^2 - (4\cos\alpha)^2} = 2\sqrt{36 - 16\cos^2\alpha}$$

$$BD = 2\sqrt{6^2 - (4\sin\alpha)^2} = 2\sqrt{20 + 16\cos^2\alpha}$$

$$L = 6\pi + 2\sqrt{36 - 16\cos^2\alpha} + 2\sqrt{20 + 16\cos^2\alpha}$$

$$\text{Замена } t = 16\cos^2\alpha$$

$$L = 6\pi + 2\sqrt{36 - t} + 2\sqrt{20 + t}$$

$$L'_t = \frac{-1}{\sqrt{36-t}} + \frac{1}{\sqrt{20+t}} = 0 \text{ в точке максимума}$$

$$\sqrt{36-t} = \sqrt{20+t} \Rightarrow t = 8 \Rightarrow L_m = L(8) = 6\pi + 8\sqrt{4}$$

Обратная замена:

$$16\cos^2\alpha = 8$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}; L_m = 6\pi + 8\sqrt{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $A = d \cdot 1111$

B - ~~хотелось~~ 7

C - ~~состав~~ либо 11 ; либо 10

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$B: 101 \text{ и } C: 11 \Rightarrow C = 11; B = 707$$

$$\sqrt{A \cdot B \cdot C} = \sqrt{11 \cdot 101 \cdot 707 \cdot 11 \cdot d} = 1111 \sqrt{70} \Rightarrow d = 7$$

$$A = 7777$$

$$B = 707$$

$$C = 11$$

2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$

$$\frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$(x+y+3)((x-4)(y+4) - xy) = 0$$

$$(x+y+3)(4x-4y+16) = 0$$

$$(x+y+3)(x-y+4) = 0$$

$$\begin{cases} y = -3-x & \text{н.к. либо } y < 0 \\ y = x+4 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} M = x^3 + (x+3)^3 + 12x(x+3) \\ M = x^3 - (x+4)^3 - 12x(x+4) \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{-x-3} + \frac{3}{-x(x+3)} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{1-x} + \frac{3}{(x-4)(1-x)}$$

$$M = 2x^3 + 9x^2 + 27x + 27 + 12x^2 + 36x$$

$$M = -12x^2 - 48x - 64 - 12x^2 - 48x$$

$$M = x^3 - (x-4)^3 - 12x(x-4)$$

$$M = x^3 - x^3 + 12x^2 - 48x + 64 - 12x^2 + 48x$$

$$M = 64$$

$$3) a) \sin^2 \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cdot \cos \pi y$$

$$\cos 2\pi y + \cos \pi(x-y) = 0$$

$$2 \cos\left(\pi y + \frac{\pi}{2}(x-y)\right) \cos\left(\pi y - \frac{\pi}{2}(x-y)\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2}y - \frac{\pi}{2}x\right) = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\pi}{2}(x+y) &= \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3\pi}{2}y - \frac{\pi}{2}x &= \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x+y &= 1+2n, n \in \mathbb{Z} \quad ① \\ 3y-x &= 1+2k, k \in \mathbb{Z} \quad ② \end{aligned} \right.$$

$$x+y = 1+2n, n \in \mathbb{Z} \quad ①$$

$$3y-x = 1+2k, k \in \mathbb{Z} \quad ②$$

можно упростить 3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \text{ ~~arccos~~ } x \in [-4; 4]; y \in [-4; 4]$$

$$\textcircled{1} \arccos \frac{x}{4} > \arcsin \frac{y}{4} - \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{4} > -\arccos \frac{y}{4}$$

$$-\arcsin \frac{x}{4} > \arcsin \frac{y}{4} - \pi$$

$$\pi > \arcsin \frac{y}{4} + \arcsin \frac{x}{4} \quad \arcsin t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\begin{cases} \arcsin \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{x}{4} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{4} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{когда } y = 4$$

$$\text{когда } x = 8$$

$$\text{и } y = 5$$

$$\text{и } x > 7$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } 4 \cdot 7 + 8 \cdot 5 - 1 = 67 \text{ пар}$$

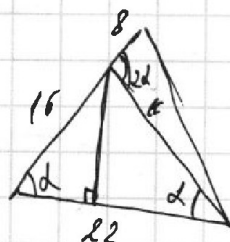
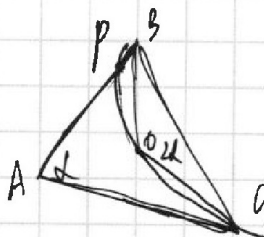
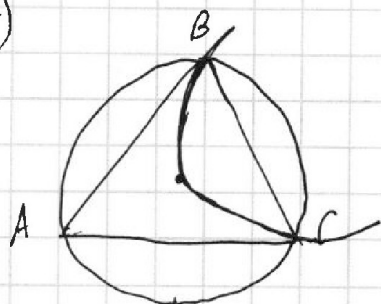
$$4) P = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!}}{\frac{n!}{k!(n-k)!}} = \frac{(n-2)!}{n!} \cdot \frac{k!}{(k-2)!} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

$$P_1 = \frac{P_2}{11}$$

$$11 \cdot 12 = k(k-1)$$

$$k = 12$$

5)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$22^2 = 16^2 + 16^2 - 2 \cdot 16^2 \cos(180 - 2\alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{16 - 11}{16}$$

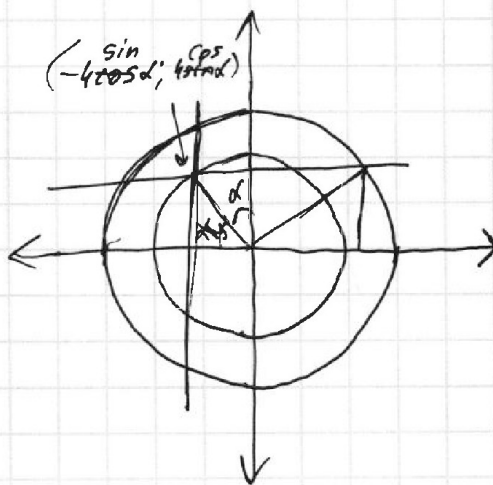
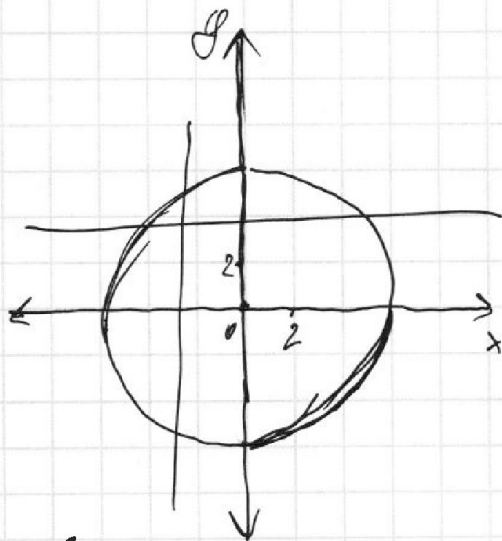
$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{11}{16}\right)^2} = \sqrt{\frac{16^2 - 11^2}{16^2}} =$$

$$= \frac{1}{16} \sqrt{5 \cdot 27} = \frac{3}{16} \sqrt{15}$$

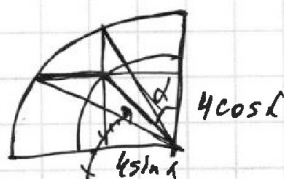
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{3}{16} \sqrt{15} = \frac{99}{2} \sqrt{15}$$

$$\frac{22}{2} \cdot (24) \sqrt{1 - \frac{11^2}{16^2}} = \frac{33}{2} \sqrt{16^2 - 11^2} = \frac{33}{2} \sqrt{5 \cdot 27} = \frac{99}{2} \sqrt{15}$$

6)



$$L = 6\pi + 2 \cdot \sqrt{6^2 - (4 \cos \alpha)^2} + 2 \cdot \sqrt{6^2 - (4 \sin \alpha)^2} = 6\pi + 2 \cdot \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} + 2 \cdot \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} = 6\pi + 2 \cdot 2 \sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha} + 2 \cdot 2 \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha} = 6\pi + 4 \sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha} + 4 \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$$



$$\varphi = \arcsin \frac{4 \cos \alpha}{6} + \arcsin \frac{4 \sin \alpha}{6}$$

$$\varphi_1 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L^* = 6\pi + 2 \left(\sqrt{36 - 16\cos^2 \alpha} + \sqrt{36 - 16\sin^2 \alpha} \right)$$

$$L^* = 2 \frac{1}{2\sqrt{36 - 16\cos^2 \alpha}} \cdot -16$$

$$L = 6\pi + 2\sqrt{36 - 16t}$$

$$36 - 16\cos^2 \alpha = t \quad t = 16\cos^2 \alpha$$

$$36 - 16\sin^2 \alpha = 36 - 16\cos^2 \alpha$$

$$16\sin^2 \alpha = 16 - t$$

$$L = 6\pi + 2\sqrt{36 - t} + 2\sqrt{20 + t}$$

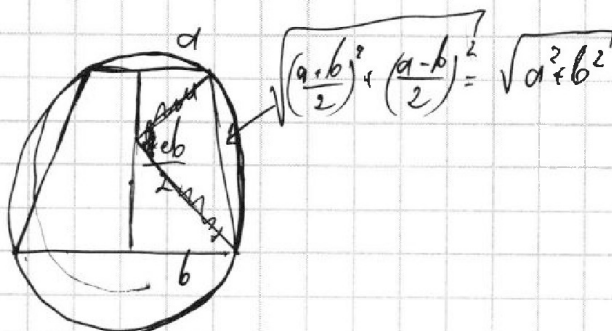
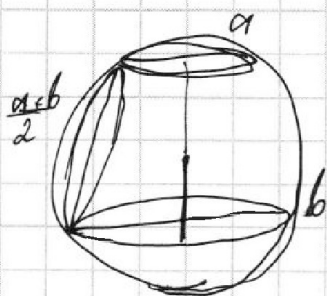
$$L' = \frac{-1}{\sqrt{36 - t}} + \frac{1}{\sqrt{20 + t}} = 0$$

$$36 - t = 20 + t \Rightarrow t = 8$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

7)





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

