



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе понасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. ш.к. A - 4-х значное число, состоящее из
одинаковых цифр, то $A = a \cdot 11 \cdot 101$, где $a = 1, 2, 3, \dots, 9$
 $\Rightarrow A: 11$ и 101 ; тогда чтобы $A \cdot B \cdot C$ было квадратом,
то одно из чисел B и C должно делиться
на 11 и 101 . ш.к. C - двузначное, ~~то~~ и не может 101 ,
то $B: 101 \Rightarrow B = b \cdot 101$, $b = 1, 2, \dots, 9$. Но B содер-
жит две одинаковые цифры $\Rightarrow B = 202$, тогда
 C обязательно 11 и содержит две одинаковые цифры $\Rightarrow$
 $\Rightarrow C = 33$ - единств. вариант.

$$A \cdot B \cdot C = (a \cdot 11 \cdot 101) \cdot (2 \cdot 101) \cdot (3 \cdot 11) = k^2, k \in \mathbb{N}$$

$$A \cdot B \cdot C = (6 \cdot a) \cdot 11^2 \cdot 101^2$$

тогда нужно: $6a$ - квадрат натурального, причем
 $a \in \{1, 2, \dots, 9\} \Rightarrow a = 6 \Rightarrow A = 6666$

тогда единственная тройка $(A, B, C) = (6666; 202; 33)$

Ответ: $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поря QR-кода недопустима!

Реш. По условию:

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(y+1)} + \frac{2}{xy(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy+x-y-1}$$

отсюда
$$\begin{cases} x+y+2=0 - \text{невозможно, так } x, y > 0 \\ \frac{1}{xy} = \frac{1}{xy+x-y-1} \end{cases}$$

$xy = xy + x - y - 1$; т.е. $x - y = 1$; возведя в куб:

$$(x-y)^3 = 1^3$$

$$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 1$$

$$x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = 1 ; \text{ т.к. } x-y=1, \text{ то}$$

$$M = (x^3 - y^3 - 3xy = 1)$$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} = \pi \end{cases} \quad \left(\text{и.к. } \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}, \text{ а } \arccos \leq \pi \right)$$

То равенство только в этом случае

$$\frac{x}{5} = 1 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{y}{4} = -1 \Rightarrow y = -4$$

не подходит.

Рассмотрим серию: $(x; y) = (y-1+2n; y)$, $n \in \mathbb{Z}$

1) $n=0 \Rightarrow n \geq 0, \text{ и.к. } x \geq 5$

2) $n=1$

3) $n=2$

8 решений

Рассмотрим серию $(x; y) = \left(\frac{1-y+2k}{3}; y \right)$, $k \in \mathbb{Z}$

1) $k=0$: $1-y \div 3 \Rightarrow y = \{-2, 1, 4\}$ - 3 реш-я

$x = \{1, 0, -1\}$

$y=4$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=3$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=2$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=1$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=0$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=-1$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=-2$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=-3$ $x \notin \mathbb{Z}$

$y=-4$ $x \notin \mathbb{Z}$

2) $k=1 \Rightarrow 3-y \div 3 \Rightarrow y = \{-3, 0, 3\}$ - 3 реш-я

$x = \{2, 1, 0\}$

3) $k=2$: $5-y \div 3 \Rightarrow y = \{-1, 2, 5\}$ - 3 реш-я

$x = \{3, 2, 1\}$

$n=2$:

4) $n=3$

$y=-4$ $x=-1$ - 2 реш-я

$y=-3$ $x=4$

$n=3$

$y=-4$ $x=5$ - не подх.

$n=-1$:

5) $n=4$: $7-y \div 3 \Rightarrow y = \{1, 4, 7\}$ - 3 реш-я

$x = \{4, 3, 2\}$

6) $n=5$: $9-y \div 3 \Rightarrow y = \{3, 6, 9\}$ - 3 реш-я

$x = \{5, 4, 3\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4. Пусть всего n оденнагизашиклассеников;
тогда вероятности Пеше и Вале обоим пойти на
концерты (в раз. месяцы):
 $P_0 = \frac{C_{n-2}^4}{C_n^4}$ ← количество способов выбрать 4-х из n человек так,
чтобы среди них были Вова и Лера (к ним Вадя выберет еще двух из оставшихся)
← количество способов выбрать 4-х из n человек, чтобы
раздать билеты

Пусть в конце месяца было выдано x билетов,
 $x > 4$, $x \in \mathbb{N}$; тогда по той же схеме вероятность
Пеше и Вале пойти на концерты уже в конце месяца:

$$P_1 = \frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x};$$

по условию $P_1 = 2,5 P_0$, т.е.:

$$\frac{n!}{(x-2)!(n-x-2)!} \cdot \frac{x!(n-x)!}{n!} = 2,5 \cdot \frac{n!}{2(n-2)!} \cdot \frac{24 \cdot (n-4)!}{n!}$$

$$(n-x-1)(n-x)(x-1)x = \frac{30}{(n-3)(n-2)} - \text{целое} \Rightarrow$$

н.и. 30; $(n-3)(n-2)$ - св. лев. член, что n может быть
равно: 4, 5, 8. Подходим лишь $n=8$, так $n > 4$ (иначе
билетов раздали больше, чем учеников; и $(n-x-1) > 0 \Rightarrow n > 5$)

тогда $(8-x)(8-x)(x-1)x = 1$
 $(8-x-x^2-7)(8-x-x^2) = 1$

$$\frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x} = 2,5 \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$$

$$\frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!} \cdot \frac{x!(n-x)!}{n!} = 2,5 \cdot \frac{(n-2)!}{2(n-4)!} \cdot \frac{24 \cdot (n-4)!}{n!}$$

$$\frac{x!}{(x-2)!} = 2,5 \cdot 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (x-2) \cdot (x-1) \cdot x}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (x-2)} = 30$$

$$x^2 - x = 30$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = -5 - \text{не } \log x, \text{ и.к. } x \in \mathbb{N} \text{ и } x > 4$$

$$\Rightarrow x = 6$$

Ответ: 6 делителей.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

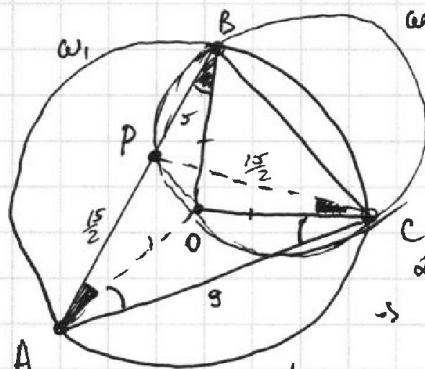
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Решение.

Дано:

0-угольн ω_1 ;
 $\triangle ABC$ - остроуг.;
 $\omega_2 \cap AB = P$;
 $AP = \frac{15}{2}$
 $BP = 5$
 $AC = 9$



1) Проведем AO , PO и PC ;
и.к. $AO = BO$ как радиусы ω_1 ,
то $\triangle AOB$ - $p/d \Rightarrow \angle BAO = \angle PBO$;

2) 4-угольник $OPBC$ впис. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle PBO = \angle PCO$ (оп-ся на $\overline{PO}$)

Найти: S_{ABC} ?

3) Кроме того; $\triangle AOC$ тоже p/d ($AO = OC$ - как радиусы ω_1) $\Rightarrow \angle OAC = \angle OCA = \beta$

4) из (1): $\angle BAO = \angle PBO$
из (2): $\angle PBO = \angle PCO \Rightarrow \angle BAO = \angle PCO = \alpha$

5) $\triangle APC$: $\angle PAC = \angle PAO + \angle OAC = \alpha + \beta$
 $\angle PCA = \angle PCO + \angle OCA = \alpha + \beta \Rightarrow \triangle APC - p/d \Rightarrow$

$$\Rightarrow AP = PC = \frac{15}{2}$$

6) по теореме косинусов в $\triangle APC$: $PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cdot AP \cdot AC \cdot \cos \angle PAC$
 $\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 81 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos \angle PAC \Rightarrow \cos \angle PAC = \frac{3}{5}$,

7) $\cos^2 \angle PAC + \sin^2 \angle PAC = 1 \Rightarrow \sin^2 \angle PAC = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$, и.к.
 $\triangle ABC$ - остроуг., то $\sin \angle PAC = \frac{4}{5}$

$$8) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle PAC$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 45$$

Ответ: 45



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6}. \quad \begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 \leq 25 & (2) \end{cases}$$

1. Рассмотрим (2) в коорд. x, y : $x^2 + y^2 \leq 25$ - область плоскости, ограниченная окр-тью с центром в $(0; 0)$ и $R = 5$

2. (1) $x = 3\sqrt{2}\sin\alpha$ - множество вершин. ($\parallel OY$)
прямых, $x \in [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$
 $y = 3\sqrt{2}\cos\alpha$ - множество $\varnothing$ горизонтальных прямых ($\parallel OX$),
 $y \in [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$;

Примем точку пересечения
прямых $x = 3\sqrt{2}\sin\alpha$ и $y = 3\sqrt{2}\cos\alpha$
движение по окр-ти:

$$x^2 + y^2 = 18 \quad (3)$$

Рассмотрим произвольную
точку M на окр-ти (3):

x/z нее проходим две прямые;
 $x = 3\sqrt{2}\sin\alpha_0 \parallel OY$ и $y = 3\sqrt{2}\cos\alpha_0 \parallel OX$;

~~эти две прямые~~

высекаем на окр-ти (3) 4 дуги;
причем по (3) нам подходят верхняя
левая дуга и правая нижняя.

Пусть прямая $x = 3\sqrt{2}\sin\alpha_0$ пересекает окр-ть (2) в точках B и C ,
а $y = 3\sqrt{2}\cos\alpha_0$ - в ш. A и D .

Тогда нам подходят объединения фигур AOB и COD ;

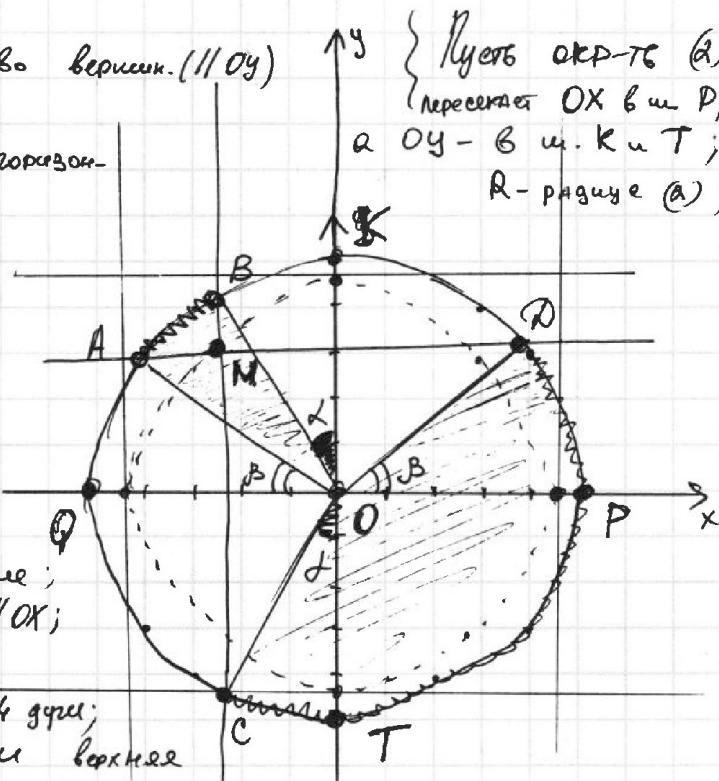
~~и тогда~~ Тогда периметр фигуры Φ равен $4R + R \cdot \angle AOB + R \cdot \angle COD =$
 $= 4R + R(\angle AOB + \angle COD)$

Заметим, что $\angle AOB + \angle COD = \pi$ (причем все зависит от положения M на окр-ти (3))

Докажем это:
 $\angle AOB = \frac{\pi}{2} - \angle QOA - \angle KOB$;
 $\angle COD = \frac{\pi}{2} + \angle DOP + \angle COT$;

ш.к. $AD \parallel QP$, ш.к. из-за равенства: $\angle AOB = \angle ODP \Rightarrow \angle QOA = \angle ODP = \beta$;
и $BC \parallel KT$ $\angle OCT = \angle ODP$ $\angle COT = \angle BOK = \alpha$

($AO = OD = OP = OT = R$;
высота равна как катетам)
расстояние M и P параллельны





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \angle AOB = \frac{\pi}{2} - \alpha - \beta \quad \Bigg| \Rightarrow \angle AOB + \angle COD = \pi$$

$$\angle COD = \frac{\pi}{2} + \alpha + \beta$$

Тогда периметр фигуры ~~PP~~(α) равен:

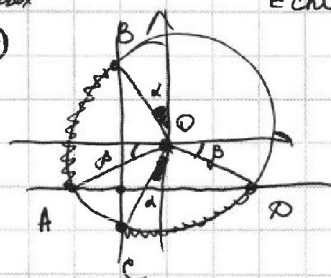
$$4R + R(\angle AOB + \angle COD) = 4R + \pi R;$$

$$R = 5 \text{ (из (2))}$$

$$\Rightarrow M = 20 + 5\pi \text{ при любом } \alpha.$$

~~Решение~~

(*)



Если A и B находятся на разные стороны от OX:

$$\angle AOB = \frac{\pi}{2} - \alpha + \beta \quad \Bigg| \Rightarrow \angle AOB + \angle COD = \pi$$

$$\angle COD = \frac{\pi}{2} - \beta + \alpha$$

Аналогично, если A, B или C, D находятся на разные стороны от OY

$$\text{Ответ: } 20 + 5\pi; \alpha \in \mathbb{R}$$

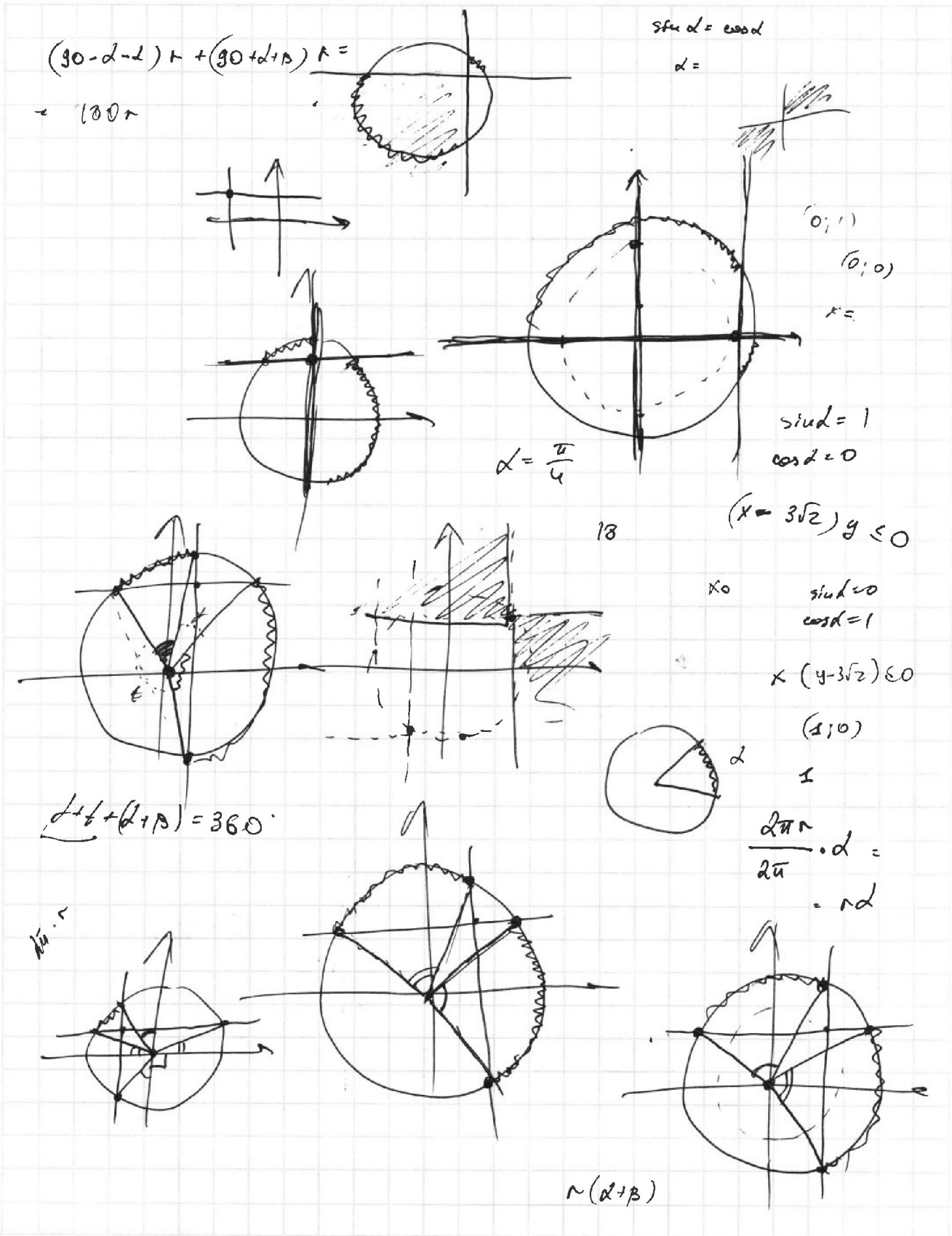


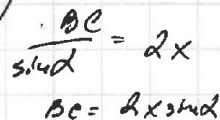
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including:

- Binomial expansion: $(x-1)(x-2)\dots(x-n)$
- Factorial expressions: $n!/(n-k)!$, $n!/(n-1)!$
- Equations: $x^2 - 1 = 0$, $x^2 - 1 = 0$
- Trigonometric identities: $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$, $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$
- Complex numbers: $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$
- Diagrams: A circle with points on the unit circle, and a coordinate system with axes.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - ~~abc~~ aaaa : 11

B - abc ; dac ; k+2

C - 35 ; q3

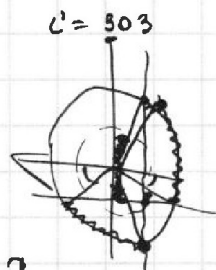
$A \cdot B \cdot C = n^2$

$\begin{array}{r} 1111 \\ 11 \overline{) 1111} \\ 11 \\ \hline 00 \end{array}$

$\begin{array}{r} 101 \\ 11 \overline{) 101} \\ 11 \\ \hline 00 \end{array}$

$\begin{array}{r} 101 \\ 11 \overline{) 101} \\ 11 \\ \hline 00 \end{array}$

B : 101



$\cos(k+\pi) = \cos k \cdot \cos \pi - \sin k \cdot \sin \pi$
 $\cos(k-\pi) = \cos k \cdot \cos \pi + \sin k \cdot \sin \pi$

$6 \cdot 1111 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 5 =$

$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$

$x^3 - y^3 - 3xy = ?$

$y+1+x-1$

$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$

$(x-y)(x^2+xy+y^2) - 3xy$
 $(x-y)((x+y)^2 - xy) - 3xy$
 $x(x^2 - 3y)$

$(x+y+2) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)} \right) = 0$

$x+y = -2$

$\frac{1}{xy} = \frac{1}{xy+x-y-1}$

$\begin{cases} x+y = -2 \\ x-y = -1 \end{cases}$

$2x =$

$x^4 + x^2 x - y - 1 = x^4 + x^2 y - y - 1 = x^4 + x^2 y - y - 1 = (x^2 + y)(x^2 - 1) = (x^2 + y)(x-1)(x+1)$

$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

$x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = 1$

$5 = 4 + 1 = 0$

$0 = 1 - m - 2m$

$1 = (1-m)m$

$\cos(k+\pi) = \cos k \cdot \cos \pi - \sin k \cdot \sin \pi$

$m = (1-m)m$

$x + 2x - 2 - x =$

$(1-x)(x-8)$

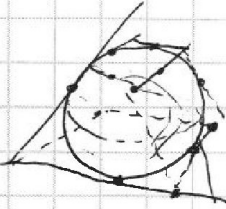


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4
X

n ч



C_n^4

C_{n-2}^2

$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} =$$

6666 / x 101

1111 / 101

111

$$\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$$
$$0 \leq \arcsin \frac{y}{5} \leq \frac{\pi}{2}$$



$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

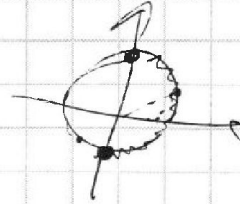
$$\frac{(n-2)!}{2(n-4)!} \cdot \frac{1^2 (n-4)!}{n!}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$n-2-x+2$$

$$\alpha - \beta = \pi$$
$$\arccos \frac{x}{5} - \arcsin \frac{y}{5} = \pi$$



$$\arccos \frac{y}{5} = \arccos \frac{x}{5} = \pi$$

arccos, arcsin

$\sin(\pi - \alpha)$

$$x = 2, y = 3$$
$$y = 4$$