



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А состоит из однозначного цифра \Rightarrow делится на 1111. В свою очередь 1111 получается из произведения двух простых чисел 11 и 101.

Б Состоит из 11 из 101 в А равне 1, т.к. $1111 \cdot 11 > 9999$

Тогда числа 11 и 101 должны иметь нечетную степень вложении в порядке чисел В и С, т.к. у такого квадрата все ^{стороны} делители ~~делящиеся~~ имеют четную СВ. Число С - двузначное \Rightarrow 101. Тогда число В делится на 101. Такое оно 3-хзначное и имеет цифру 6 в единицах. Такое число единичное, и \Rightarrow то $606 \Rightarrow$ В = 606. $606 / 11 \Rightarrow$ С = 54. С - двузначное и имеет цифру 3 в единицах. \Rightarrow С = 33.

Таким образом $A = 606 \cdot 33 = 101 \cdot 11 \cdot \frac{13}{1111} \cdot 101 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \Rightarrow$ у числа $A / 1111$ СВ двойки нечетные. $101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot A / 1111$

Пример $A / 1111 < 10 \Rightarrow A / 1111$ не делится на 2 или 3, т.е. $A = 2222$ или -2222

Ответ: $(2222; 606; 33)$, $(-2222; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + 5/xy = x^2 + y^2 + 5/(x-2)(y+2)$$

Приведем к общему знаменателю.

$$x^2 + y^2 + 5/xy = \frac{y+2}{(x-2)(y+2)} + \frac{x-2}{(x-2)(y+2)} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{5+x+y}{xy} = \frac{5+x+y}{(x-2)(y+2)}$$

$$5+x+y > 0 \Rightarrow xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4 \Rightarrow x = y+2$$

$$\text{Тогда } M = x^2 + y^2 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy = 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = 2(x^2 + y^2 - 2xy) = 2(x-y)^2 = 2$$

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | СТРАНИЦА
1 ИЗ 1 |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x, (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin^2 \pi y = \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y, \cos \pi x$$

$$\cos^2 \pi x + \sin^2 \pi x = \cos^2 \pi y + \sin^2 \pi y$$

$$2 \cos \pi x = \cos \pi (x+y)$$

$$\pi x = \pi (x+y) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

~~знач~~

$$\pi x = -\pi (x+y) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -y + 2k\pi \quad \text{или} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = x - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x + y = 2k \quad y = 2k - 3x, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Одн.: } (x; x-2k), k \in \mathbb{Z}; (x; 2k-3x), k \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}$$

$$\arcsin^2 x + \arcsin^2 y = 2$$

$$x, y \in \mathbb{R} \quad \text{т.к. } 2k = 3x + y \Rightarrow x = \frac{2}{3}y$$

$$x \in [-6; 6] \quad y \in [-2; 2]$$

$$y = -2: \arcsin(-6) + \arcsin(-1) = \arcsin(-6) + \arcsin(-1) \quad \text{т.к. } x = -6 \\ y = -1: \arcsin(-6) + \arcsin(-1/2) = \arcsin(-6) + \arcsin(-1/2) \quad \text{т.к. } x = -2 \\ y = 0: \arcsin(0) + \arcsin(0) = \arcsin(0) + \arcsin(0) \quad \text{т.к. } x = 0 \\ n = 2k.$$

$$y = 1: \arcsin(1/2) + \arcsin(1/2) = \pi/2 \quad n = 5$$

$$y = 2: \arcsin(2/6) + \arcsin(2/6) = \pi/3$$

$$\text{Одн.: } (-6; -7) \cup (-2; -1) \cup (-1; 2) \cup (0; 2)$$

$$x \in [-6; 6], y \in [-2; 2]$$

$$0 < \arcsin(1/6) < \pi/6 \quad 0 < \arcsin(1/3) < \pi/6 \quad \arcsin(1/2) = \pi/6 \quad \arcsin(2/6) < \pi/6 \quad \text{т.к. } x \in [-6; 6]$$

$$0 < \arcsin(5/6) < \pi/2 \quad \arcsin(6/6) = \pi/2$$

$$\arcsin(6/6) + \arcsin(2/6) = \pi/2 \quad \text{основное неравн. т.к. } x = y \text{ и } x \in [-6; 6]$$

~~(-6; -7) \cup (-2; 0) \cup (-1; 2) \cup (0; 2) \cup (2; 2)~~
$$n = 10 \quad j \in \{-1; 2\}$$

~~(-6; -7) \cup (-2; 0) \cup (-1; 2) \cup (0; 2) \cup (2; 2)~~
$$\text{т.к. при } x=y=6 \text{ нер. } 7-3=1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 32 \\ \text{при } x=y=1 \text{ нер. } 8-2 \end{array} \right.$$

~~(-6; -7) \cup (-2; 0) \cup (-1; 2) \cup (0; 2) \cup (2; 2)~~

~~(-6; -7) \cup (-2; 0) \cup (-1; 2) \cup (0; 2) \cup (2; 2)~~

~~(-6; -7) \cup (-2; 0) \cup (-1; 2) \cup (0; 2) \cup (2; 2)~~

$$\text{Одн.: 32}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вариант 1
Билеты на n гостей = C_n^g

Если при этом было определено получено C_{n-2}^{g-2} , т.к. осталось $g-2$ билета на $n-2$ гостей. Тогда баланс стало n штук

$$\text{Тогда } \frac{C_{n-2}^2}{C_n^g} \cdot 6 = \frac{C_{n-2}^{g-2}}{C_n^g} = \frac{(n-2)(n-3)/2}{\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)/24}} \cdot 6 = \frac{72}{n(n-1)} = \frac{(n-2)(n-1)\dots(n-g+1)}{\cancel{n(n-1)\dots(n-g+1)}/g!} = \frac{g(g-1)}{g(g-1)} \Rightarrow 72 = g(g-1) \Rightarrow$$
$$= g = 9$$

Ответ: 9

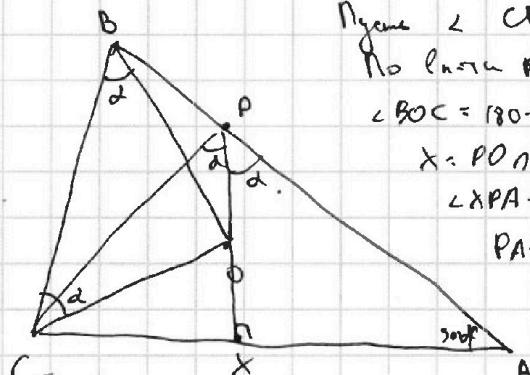


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle CBO = \alpha$. $\angle BCO = \angle ACO = \alpha$.

По влож. в $\triangle BOC$ $\angle CBO + \alpha = \angle BCO + \angle BCO = \angle BPA$

$$\angle BOC = 180 - 2\alpha - 2\alpha = \angle A = 90 - 2\alpha$$

$X = PO \cap AC$

$\angle XPA + \angle XAP = 90^\circ \Rightarrow OX - \text{сер. перп. к } AC$. (Доказательство)
 $\triangle APO$

$$PA = 25, PB = 5 \Rightarrow AB = 30.$$

$$XA = \frac{1}{2} AC = 15,5$$

$$\sin \alpha = \frac{15,5}{25} \Rightarrow \frac{XA}{AP} = \frac{15,5}{25} = \frac{7}{10}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{51}}{10} > 0, \text{ т.к. } \alpha < 90^\circ.$$

$$S_{\triangle ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin \angle A / 2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 35 \cdot \sin 90^\circ = 15 \cdot 15 \cdot \cos \alpha = 15 \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} =$$

$$= \frac{105\sqrt{51}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{105\sqrt{51}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмечьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 \leq 169 \rightarrow x^2 + y^2 \leq 13^2 \rightarrow \text{окружность с радиусом } 13$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) = 0 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \\ x + 5\sqrt{2}\cos\alpha = 0 \\ y + 5\sqrt{2}\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

Условие задачи не приведено:

Значит, что $x + 5\sqrt{2}\cos\alpha = y + 5\sqrt{2}\sin\alpha = 0$

Основное условие неупомянуто, нам подходит в квадрат $x + 5\sqrt{2}\cos\alpha = y + 5\sqrt{2}\sin\alpha = 0$.

Такое выражение имеет координаты $(-5\sqrt{2}\cos\alpha; -5\sqrt{2}\sin\alpha)$ в четверти

не окр., рис. 5². Такие образы

можно найти только на окр. с центром в КК и рис. 5², так как

сущес. ^{прим} точка, отвечающая его биссектрисе

биссектрисе симметрии относительно КК, т.е.

12. Сущес. ^{прим} кондукторная при

находящей зоне $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$. Сущес. ^{прим} $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha =$

$$= \text{const} \quad \sin 2\alpha \leq \frac{1}{2} \quad \text{т.к. } (\sin\alpha \cdot \cos\alpha)^2 = 1 - \sin^2 2\alpha =$$

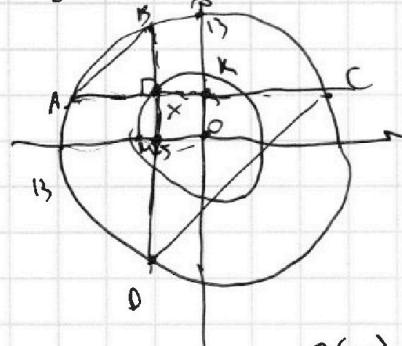
$$< (-\sqrt{2})^2 \leq 2 \Rightarrow \sin 2\alpha \leq 1 \cos 2\alpha \geq 45^\circ$$

Чтобы пример был очевиден $5\sqrt{2}\cos\alpha = 5\sqrt{2}\sin\alpha$ длина биссектрисы

$$\text{диагональ} = \sqrt{2}d = 13 \quad \text{т.к. } \sqrt{2}\cos\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha$$

$$\text{тогда } d = \frac{\sqrt{1+2\sin 2\alpha}}{2}$$

$$P(M) = 76.$$



$$P(M) = AC \cdot BD + \gamma AR \cdot \gamma CD = AC \cdot BD \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi r.$$

$$AC \cdot BD = 4AK \cdot \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2})^2} = 4 \cdot 12 \cdot \sqrt{3}$$

$$AK = 5\sqrt{2}$$

$$OK = 13 - 5\sqrt{2}$$

$$\cos \angle AOB = \frac{13^2 - 5^2 - 5^2}{2 \cdot 13 \cdot 5}$$

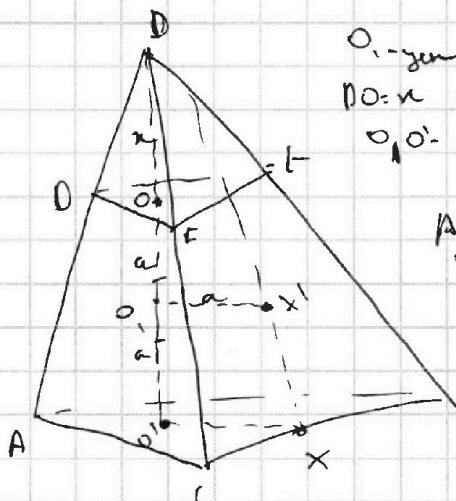
$$P(M) = 48 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi r^2 = 48 + 13\pi$$

$$\text{Окружн.: } 48 + 13\pi, \quad d = \frac{\sqrt{1+2\sin 2\alpha}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BC = CD = 1$$

O -центр $\triangle ABC$

$$BO = r \quad OO_1 = O_1O = a$$

O, O' -центры $\triangle ABD$ и $\triangle ABC$

$$AO^2 = \sqrt{2}/3$$

X -проекция O' на AB

$$O'X = 1/2 \sqrt{2}/3 = \sqrt{2}/6$$

λ' -расстояние O' от BC .

$$BO' = \sqrt{2}/3$$

$$\frac{DO_1}{DO} = \frac{O\lambda'}{Ox} = \frac{\sqrt{2}/3 - a}{\sqrt{2}/3} = \frac{6a}{\sqrt{2}/3}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{2}a = 2\sqrt{2}a$$

$$a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten geometric sketches and calculations on grid paper:

- Top left: A circle with radius 6 and a chord of length 13. Calculation: $13^2 - 56 = \sqrt{129}$. Question: $\sqrt{129} \rightarrow ?$
- Top right: A circle divided into four quadrants by a horizontal and vertical diameter.
- Middle left: A cone with a radius of 6 and a height of 13. A smaller circle is shown with radius $\sqrt{129}$.
- Middle center: A trapezoid with parallel bases labeled a and b , and height h .
- Middle right: A cone with a radius of 6 and a height of 13. A smaller circle is shown with radius $\sqrt{129}$.
- Bottom left: A triangular prism with a right-angled triangular base. The vertical edge is labeled n . The hypotenuse of the base is labeled $\sqrt{129}$. The area of the base is given as $\frac{n}{2} = a/\sqrt{129}$. The slant height of the side faces is given as $\frac{\sqrt{3}}{2}n = a/\sqrt{55}/6$.
- Bottom center: A right-angled triangle with legs of 1 and $\sqrt{48}$. The hypotenuse is $\sqrt{1 + 48} = \sqrt{49} = 7$.
- Bottom right: A triangle with a base of $6\sqrt{2}$ and a height of $3\sqrt{2}$. The angle between the base and the height is 120° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

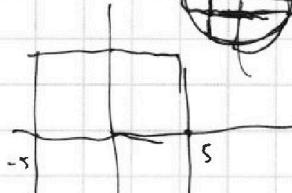
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

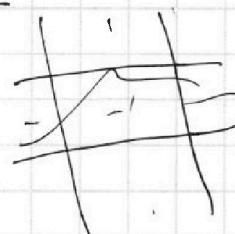
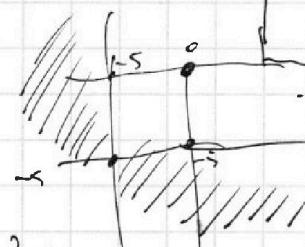
$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 169 \end{cases}$$



$$(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$$

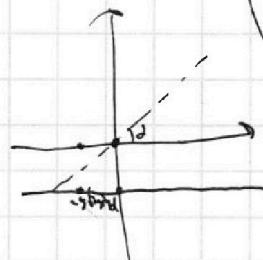


$$(x+5)(y+5) \leq 0$$



$$x^2+y^2=169$$

$$(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \geq 0$$



$$C_6^2$$

$$(x-2)^2$$

$$z(x^2)$$

$$|| \cdot || \cdot \cdot \cdot |$$

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & ? & 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{matrix}$$

(W)

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

$$|| \cdot || \cdot \cdot \cdot$$

~

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\frac{3 \cdot 4}{2}$$



C5

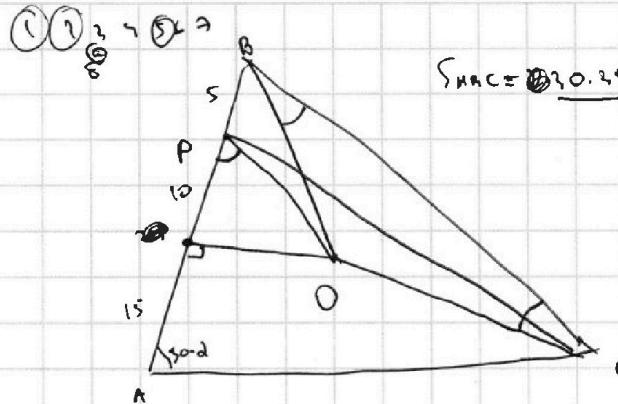


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 20^2}}$$

$$y_n + y_g + s_{ng} = y_{n-2} + y_{g-2} + s_{(n-2)(g-2)}$$

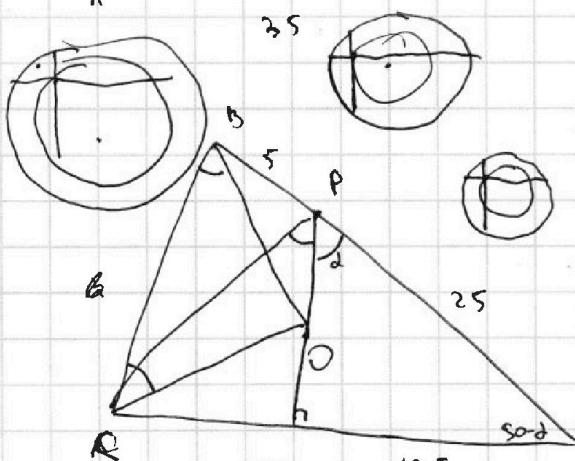
$$\frac{n+y+s}{ng} = \frac{y+n+s}{(n-2)(g-2)}$$

$$ng = (n-2)(g-2)$$

$$2n - 2g - 4 = 0$$

$$n-g=2$$

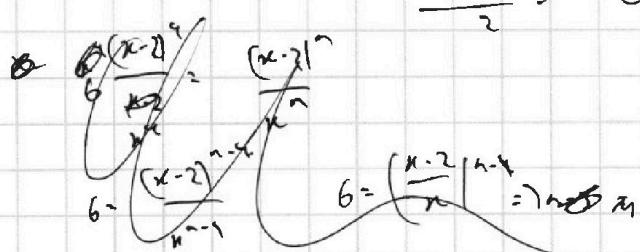
$$\begin{aligned} n^2 y^2 - 6xy &= (n-g)(n^2 + ng + g^2) \\ &= 2(n^2 + ng + g^2) - 6ng \\ &= 2n^2 + 2g^2 - 4ng = 2(n-g)^2 = 8. \end{aligned}$$



$$\sin \alpha = \frac{17.5}{25} = \frac{17.5}{25} = \frac{7}{10}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$S = \pi r^2 h \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \pi \cdot 17.5^2 \cdot 25 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{7}{10}\right)^2} = \frac{105\sqrt{51}}{2}$$



$$1111 = 11101$$

$$11101 \rightarrow R=606$$

$$(111) \rightarrow C=33$$

$$\arcsin \frac{8}{6} + \arcsin \frac{3}{2} < \pi$$

$$\begin{aligned} 11^2 - 7.5^2 &= 12.5^2 \\ 169 - 56.25 &= 156.25 \end{aligned}$$

$$33 \cdot 606 \cdot 601 \cdot 11 \cdot 2$$

$$x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot x^2$$

$$2222$$

$$8888$$

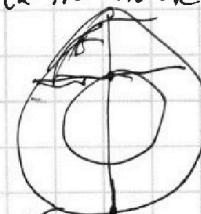
$$17 = \frac{25}{2}$$

$$12.2$$

$$\begin{aligned} y &= n-2k \\ y &= 14-3n-7n-2k \end{aligned}$$



$$24.26 + 16 \cdot 12 \cdot 13 \cdot \pi = 50113\pi$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten notes and diagrams:

- Top left: Three small circles with arrows indicating clockwise rotation.
- Top right: A diagram of a trapezoid with dashed lines showing its decomposition into smaller triangles.
- Middle left: A sequence of symbols: two dots above a horizontal line, followed by a question mark, an exclamation mark, and three dots.
- Middle center: A diagram of a circle with a radius labeled r and a central angle labeled α . Below it is the equation $P_n^y = P_{n-1}^{y-1} + P_{n-1}^y$.
- Middle right: A diagram of a sphere with a coordinate system and a point labeled (x_1, x_2, x_3) . Below it is the equation $P_n^y = P_{n-1}^{y-1} + P_{n-1}^y = P_{n-1}^{y-1} + P_{n-1}^{y-1} + P_n^{y-2} + P_{y-2}^2$.
- Bottom left: A diagram of a sphere with a vertical axis and a horizontal axis. Below it is the formula $C_n^m = \frac{C_n^{y-2}}{C_n^2} = \frac{n(n-1) \cdot 24}{(n-2)(n-3)} = \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{C_n^{y-2}}{C_n^2}$.
- Bottom right: A diagram of a sphere with a vertical axis and a horizontal axis. Below it is the formula $C_n^m = \frac{n(n-1) \dots}{C_n^2} = \frac{72 \cdot 7 \cdot 6}{C_n^2} = \frac{7!}{C_n^2}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & -1 & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{?} \\ C_5^3 \end{array}$$

$\textcircled{2} \quad \begin{array}{c} x-1 \\ C_{x+3}^x \end{array}$

$\textcircled{2} \text{ для } x=1$

$$\begin{array}{cccccc} 3 & - & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ C_5^3 = C_5^2 = 10 \\ 4 \cdot C_4^2 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \\ \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \end{array} \quad \begin{array}{c} 11 - 1 - C_5^3 \\ \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \end{array}$$

$\textcircled{2} \quad \begin{array}{c} x-1 \\ C_{x+3}^x \end{array} = C_{x+3}^4 \quad C_y^4$

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{1} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \\ \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 - 1 \\ \text{?} \quad \text{?} \end{array}$$

$\textcircled{2} \quad \begin{array}{c} C_{x+3}^4 \\ 3 \cdot 4 \dots (x+2) \times \cancel{x} \\ (x-2) \quad 1 \dots (x-2)! \end{array}$

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{1} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \\ \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \end{array} \quad \begin{array}{c} x-1 \\ C_{x+3}^x \\ 3 \cdot 4 \dots (x-2) \times \cancel{x} \\ C_{x-1}^{x-3} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{1} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \\ \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \quad \text{?} \end{array} \quad \begin{array}{c} x-3 \\ C_{x+2}^{x-3} \\ (x+1)(x+2)(x+3) + \\ (x-1)(x-2) \cdot 2(x-2) + \textcircled{5} \\ \hline \end{array}$$

$\textcircled{2} \quad \begin{array}{c} x-1 \\ C_{x-1}^{x-1} \\ C_x^x \end{array}$

$= (y-1)(y-2) \cdot 2(y-2) + \textcircled{5}$

$= 2(y-1)(y-2)(y-3)$

6. $\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x+1)(x+2)(x+3)} =$

$\frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{x(x+1)(x+2)(x+3)}$