



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ -18 \\ \hline 162 \\ \times 162 \\ \hline 27 \\ 189 \end{array}$$

$\sin 0 = 0$
 $\cos 0 = 1$
 $\cos 90 = 0$
 $2 + 6 - 6 = 1$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $A = 1111 \cdot a$, $0 < a \leq 9$, a - целое

$\Rightarrow A \cdot B \cdot C : 1111$, $A \cdot B \cdot C$ - квадрат $\Rightarrow$ т.к. $1111 = 11 \cdot 101$
 $ABC : 1111^2$

$\Rightarrow B \cdot C : 1111$

$\Rightarrow B$ или $C : 101$

C - 3-знач. $\Rightarrow C < 101$

$\Rightarrow B : 101$, одна из цифр B равна 1

* k - целое число
 $0 < k \leq 9$

$\Rightarrow B = 101$ (т.к. иначе $B = k \cdot 101 = \overline{k0k}$)

$\Rightarrow C : 11$ $C = k \cdot 11 = \overline{kk}$, хотя бы одна из цифр равна 5

$\Rightarrow C = 55$

$ABC = 1111^2 \cdot 5 \cdot a \Rightarrow a = 5$

Ответ: $(A, B, C) = (5555, 101, 55)$

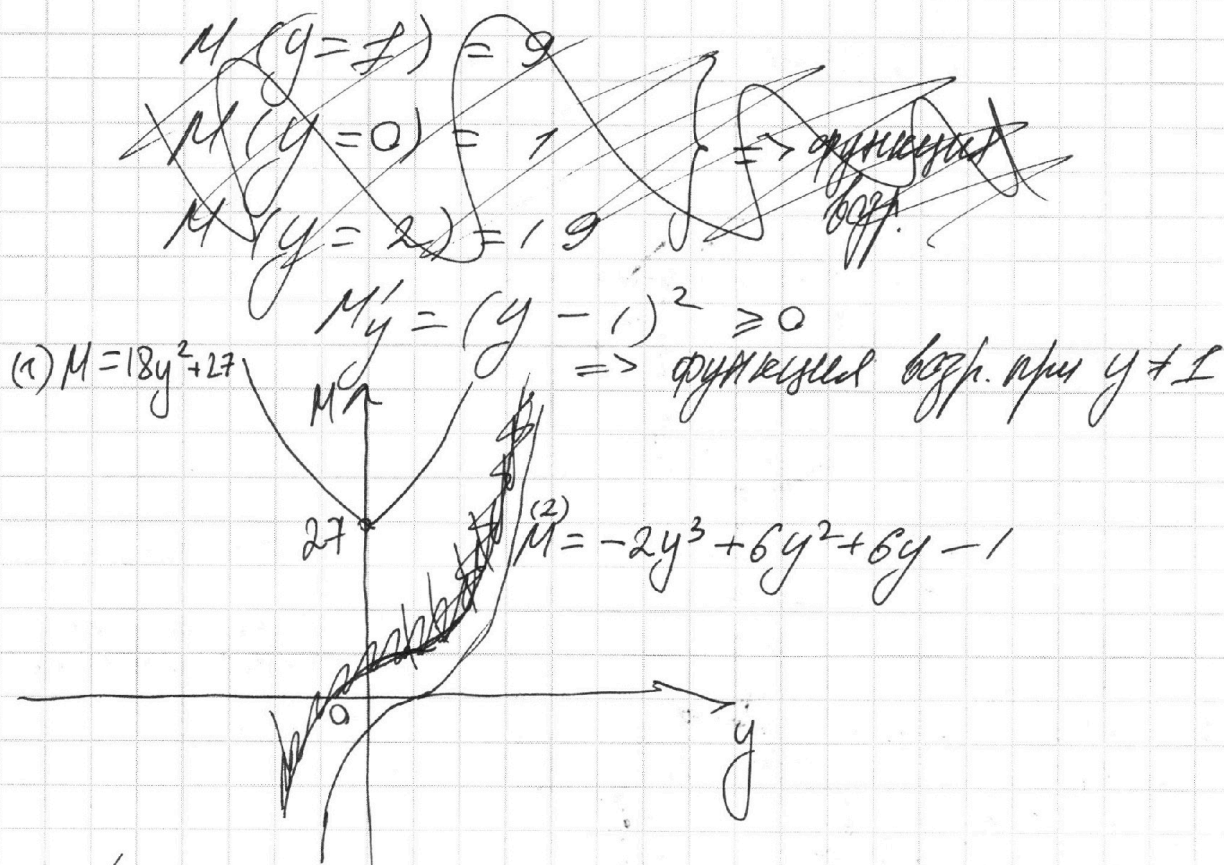


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Какие точки не достигаются по ОДЗ!

- 1) $y=0$ $M_1(0) = 27$ $M_2(0) = -1$
2) $x=0 \Rightarrow y \in (-3; 3)$
 $M(y=0) = -1$ $M(y=1) = 9$
 $M(y=-3) = 89$ - достигается M_1
3) $x=0$ $y=-3 \notin M_1$ $y=-1 \notin M_2$
 $M_1(-3) = 189$ $M_2(-1) = 1$
← достигается M_2 ← не достигается M_1

Ответ: $M \in (-\infty; +\infty) \setminus \{-1; 1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
/ ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$x+y+1 = \frac{xy}{x-3} + \frac{xy}{y+3} + \frac{xy}{xy+3x-3y-9}$$

$$\begin{aligned} x^2y+3x^2-3xy-9x + \frac{xy^2}{y+3} + 3xy-3y^2-9y + \frac{xy}{xy+3x-3y-9} = \\ = x^2y + xy^2 - 3xy + 3xy + xy \end{aligned}$$

$$3x^2 - 3y^2 - 6x - 12y - 9 = 0$$

$$x^2 - y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - (y^2 + 4y + 3) = 0$$

$$\begin{aligned} (\text{решая отн. } x) D = 4 + 4y^2 + 16y + 12 = 4y^2 + 16y + 16 = \\ = (2(y+2))^2 \end{aligned}$$

$$x = \frac{2 \pm 2(y+2)}{2}$$

$$x = 1 \pm (y+2)$$

$$x = \begin{cases} y+3 & (1) \\ -y-1 & (2) \end{cases}$$

$$y+3=0 \quad y=-3$$

$$-y-1=0 \quad y=-1$$

подставим (1) в M

$$\begin{aligned} M = (y+3)^3 - y^3 - 9(y+3)y = y^3 + 27y^2 + 27y + 27 - y^3 - 9y^2 - 27y - 27 = \\ M = 18y^2 + 27 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

подставим (2) в M

$$M = (-y-1)^3 - y^3 - 9(-y-1)y =$$

$$M = -y^3 - 3y^2 - 3y - 1 - y^3 + 9y^2 + 9y$$

$$M = -2y^3 + 6y^2 + 6y - 1$$

$$M = 18y^2 + 27$$

(1) парабола ветвями вверх

отн. y, вершина y=0
(min) M=27

$$(2) M'_y = -2y^2 - 6y^2 + 12y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(y-1)^2 = 0$$

$$y=1$$

$$M''_y = -12y + 12$$

$$M''_y(y=1) = 0$$

=> точка перегиба

$$M(y=1) = -2 + 6 + 6 - 1 = 9$$

$$M(y=0) = 1$$

$$M(y=2) = -16 + 24 + 12 - 1 = 19$$

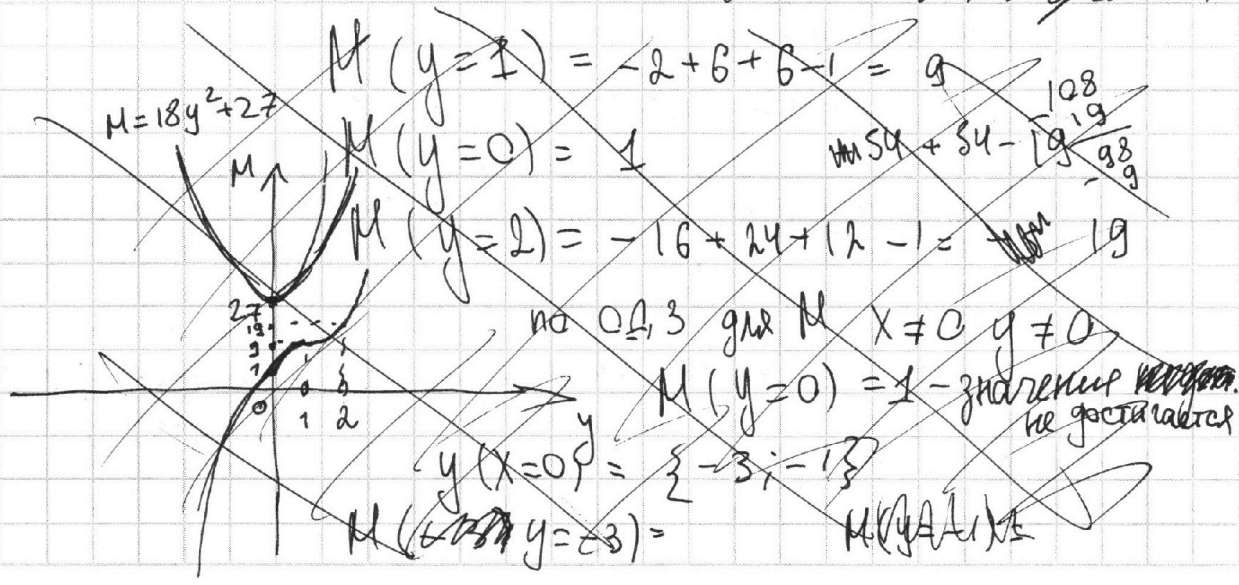
на отрезке где M x=0 y=0

M(y=0) = 1 - значение не остается

$$y(x=0) = \begin{cases} -3 \\ -1 \end{cases}$$

$$M(y=-3) =$$

$$M(y=-1) =$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

б) 1) $0.43 \cdot 1 \leq \frac{x}{4} \leq 1, -1 \leq \frac{y}{9} \leq 1$

$$x \in [-4; 4] \quad y \in [-9; 9]$$

2) $\arccos x < \pi$ при $x \neq 0$

$\Rightarrow \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi$ выполняется

~~при любых~~ $x \in [-4; 4] \quad y \in [-9; 9]$
~~однор.~~ не равных нулю

$\Rightarrow$ пар чисел (x, y) $2 \cdot 9 \cdot 19 - 1 = 170$

Ответ: 170



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a) $(\sin(\pi x) - \sin(\pi y)) \sin(\pi x) = (\cos(\pi x) + \cos(\pi y)) \cos(\pi x)$
 (Если в этих местах не должно быть скобок,
 то одна сторона равна нулю
 $\Rightarrow$)

Знаю пусть $\alpha = \pi x$ $\beta = \pi y$

$$\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos^2 \alpha - \cos \alpha \cos \beta$$

~~$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta$$~~

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\textcircled{1} 2\alpha = \alpha + \beta + 2\pi k \quad \textcircled{2} -2\alpha = \alpha + \beta + 2\pi k$$

$$\alpha = \beta + 2\pi k$$

$$\beta = -3\alpha + 2\pi k$$

$$\pi x = \pi y + 2\pi k$$

$$\pi y = -3\pi x + 2\pi k$$

~~$$x = y + 2k, k - \text{целое} \quad \text{или} \quad y = -3x + 2k$$~~

Ответ: $y = \begin{cases} x + 2k, & k - \text{целое} \\ -3x + 2k, & k - \text{целое} \end{cases}$

б) $\arccos x \leq \pi, -1 \leq x \leq 1$

$\Rightarrow 1) \arccos \frac{x}{u} + \arccos \frac{y}{g} \leq 2\pi$ при любых x, y

2) $\frac{x}{u} \leq 1, \frac{y}{g} \leq 1$

3) $\frac{x}{u} = \frac{y}{g}$ эквив. не равен одному (лишней равенства)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n - кол-во одинадзятки.

в начале месяца вероятность что петя и Вася вместе попадут на концерт:

C_{n-2}^2 - кол-во сп. выбрать 2 одинадзятки, именно петя и Вася
 C_n^4 - кол-во сп. выбрать 4 адм.-кл.
из n , которыми распределяются билеты

x - на сколько билетов стало больше
Тогда Аналогично увеличивается вероятность в конце месяца

$$\frac{C_{n-2}^{2+x}}{C_n^{4+x}}$$

$$\frac{C_{n-2}^{2+x}}{C_n^{4+x}} = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} \cdot 3,5$$

$$\frac{(n-2)!}{(2+x)!(n-x-4)!} \cdot \frac{1}{n!} = \frac{(n-2)!}{2 \cdot (n-4)!} \cdot \frac{1}{n!} \cdot 3,5$$

$$(x+4)(x+3) = 42$$

$$x^2 + 7x - 30 = 0$$

$$D = 49 + 120 = 13^2$$

$$x = \frac{-7 \pm 13}{2}, x \geq 0$$

$$x = 3$$

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) = 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 9$$

окр. $(0;0)$ $r=3$

$$\begin{cases} x \geq 2\cos\alpha \\ y \geq 2\sin\alpha \\ x = 2\cos\alpha \\ y = 2\sin\alpha \\ x < 2\cos\alpha \\ y < 2\sin\alpha \end{cases}$$

$$-2 \leq 2\cos\alpha \leq 2$$

$$-2 \leq 2\sin\alpha \leq 2$$

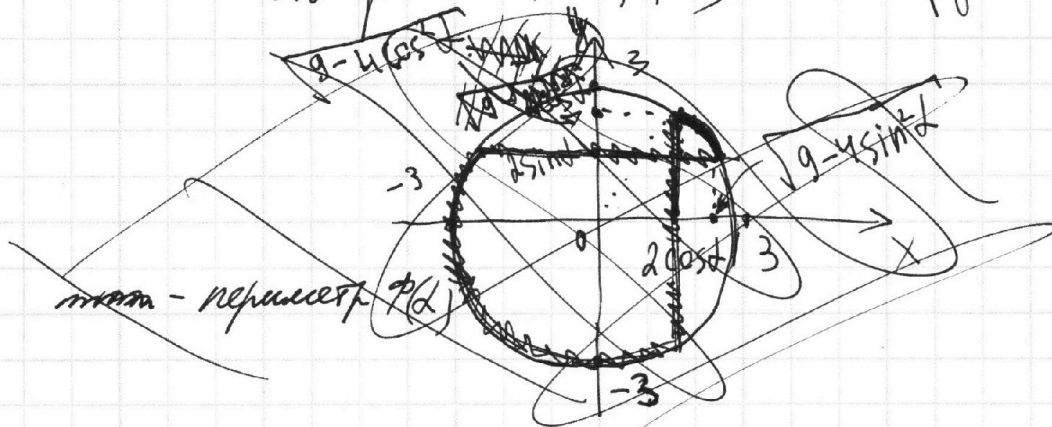
ограничивающий
точка пересеч.

$$\begin{aligned} y &= 2\sin\alpha \\ x &= 2\cos\alpha \\ \text{всегда } \leq 8 \end{aligned}$$

600
пусть
 $\cos\alpha > 0$
 $\sin\alpha > 0$
(где ост. случаи)
рисуются аналогично

закрашенная
часть - решение - $\varphi(\alpha)$

то всегда
внутри
окружности





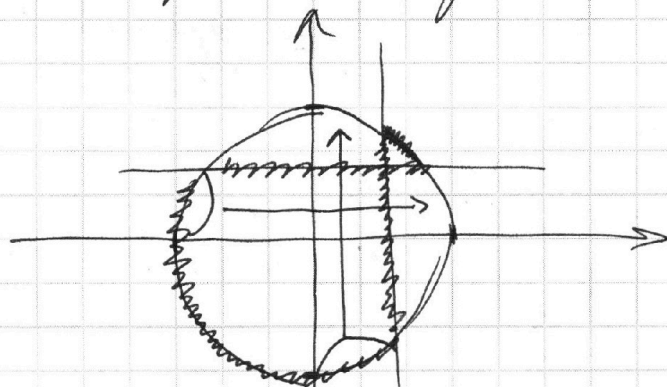
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посмотрю на границы



чтобы было проще считать периметр
использую равенств силу.

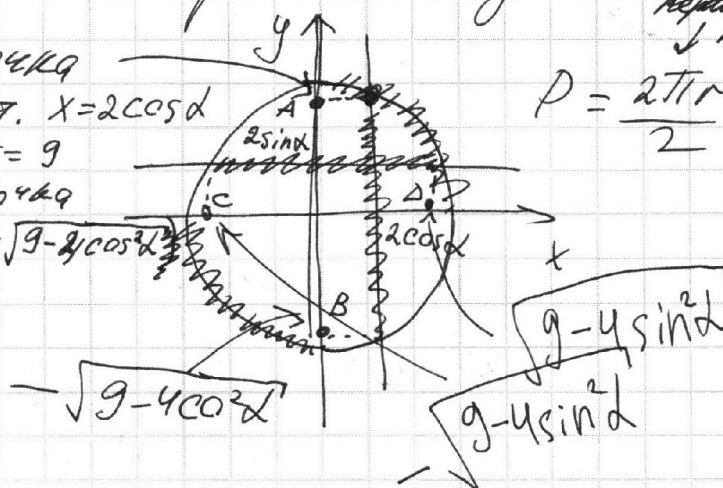
это точка

это помет. $x = 2 \cos \alpha$

в $x^2 + y^2 = 9$

$\Rightarrow$ это точка

$(2 \cos \alpha, \sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha})$



периметр половины
↓ перим. окружности

$$P = \frac{2\pi r}{2} + AB + CD$$

$$P = \pi \cdot 3 + 2\sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha} + 2\sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$$

~~максимизировать P равносильно тому что значения~~
чтобы max $\sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha} + \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$

значение α при котором P - max
совпадает с значением α
при котором max

$$f = (\sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha} + \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha})^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} f &= 9 - 4\cos^2 x + 9 - 4\sin^2 x + \\ &+ \sqrt{(9 - 4\cos^2 x)(9 - 4\sin^2 x)} \\ f &= 14 + \sqrt{81 - 36\sin^2 x - 36\cos^2 x + 16\sin^2 x \cos^2 x} \\ f &= 14 + \sqrt{45 + 16(1 - \sin^2 x)\sin^2 x} \\ &\uparrow \\ \max \text{ при } (1 - \sin^2 x)\sin^2 x \rightarrow \max \\ \text{парабола ветви вниз} \Rightarrow \max \text{ в вершине} \\ \sin^2 x &= 0,5 \\ \sin x &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x &= 45^\circ + 2\pi k \\ \text{Ответ:} \\ f_{\max} &= \pi \cdot 3 + 4 \cdot \sqrt{9 - 4 \cdot \frac{1}{2}} = \\ &= \pi \cdot 3 + 4\sqrt{7} \\ &\text{достигается при } x = 45^\circ + 2\pi k, k - \text{целое} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in [-4; 4] \quad -1 \leq \cos(x) \leq 1$$

$$y \in [-9; 9]$$

$$\begin{aligned} x^3 - xy^2 - 2x^2 - 4xy - 3x \\ + x^2y - y^3 - 2xy - 4y^2 - 3y = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (y+3)^3 - y^3 - 9y(y+3) \\ \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \end{aligned}$$

$$\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cos \beta$$

$$(a+b)^3$$

$$b^3 + (a^2 + 2ab)(a+b)$$

$$(a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3)$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\cos 2\alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) \\ &= \cos(180^\circ + \alpha) = \cos(\pi + \alpha) \end{aligned}$$

$$1 + y + 2$$

$$1 - y - 2$$

$$\alpha = \beta + \pi \cdot k$$

~4

и банета

n функ. классификации

$$x = y + k, k - \text{целое}$$

$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} \cdot 3,5$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - y^2 - 4y - 3 &= 0 \\ x &= 4 + 4y^2 + 16y + 12 \\ 4y^2 + 16y + 16 &= 0 \\ y^2 + 4y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{C_{n-2}^{x+2}}{C_n^{x+4}} = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} \cdot 3,5$$

$$\frac{-7 \pm 13}{2}$$

$$\frac{(n-2)! (x+4)! (n-x-4)!}{(x+2)! (n-x-4)! \cdot n!} = \frac{(n-2)! (n-4)! \cdot 4!}{2 \cdot (n-4)! \cdot n!} \cdot 3,5$$

$$(x+4)(x+3) = 12 \cdot 3,5 = 7 \cdot 6 = 42$$

$$x^2 + 7x - 30 = 0$$

$$x = 49 + 120 = 169 = 13^2$$

$$x = 2; -100$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$A = 1111 \cdot a$
 $B = 101$, т.к. 101 и одна цифра = 1 и три н.
 $C = 55$

$a = 5$

$x^3 - y^3 - 9xy = 2x^2 - 2y^2$

~ 2
 $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$

$(x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy$ $(x-3)(y+3)$
 $xy - 3y + 3x - 9$

$x + y + \frac{xy}{x-3} + \frac{xy}{y+3} + \frac{xy}{(x-3)(y+3)}$

$\cancel{x^2y} - \cancel{3xy} + 3x^2 - 9x + \cancel{xy^2} - 3y^2 + \cancel{3xy} - 9y$
 $+ \cancel{xy} - 3y + 3x - 9 = \cancel{xy} - 3y + 3x - 9$

$= \cancel{xy^2} + \cancel{3xy} + \cancel{x^2y} - \cancel{3xy} + \cancel{xy^2} - 3y^2 + 3x^2 - 3y^2 - 6x - 12y - 9 = 0$

$x^2 - y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$

$(x-y)(x+y) - 2(x+y) - 2y - 3 = 0$

$(x-y-2)(x+y) = 2y + 3$

$x^2 + xy + y^2 - 2x - 4y - 2y^2 - xy - 3 = 0$

$(x-y)(x^2 + xy + y^2) - 2(x+y)(x-y) - (2y - 2y^2 - xy - 3)$

$x^3 - y^3 - 2x^2 + 2y^2 - 2xy + 2xy^2 + x^2y + 3x - 2xy - 2xy^2 - x^2y - 3x + 2y^2 + 2y^3 + xy^2 + 3y$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy - 2x \sin \alpha - 2y \cos \alpha + 4 \sin \alpha \cos \alpha \geq 0$$

$$\begin{cases} x - 2 \cos \alpha \geq 0 \\ y + 2 \sin \alpha \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x - 2 \cos \alpha = 0 \\ y + 2 \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 \leq 9 \quad \text{окр. } (0;0) \quad r=3$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \cos \alpha \\ y &= 2 \sin \alpha \\ \begin{cases} x - 2 \cos \alpha > 0 \\ y - 2 \sin \alpha > 0 \\ x - 2 \cos \alpha < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$x, y - \text{const}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$$

$$x^2 - y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{xy}$$

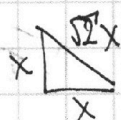
$$f(x, y) = f(y, x)$$

$$y^3 - x^3 - 2xy$$

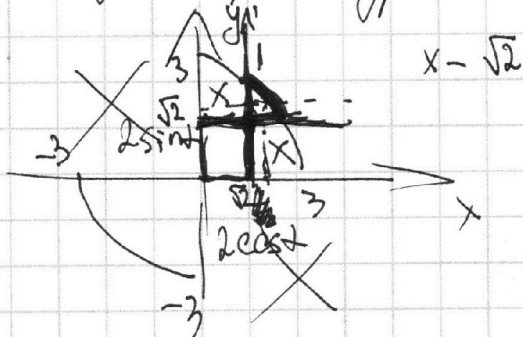
$$2\pi r$$

$$1 + \frac{1}{x} = ky - \frac{y}{x}$$

$$y = \frac{1 + \frac{1}{x}}{k - \frac{1}{x}}$$



надо по min убрать лишние
для первого уравн.



$$\begin{aligned} \text{пусть } \cos \alpha = \sin \alpha &= 0 \\ \tan 2\alpha &= 1 \\ 600x &\geq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} + \pi k \\ \alpha = 45^\circ \\ \cos \alpha = \sin \alpha \end{aligned}$$

$$2 \cos \alpha + 2 \sin \alpha + \sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha} + \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$$

$$\begin{aligned} x^3 - xy^2 - 2x^2 - 4xy - 3x \\ - y^3 - 2xy - 4y^2 - 3y = 0 \end{aligned}$$



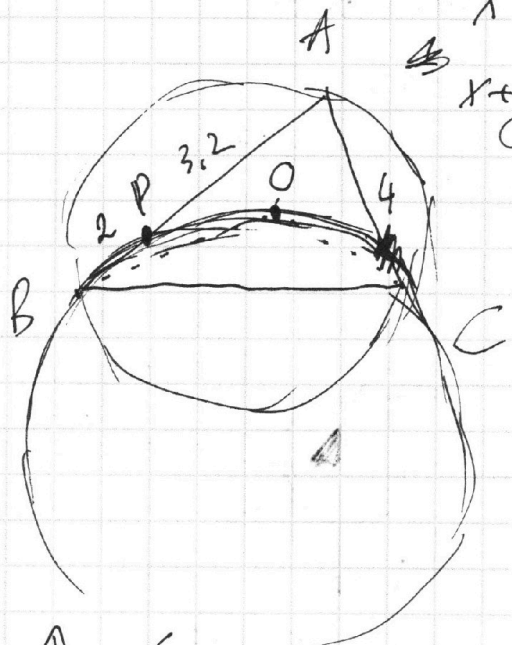


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

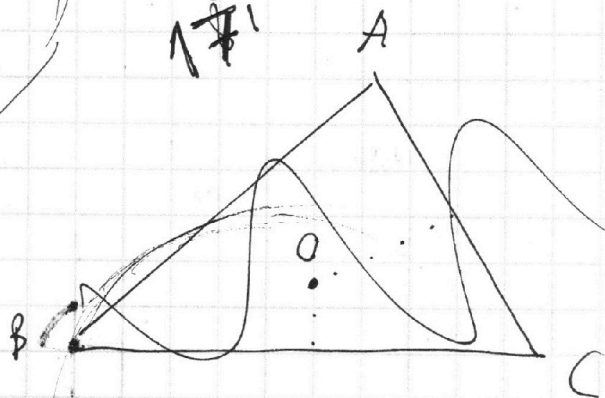
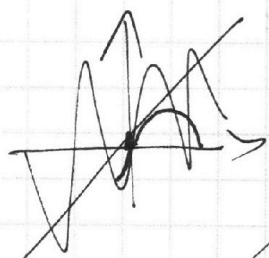
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$
$$x+y+1 = \frac{xy}{x-3} + \frac{xy}{y+3} + \frac{xy}{xy-3y+3x-9}$$

$$AB^2 + AC^2 - 2 \cos A = BC^2$$
$$\frac{x^2y^2 + 3x^2 - 3xy - 9x + xy^2 + 3xy - 3y^2 - 9y}{x^2y^2 + 3x^2 - 3xy - 9x + xy^2 + 3xy - 3y^2 - 9y} = \frac{xy^2 + 3xy + x^2y - 3xy + xy}{x^2y^2 + 3x^2 - 3xy - 9x + xy^2 + 3xy - 3y^2 - 9y}$$
$$1 \neq 1$$



$BPOC$ - впис.

$$\angle BOC = \angle BPC = 2\angle BAC$$

$$\angle ACP = \angle PAC$$

$$PA = PC$$

$\angle PAC$:

$$PA^2 + AC^2 - 2 \cos A \cdot PA \cdot AC = PC^2$$
$$PA = 3,2$$

$$AC = 2 \cos A \cdot PA$$
$$AC = 4$$

$$\cos A = \frac{AC}{2 \cdot PA} = \frac{4}{6,4} = \frac{5}{8}$$
$$PC = 3,2$$

$$\cos A = \frac{5}{8}$$
$$\sin A = \sqrt{1 - \frac{25}{64}} = \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$\frac{64}{25} = \frac{39}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

