



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

1) [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2) [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3) [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4) [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5) [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6) [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Пусть $A = \overline{aaaa}$, $B = \overline{b_1 b_2 b_3}$, $C = \overline{c_1 c_2}$.

Заметим, что $A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111$, а $1111 \vdots 11$.

Т.к. ABC - квадрат, то на 101 должен делиться ~~кто-то~~-то, причем это не A и не C ($11a < 101$ и $C < 101$) \Rightarrow
 $\Rightarrow B \vdots 101$.

Заметим, что трехзначные числа делящиеся на 101 имеют вид $\overline{x0x} = 101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909$. Но ровно одно содержит b седебе $2 \Rightarrow B = 202 = 2 \cdot 101$.

Заметим, что $A \vdots 11$. Аналогично, т.к. ABC является квадратом, на 11 должен делиться ~~кто-то~~-то еще, но $A \nmid 11^2$, $B \nmid 11 \Rightarrow C \vdots 11$. Двухзначные числа, делящиеся на 11 следующие: $11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99$, такие ровно одно число содержит b седебе $3 \Rightarrow C = 33$.

Получаем: $A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 6 \cdot a$,

т.к. ABC - квадрат \Rightarrow ба тоже квадрат, но если a - цифра, то подходит только $a=6$, получаем



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

след. ответ: $A = 6666$, $B = 202$, $C = 33$,

$$ABC = 6^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2$$

Ответ: (6666; 202; 33).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}$$

$$\text{По условию: } K = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x-1+y+1+\cancel{2}}{(x-1)(y+1)} =$$

$$= \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{xy} \stackrel{(x+y \neq -2)}{\Rightarrow} xy = (x-1)(y+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow xy = xy - y + x - 1 \Rightarrow \boxed{x = y+1}$$

Тогда подставим в M:

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y =$$

$$= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = \textcircled{1}$$

Приведем пример, когда $M=1$ получается:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{2}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{2}, \text{ и}$$

$$M = 2^3 - 1^3 - 3 \cdot 2 = 8 - 1 - 6 = \boxed{1}$$

Ответ: 1.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~8) $(x; (2k+1)x)$, $x \in \mathbb{R}$~~

Теперь отберем решение $(x; (2k+1)x)$ по ОДЗ:

$$\frac{x}{5} \in [-1; 1] \quad \text{и} \quad \frac{y}{5} \in [-1; 1]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in [-5; 5] \\ y \in [-5; 5] \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ y \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \end{array} \right.$$

Получают пары различных четности кроме $(5; -4)$.

У может принимать 5 четных значений и 4 нечетных.

А x может принимать 5 четных значений и 6 нечетных.

Тогда всего вариантов: $5 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 1 =$

$$= 30 + 20 - 1 = 49$$

Ответ: а) $(x; (2k+1)x)$, $k \in \mathbb{Z}$; $(x; (2k+1)+x)$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) 49.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Zagata 3.

$$a). (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

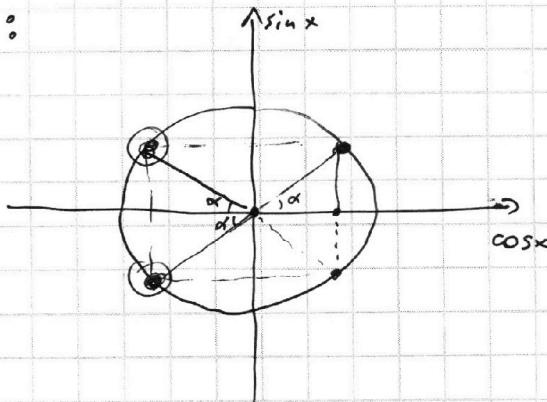
$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = -(\cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y)$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x + \pi y)$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi - \pi x - \pi y) \quad (-\cos \alpha = \cos(\pi - \alpha))$$

Torga :



$$2\pi x = \pi - \pi x - \pi y + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi x = -(\pi - \pi x - \pi y) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 1 - x - y + 2k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -1 + x + y + 2k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 1 + 2k, & k \in \mathbb{Z} \\ x - y = -1 + 2k, & k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (2k+1) - 3x, & k \in \mathbb{Z} \\ y = (2m+1) + x, & m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

I-

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда получают пары $(x; (2k+1)-3x)$, $k \in \mathbb{Z}$ и $(x; (2k+1)+x)$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$8). \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

Т.к. x и y - целые, то решение будет $(x; (2k+1)-3x)$ содержащее θ $(x; (2k+1)+x)$,

т.е. либо x -четное, y -неч., либо - x -неч., y -чет.

Заметим, что $\arcsin a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ и $\arccos b \in [0; \pi]$ \Rightarrow

$$\Rightarrow \arcsin a + \arccos b \leq \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}, \text{ при}$$

всех допустимых a и b .

Значит, нам надо просто исключить случай

равенства, то есть $\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -4. \end{cases}$

Тогда получают все решения $(x; (2k+1)+x)$, $k \in \mathbb{Z}$,
 $x \in \mathbb{Z}$,

в том числе решение $(5; -4)$.

~~(x; (2k+1)-3x), (x; (2k+1)+x)~~

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow (x+9)(x-2) = 0, \text{ т.к } x > 0 \Rightarrow \boxed{x=2},$$

итого было сказано $x+4 = 2+4 = \boxed{6}$.

Ответ: 6 было.

I-

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Пусть T - кол-во одиннадцатиклассников, x - кол-во билетов, которое прибавилось.

Постигаем первоначальную вероятность. Всего

способов раздать билеты C_T^4 , а раздать билеты,

где два билета у Пети и Васи, столько же

сколько раздать 2 билета на ($T-2$) человека,

то есть C_{T-2}^2 , тогда искомая вероятность:

$$P_1 = \frac{C_{T-2}^2}{C_T^4} = \frac{\frac{(T-2)!}{2!(T-4)!}}{\frac{T!}{4!(T-4)!}} = \frac{3 \cdot 4}{T \cdot (T-1)}$$

Постигаем, аналогично вторую вероятность. Всего

способов раздать билеты C_T^{x+4} , а благоприятных

способов C_{T-2}^{x+2} , чого вероятность будет след.:

$$P_2 = \frac{C_{T-2}^{x+2}}{C_T^{x+4}} = \frac{\frac{(T-2)!}{(x+2)!(T-x-4)!}}{\frac{T!}{(x+4)!(T-x-4)!}} = \frac{(x+4)(x+3)}{T(T-1)}$$

По условию имеем: $2,5 \cdot P_1 = P_2$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{12}{T(T-1)} = \frac{(x+4)(x+3)}{T(T-1)} \Rightarrow 30 = (x+4)(x+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 = x^2 + 7x + 12 \Rightarrow x^2 + 7x - 18 = 0 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9) В $\triangle APM$ т. Пифагора: $AP^2 = AM^2 + PM^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + PM^2 \Rightarrow PM = \sqrt{\frac{225-81}{4}} = \frac{12}{2} = 6.$$

5). $\sin \alpha = \frac{PM}{AP} = \frac{6}{\frac{15}{2}} = \frac{12}{15}$.

6) $S_{APC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{15}{2} + 5\right) \cdot 9 \cdot \frac{12}{15} =$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{12}{15} = \boxed{45}$$

Ответ: 45.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

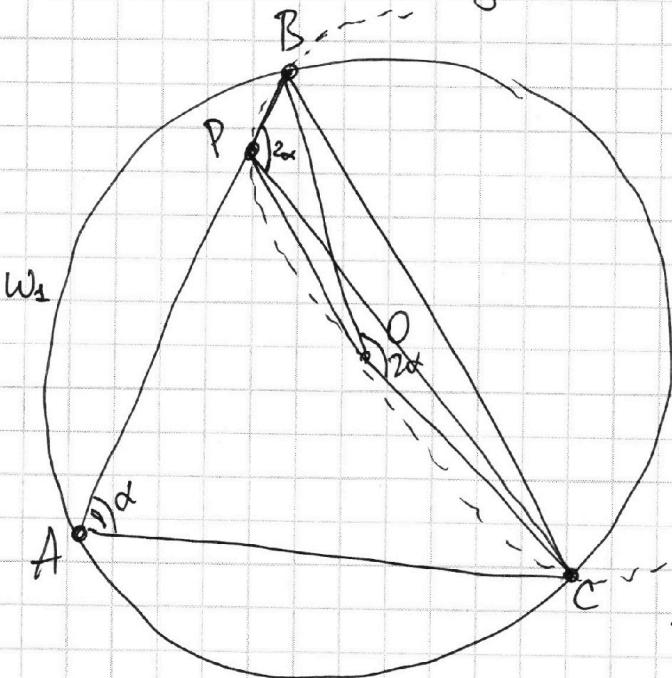


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.



1). $\triangle COPB$ - впис. \Rightarrow

$$\angle BOC = \angle BPC,$$

$$\text{но } \angle BOC = 2\angle BAC \Rightarrow$$

(т.к. центральный
угол в два раза
больше вписанного,
или же одну дугу).

$$\Rightarrow (\angle BAC = \alpha) \angle BOC = 2\alpha \Rightarrow$$

$$\angle BPC = 2\alpha.$$

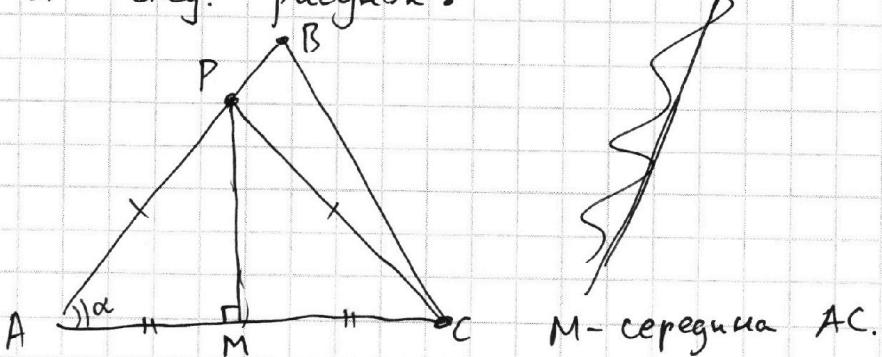
2). $\angle BPC$ - обл. ~~угла~~ вписанного $\angle PAC$ \Rightarrow

$$\angle BPC = \angle PAC + \angle PCA \Rightarrow 2\alpha = \alpha + \angle PCA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle PCA = \alpha \Rightarrow \angle PCA = \angle PAC \Rightarrow \triangle APC - \text{рвд} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AP = PC.$$

3) Имеем след. рисунок:



M - середина AC.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = g = 18 \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

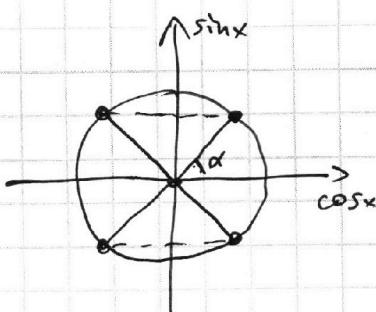
$$S^* = \sqrt{25-g} + \sqrt{7+g} = \sqrt{16} + \sqrt{16} = 4+4=8.$$

Тогда искомый периметр равен $\overset{\text{сумме}}{+}$ дуги всей окружности

и $2S$, т.е:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot R + 2S = 5\pi + 2 \cdot 8 = \boxed{16 + 5\pi}$$

Достигается, при $\sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$, т.е. ~~если~~



$$\alpha = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } 16 + 5\pi; \quad \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что половина отрезка BD равна

просто значение по у точки B , то есть равно $\sqrt{25 - c_1^2}$, аналогично половина отрезка AE равно $\sqrt{25 - c_2^2}$.

Тогда нужно найти максимум слаг. выражение:

$$2\sqrt{25 - c_1^2} + 2\sqrt{25 - c_2^2} = 2(\sqrt{25 - c_1^2} + \sqrt{25 - c_2^2}) = 2 \cdot 5$$

Поставим вместо c_1 и c_2 их выражения:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{25 - c_1^2} + \sqrt{25 - c_2^2} = \sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + \sqrt{25 - 18 \cos^2 \alpha} = \\ &= \sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + \sqrt{25 - 18(1 - \sin^2 \alpha)} = \sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + \\ &+ \sqrt{25 - 18 + 18 \sin^2 \alpha} = \sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + \sqrt{7 + 18 \sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

Пусть $x = 18 \sin^2 \alpha$, тогда $x \in [0; 18]$.

$S = \sqrt{25 - x} + \sqrt{7 + x}$. Найдем максимум величины S^2 ,

тогда \Rightarrow максимум S будет достигаться в той же точке. ($S \geq 0$).

$$S^2 = 25 - x + 7 + x + 2\sqrt{(25-x)(7+x)} = 32 + 2\sqrt{(25-x)(7+x)}$$

Заметим, что выражение под корнем имеет

фиксированную сумму \Rightarrow максимум достигается

при работе зонтиков $\Rightarrow 25 - x = 7 + x \Rightarrow x = 9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 6.

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

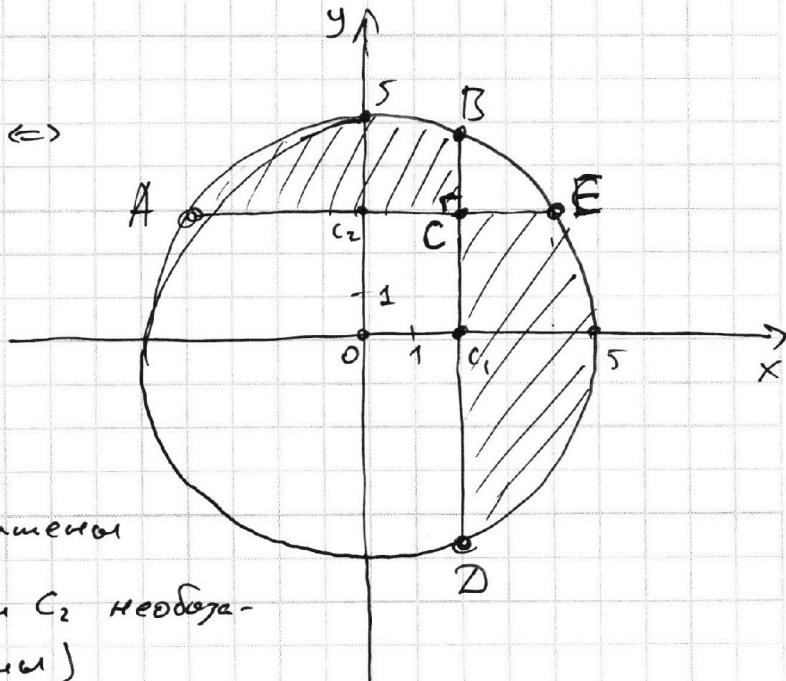
Пусть $c_1 = 3\sqrt{2} \sin \alpha$, $c_2 = 3\sqrt{2} \cos \alpha$.

Тогда $x^2 + y^2 \leq 25$ — это круг радиуса 5 с центром 6 (0;0).

Заметим, что

$$(x - c_1)(y - c_2) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq c_1, \\ y \geq c_2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x \geq c_1, \\ y \leq c_2 \end{cases}$$



Эти точки изображены на рисунке (c_1 и c_2 необязательны)

Заметим, что сумма меньших дуг \widehat{AB} и \widehat{ED} равна всегда половине дуги всей окружности (т.к. $\angle ACB = 90^\circ$), т.е. не зависит от выбора c_1 и c_2 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

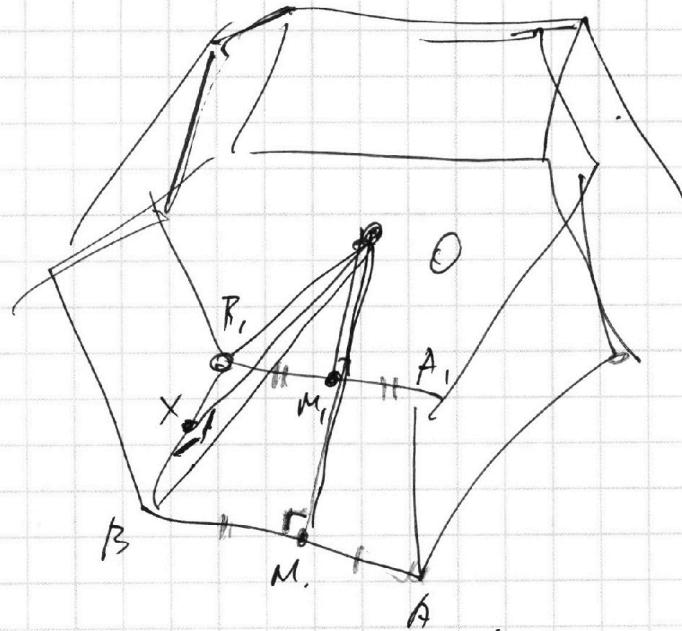
Рассмотрим касание боков сферы?

т. О. — её центр.

R — радиус.

т. X — касание

— бок. ребром.



$$\triangle OMB \cong \triangle OXB \Rightarrow \angle OMB = \angle OXB, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow XB = BM; XB = BM \Rightarrow BB_1 = \frac{AB + A_1B_1}{2}.$$

Всё мы знаем \triangle , о котором знаем

все стороны через a и b и прямой угол,

откуда находит отношение a/b и отклонение

и a и b .

Понятно, что AB и A_1B_1

выражаются через

a и b .

$$\left\{ \begin{array}{l} BH = \frac{AB - A_1B_1}{2}, \\ B_1H = a + b \\ BB_1 = \frac{AB + A_1B_1}{2} \end{array} \right.$$

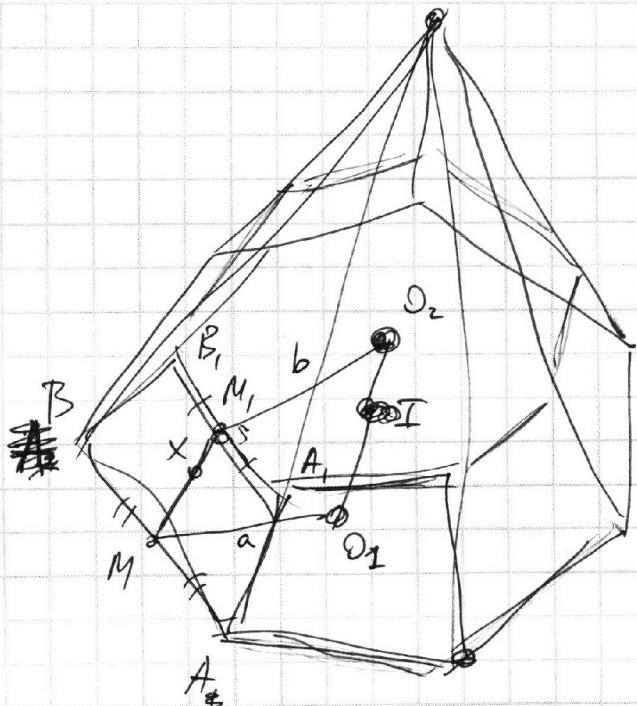


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Центр II — центр сферы, касающейся граней. ~~Сторона AB этого трапециевидного основания~~, верхнего O_1, O_2 — центры нижнего и верхнего оснований; r — радиус сферы.

Рассмотрим один из граний и касание ее:

Луч X — точка касания сферы с гранием ABB_1A_1 , при этом b — это симметричное отображение на MM_1 , где MM_1 — ось симметрии трапеции ABB_1A_1 . $O_2M_1 = b$, $O_1M = a$

Рассмотрим трапецию $O_1MM_1O_2$:

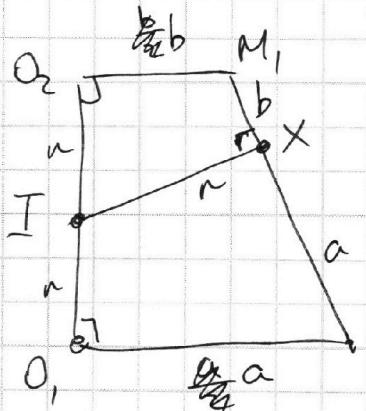


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

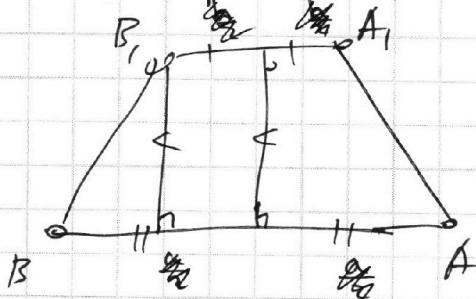


Всего, что $\triangle IO_1M_1 \sim \triangle IXM_1 \Rightarrow$
($IX = IO_1$, IM_1 -одинаковы,
 $\angle IO_1M_1 = \angle IXM_1 = 90^\circ$)

$$\Rightarrow M_1X = \frac{b}{\sqrt{a^2 + c^2}}, \text{ Аналогично,}$$

$$XM = \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} \Rightarrow MM_1 = \frac{a+b}{\sqrt{a^2 + c^2}}.$$

Тогда рассмотрим основную грани:



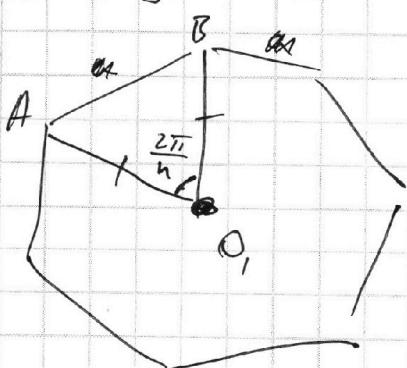
Если имеем сег.:

$$S_{\text{б.р.}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a+b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) \cdot (a+b) =$$

$$= \boxed{\frac{(a+b)^2}{2\sqrt{a^2 + b^2}}}.$$

Пусть у пирамиды имеем

и стороны, поститаем основание:



$$\angle AOB = \frac{2\pi}{n}$$

Алгор.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

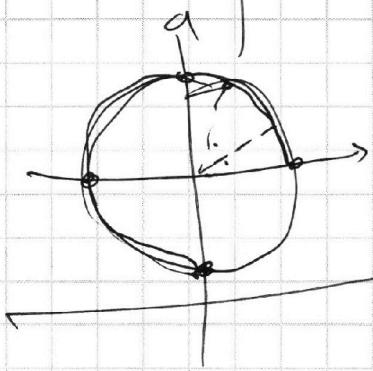
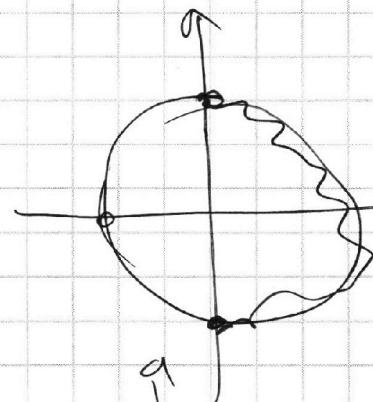
4

5

6

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{x}{r} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\frac{y}{r} \in [0; \pi]$$

чет.
неч.
неч чет - неч
неч неч = чет.

$$\sin \alpha = \frac{x}{r}$$

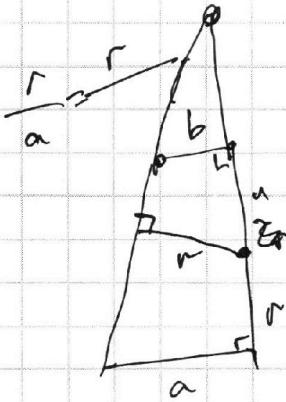
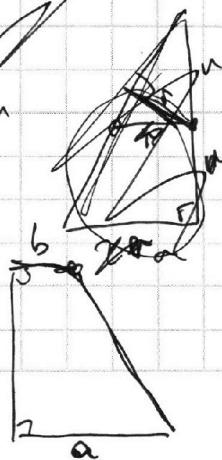
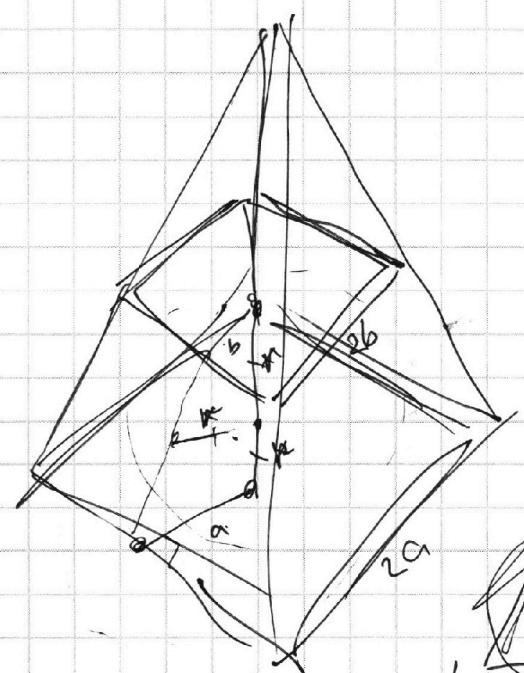
$$\arcsin\left(\frac{x}{r}\right) = \alpha$$

$$\sin \alpha = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \alpha = -1$$

$$\alpha = \pi$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

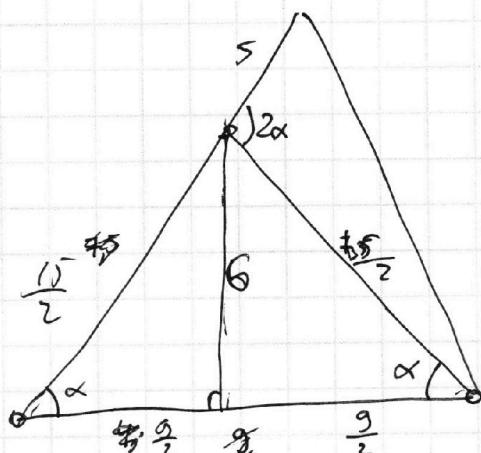
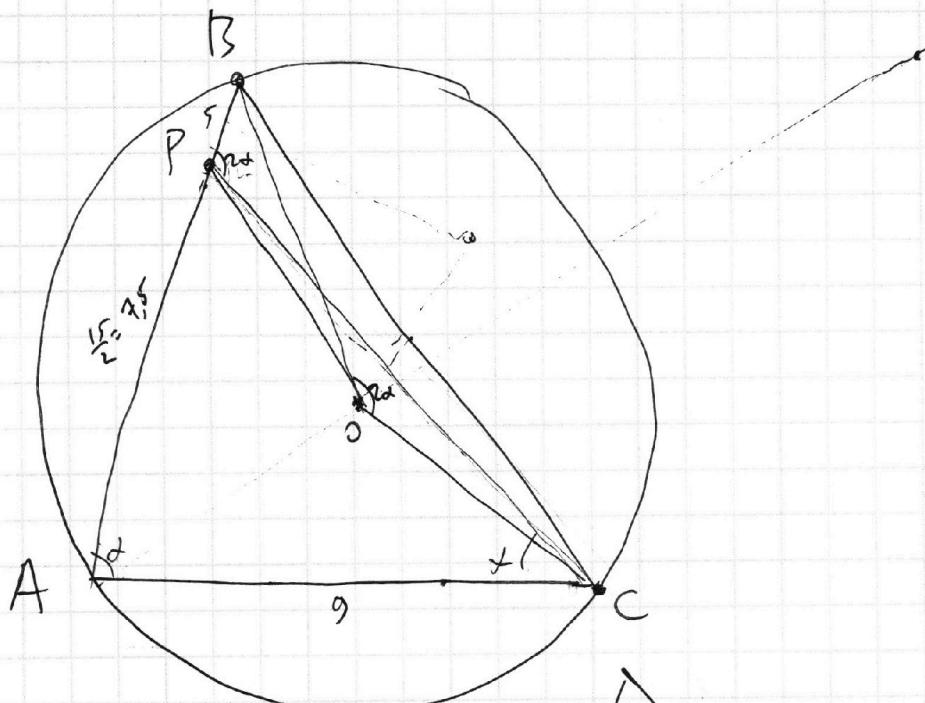
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \frac{6 \cdot 2}{15} = \frac{12}{15}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \left(\frac{15}{2} + 9\right) \cdot \sin \alpha =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{27}{2} \cdot \frac{12}{15} =$$

$$= 45$$

$$h^2 + \frac{9^2}{4} = \frac{15^2}{4}$$

$$4h^2 = 225 - 81 = 144$$

$$\begin{array}{r} -225 \\ -81 \\ \hline -144 \\ \sqrt{38} \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{aligned} h^2 &= 36 \\ h &= 6 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \underline{\alpha} \underline{\alpha} \underline{\alpha} \underline{\alpha}$$

6666

3-

$$B = \underline{2} \underline{0} \underline{2}$$

(2)

-3

$$C = \underline{3} \underline{3}$$

(3)

$$ABC = k^2$$

$$\dots = 101 \cdot k$$

$$k \cdot k$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 10 \\ (11) \cdot (10) \cdot a \\ \hline 3(11) \end{array}$$

$$a. \begin{array}{r} 1111 | 7 \\ 11 | 101 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 | 7 \\ - 7 \\ \hline 41 \\ - 35 \\ \hline 61 \\ - 56 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$(11 \cdot 101)$$

$$\left(\frac{11}{4}\right)$$

$$\pm \frac{\pi}{4}$$

$$\pm \frac{3\pi}{4}$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ y+1 \end{array}$$

$$M = x^2 - y^2 - 3xy$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{xy} = \frac{(x-1)(y+1)}{xy} = 1 \Rightarrow (x-1)(y+1) = xy$$

=

$$xy = (x-1)(y+1)$$

$$k = \frac{y+x+2}{xy} = \frac{(x+y+2)}{(xy)}$$

$$xy = xy - y + x - 1$$

$$x - y - 1 = 0$$

$$x = y+1$$

$$(y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y =$$

$$= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y =$$

$$\Rightarrow (1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$2\sqrt{25-x^2} + 2\sqrt{25-y^2} = 2 \cdot \left(\sqrt{25-x^2} + \sqrt{25-y^2} \right) \quad (\text{max})$$

$$x = 3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$y = 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + \sqrt{25 - 18 \cos^2 \alpha}$$

$$\sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + \sqrt{25 - 18(1 - \sin^2 \alpha)}$$

$$\sqrt{25 - 18x} + \sqrt{25 - 18 + 18x}$$

$$\sqrt{25 - 18x} + \sqrt{7 + 18x}$$

$$\sqrt{25 - x} + \sqrt{7 + x}$$

$$\begin{aligned} & 7+x=t \\ & 25-x=25-t+t \\ & =32-t \end{aligned}$$

$$x = \sin^2 \alpha$$

$$x \in [0; 1]$$

$$x = 18 \sin^2 \alpha$$

$$x \in [0; 18]$$

$$t \in [7; 25]$$

$$\sqrt{t} + \sqrt{25-t} = 5 + \sqrt{7}$$

$$(\sqrt{t} + \sqrt{32-t})'$$

$$(t^{\frac{1}{2}} + (32-t)^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} \cdot t^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \cdot$$

$$\sqrt{16} + \sqrt{16} = 8$$

$$t = 8$$

$$x = 1$$

$$18 \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{18}$$

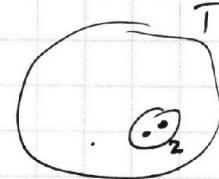
$$\sin \alpha = \pm \frac{1}{3\sqrt{2}}$$



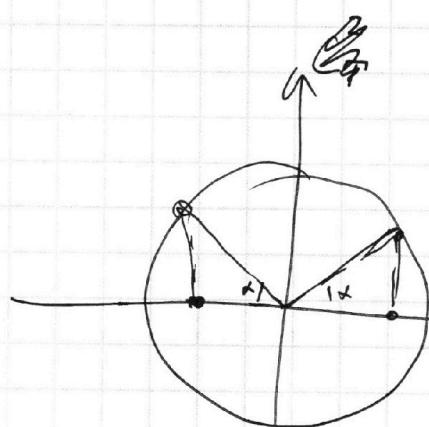
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~26~~ ~~45~~ C_T^4 C_{T-2}^2

$$\frac{C_{T-2}^2}{C_T^4} = \frac{\frac{(T-2)!}{2!(T-4)!}}{\frac{T!}{4!(T-4)!}} = \frac{(T-4)!(T-3)!}{(T-1)T}$$

 $-\cos\alpha$

$-\cos\alpha = \cos(\pi - \alpha)$

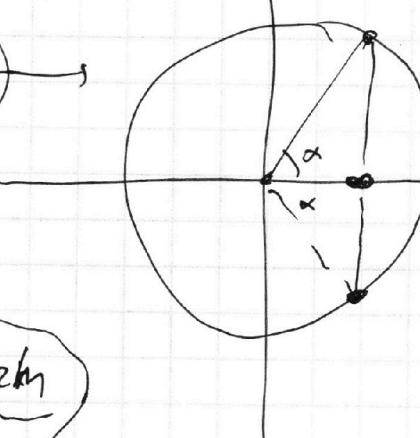
 $(x; 1+2k-x)$

$$\begin{cases} x+y=1+2k \\ x+y=1+2m \end{cases}$$

 $(x; 1+2k-3x)$

$\cancel{3x+y=1+2m}$

$x+y=1+2k$



$2\pi x = \pi - \pi x - \pi y + 2\pi k$

 $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ $2x = \pi/2 \quad (\pi/2 \text{ rad})$ $x = \pi/4$

$2\pi x = \pi - \pi x - \pi y + 2\pi k$

 $x+y=\text{нел.}$

$$\sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \left(\cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$



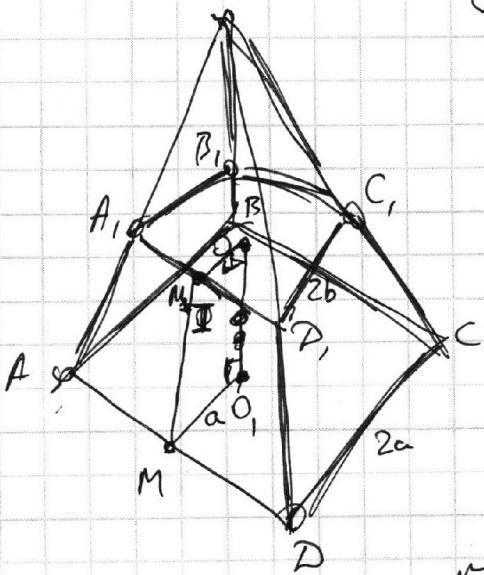
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Sagara 7



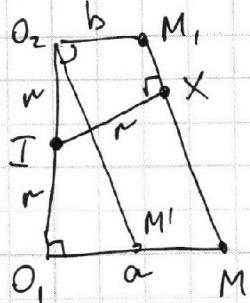
Пусть сторона нижнего основания $- 2a$, а верхнего $- 2b$.

O_1, O_2 — центры нижнего и верхнего квадратов.

I — центр бинс. сферы,
 r — ее радиус.

M — середина AD , M_1 — серед. A_1D_1 .

Рассмотрим трапецию $MM_1O_2O_1$:



т. X — точка касания сферы с

гранью $AA_1O_1D_1$.

Заметим, что $\triangle IO_2M_1 \cong \triangle IXM$, \Rightarrow

$$(IO_2 = IX; IM - общ.; \angle IO_2M_1 = \angle IXM = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow M_1X = O_2M_1 = b$$

Аналогично, $XM = a \Rightarrow MM_1 = a+b$.

MM_1O_2M' — паралл. гра $\triangle O_2O_1M'$ по Пифагора:

$$O_1M'^2 + O_1O_2^2 = O_2M'^2$$

$$(a-b)^2 + 4r^2 = (a+b)^2 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 + 4r^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$4r^2 = 4ab$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

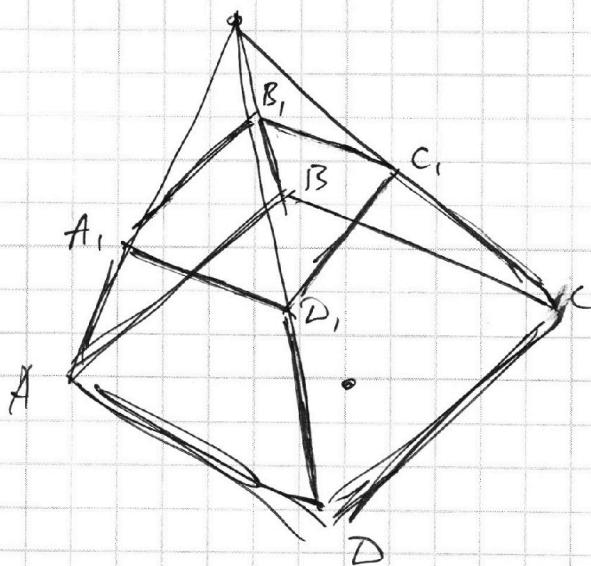
СТРАНИЦА
2 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{n^2 = ab}$$

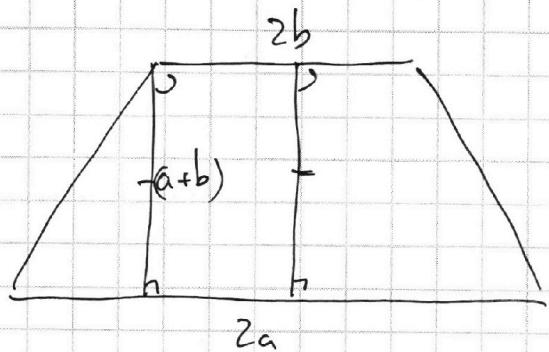
(1).

Далее рассмотрим вторую сферу, касающуюся всех ребер. Пусть O - ее центр, R - ее радиус.



Вернемся к этому и решим сначала
построим отношение из условия

Построим площадь боковой грани:



По указанным ранее
бокога такое трапеции
 $(a+b)$

Тогда её площадь:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

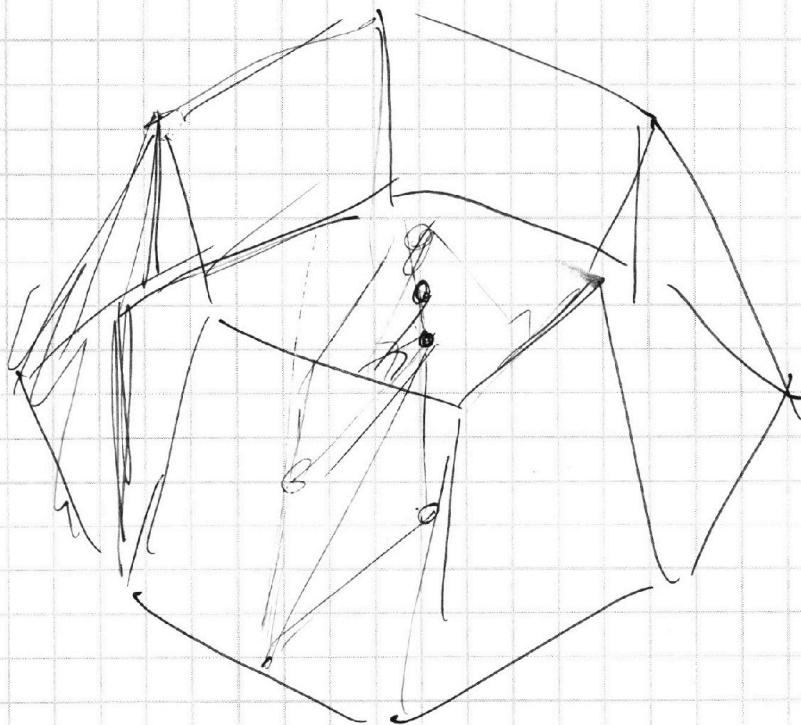
5

6

7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

3 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{работа } \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot (2a+2b) = (a+b)^2$$

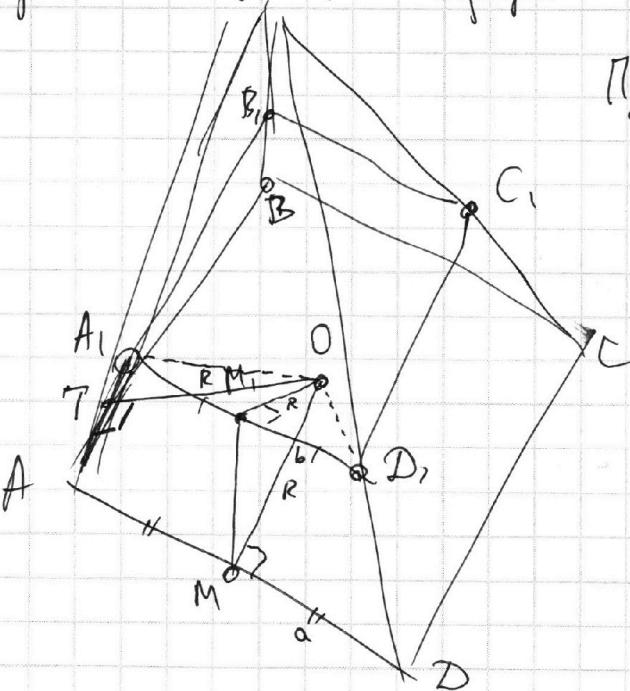
Площадь какого основания $(2a)^2 = 4a^2$?

Тогда искомое отношение:

$$= \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2} = 1 + 2\left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$\frac{4(a+b)^2}{4a^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2} =$$

Вернемся к той сфере.



Пусть T . T -касание

сферы с ребром
 AA_1

$T.M$ и $T.M_1$ -

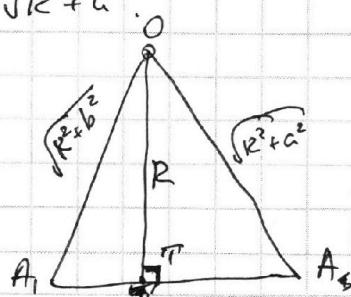
точки из предыдущих
рисунков - середины
 AD и A_1D_1 .

Заметим, что $OA_1 = OD_1$. $\triangle OM_1D_1 \sim$

$$OA_1^2 = OM_1^2 + M_1D_1^2 \Rightarrow OD_1^2 = R^2 + b^2 \Rightarrow OD_1 = \sqrt{R^2 + b^2}$$

Аналогично, $OA = OD = \sqrt{R^2 + a^2}$.

Рассмотрим $\triangle OAA_1$:



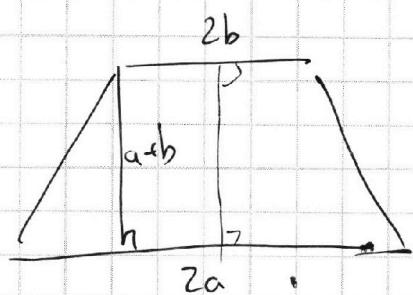


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

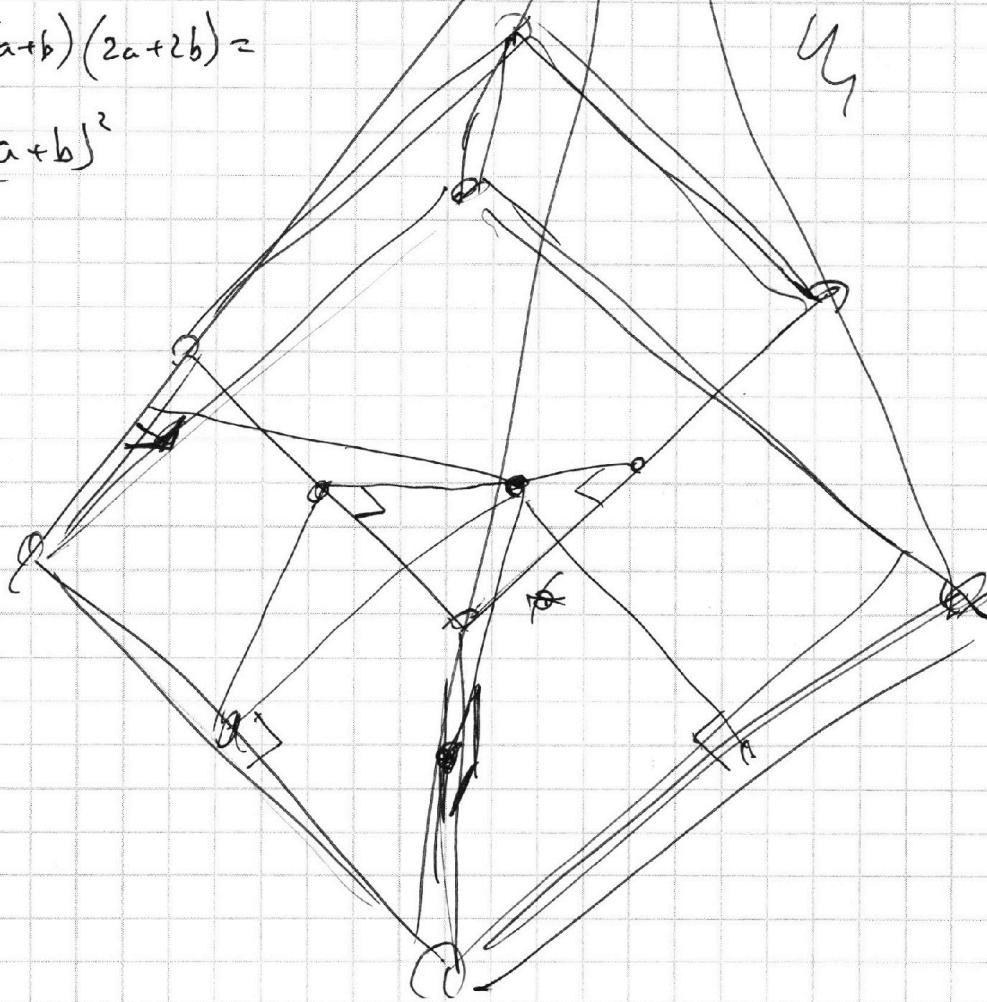
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{9S}{4a^2} = \frac{5}{a^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (a+b)(2a+2b) = \\ = (a+b)^3$$

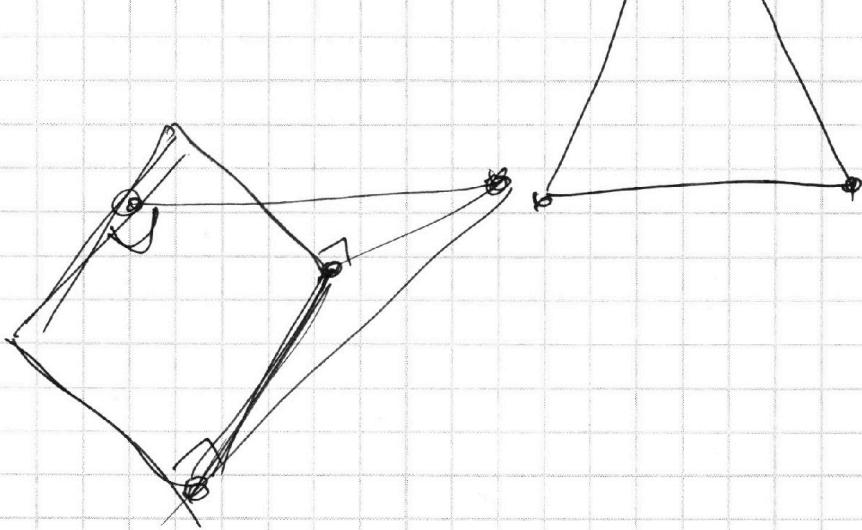
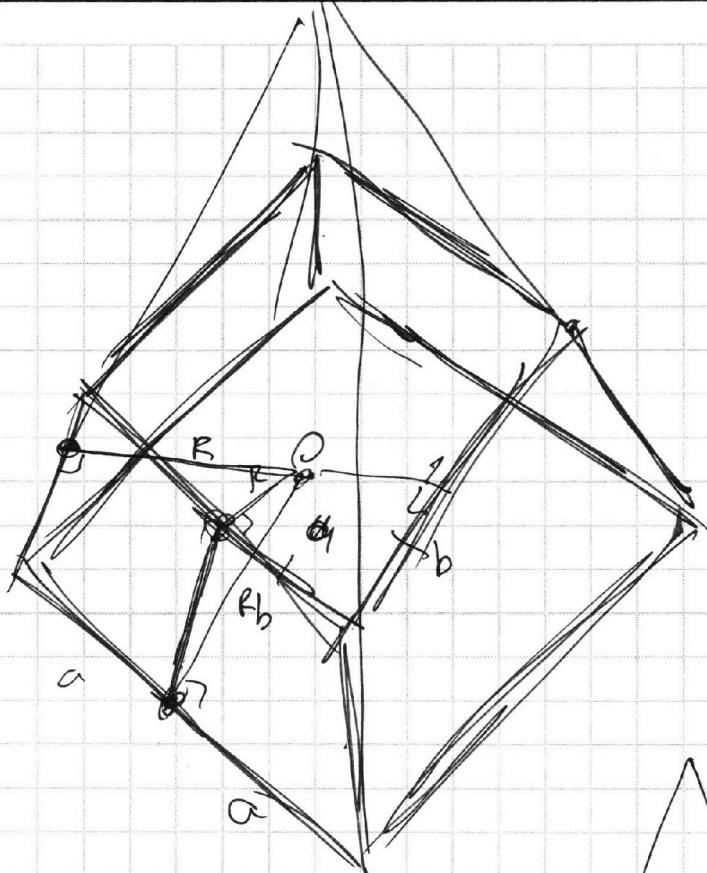


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{x}{6} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) \left(\frac{y}{6} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \cos \alpha \right) \leq 0$$

$$(x - c_1)(y - c_2)$$

$$\begin{cases} x \leq c_1 \\ y \geq c_2 \\ x \geq c_1 \\ y \leq c_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \leq \frac{3\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \\ \frac{y}{6} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha \end{cases}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta =$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\frac{x}{6} \leq \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$x(y - 3\sqrt{2}) \leq 0$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

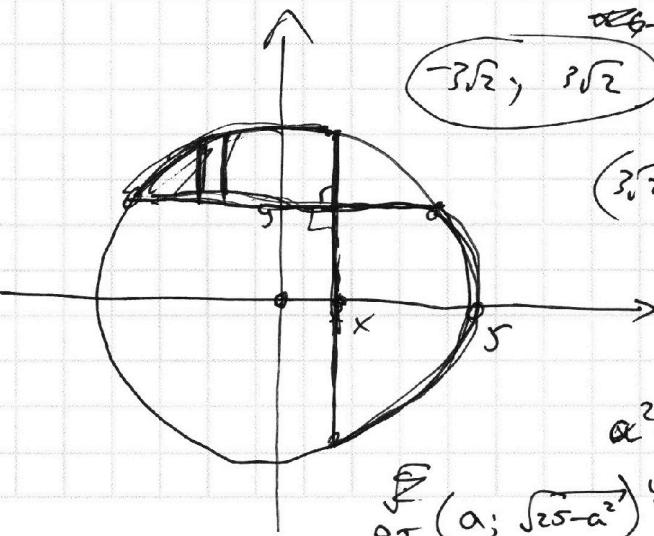
$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta))$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 3\sqrt{2} \\ x \geq 0 \\ y \leq 3\sqrt{2} \end{cases}$$

$$3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{c_1}{c_2}$$

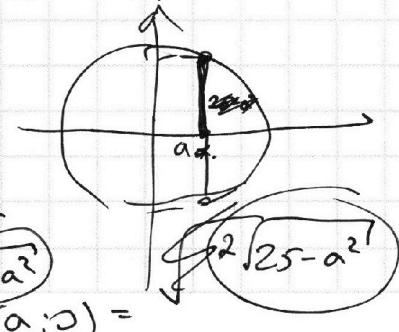
$$3\sqrt{2} \cos \alpha$$



$$(-3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$$

$$g \cdot 2 = 18$$

$$(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$$



$$\alpha^2 + y^2 = 25$$

$$y = \sqrt{25 - a^2}$$

$$\text{от } (a; \sqrt{25-a^2}) \text{ до } (a; 0) =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = -(\cos \pi y \cos \pi x - \sin \pi x \sin \pi y)$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x + \pi y)$$

$$2\pi x - (\pi x + \pi y) = \pi + 2\pi k$$

$$\pi(x-y) = \pi + 2\pi k$$

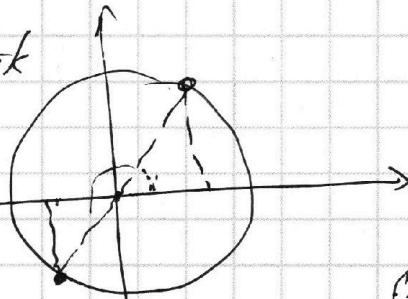
$$x-y = 1+2k$$

$$x=2 \quad y=1$$

$$x = 2k+1+y$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \mp \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$



$$\begin{cases} x = 2k \\ y = 2m+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2k+1 \\ y = 2m \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{2k}{5} + \arccos \frac{2m+1}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{array}{c} \textcircled{\text{48}} \\ \rightarrow \boxed{6} \\ \textcircled{\text{X}} \end{array}$$

$$\frac{4}{T} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{T-1} = \frac{12}{T(T-1)}$$

$$\frac{4+x}{T} \cdot \frac{3+x}{T-1} = \frac{(4+x)(3+x)}{T(T-1)}$$

$$\frac{12}{T} + \frac{4x}{T} + \frac{3x}{T-1} + \frac{x^2}{T(T-1)} = 12 + 3x + 4x + x^2$$

$$30 = 12 + x^2 + 7x$$

$$x^2 + 7x - 18 = 0$$

$$(x+9)(x-2) = 0$$

$$\textcircled{\text{X}} = 2$$