



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Zadacha № 1

$$\text{Найдите: } \left\{ \begin{array}{l} A = 1111 \cdot a \\ a \in \{1; 3\} \\ a \in \mathbb{N} \end{array} \right. \Rightarrow A = 11 \cdot 101 \cdot a$$

$$\Rightarrow A(B \cdot C) : 101^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} B : 101 \quad \text{значит, что} \\ C : 101 \quad C \neq 101, \text{ так} \end{array} \right.$$

как оно двузначное число. Трехзначные множители числа 101 это: $\{101; 202; 303; 404; 505; 606; 707; 808; 909\}$

$$\Rightarrow B = 606 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = (101)^2 \cdot 11 \cdot 6 \cdot a \cdot C$$

$$\Rightarrow C : 101 \quad (\text{т.к. } a < 11)$$

(Нет 5 в сокращении четырех числа (график 3).

$$\Rightarrow C = 33 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = (101)^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot a$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a - 1 \text{ будет натуральным числом} \\ a \in \{1; 3\} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ a = 8 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Ответ: } \{(2222; 606; 33) \text{ и } (8888; 606; 33)\}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

Упростить, свести:

$$\frac{(y+2) + x - 2 + 5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{xy} \Rightarrow xy + 2x - 2y - 4 = xy$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ x, y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow M = x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2)$$
$$= y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 12y - 6y^2 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Zadacha № 3

$$\begin{aligned}
 a) & (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x \\
 \Rightarrow & \sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x \\
 \Rightarrow & \cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x) \\
 \Rightarrow & \begin{cases} \pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k_1, \\ k_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -x - 2k_1, \\ k_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \\
 & \text{или} \\
 & \begin{cases} \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k_2, \\ k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x - 2k_2, \\ k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\delta) \arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \neq 1 \\ \frac{y}{2} \neq 1 \\ \frac{x}{6}, \frac{y}{2} \in [-1; 1] \end{cases}$$

Найдены все возможные пары
чисел, для которых выполняется:

$\frac{x}{6}, \frac{y}{2} \in [-1; 1]$, а также условие из пункта (a).

\Rightarrow Все такие пары это: $(6; 2), (6; 0), (6; -2), (5; 1), (5; -1), (4; 2), (4; 0), (4; -2), (3; 1), (3; -1), (2; 2), (2; 0), (2; -2), (1; 1), (1; -1), (0; 2), (0; 0), (0; -2)$...

Из них одна пары нет $(6; 2) \Rightarrow$ ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Zagara № 4

Вероятность найти билет в кассе несда = $\frac{\binom{n-2}{k}}{\binom{n}{k}}$

Вероятность найти билет в кассе несда = $\frac{\binom{k-2}{n-2}}{\binom{n}{k}}$

Пусть: n - количество однодневных билетиков.
 k -количество трехдневных билетов в кассе несда.

$$\Rightarrow 6 \cdot \frac{\binom{n-2}{k}}{\binom{n}{k}} = 6 \cdot \frac{4!}{2!} \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)} = \frac{\binom{n-2}{k}}{\binom{n}{k}} = \frac{k!}{(k-2)!} \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)}$$

$$\Rightarrow 6 \cdot \frac{4!}{2!} = \frac{k!}{(k-2)!} \quad (t.k. \frac{(n-2)!}{(n-4)!} : \frac{(n)!}{(n-6)!} = \frac{(n-2)!}{(n-2-k+2)!} : \frac{n!}{(n-k)!})$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 3 \cdot 4 = k(k-1) \Rightarrow 9 \cdot 8 = k(k-1) \Rightarrow k = 9$$

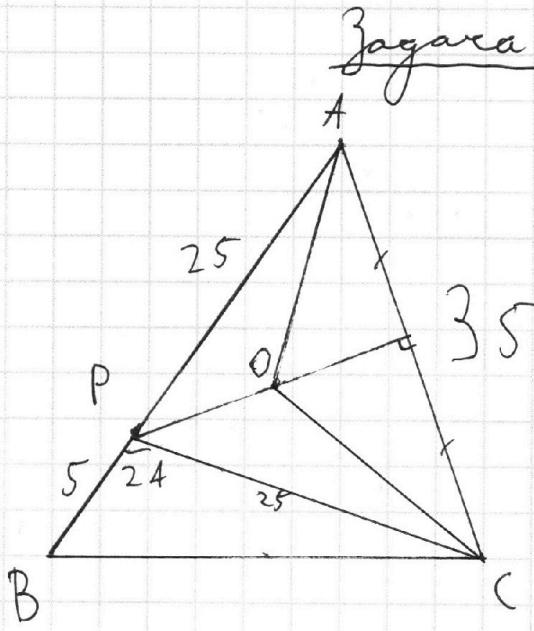
Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle OCB = 90^\circ - \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BPD = 90^\circ + \angle 4$$

$$\begin{cases} \angle APD = 90^\circ - \angle 4 \\ \angle PAO = 90^\circ - \angle C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \angle PDA = 180^\circ - \angle B$$

$$= \angle POD$$

$\Rightarrow \overline{PO}$ - биссектриса $\angle AOC \Rightarrow \overline{PO}$ - сер. перпендикуляр $\angle AOC \Rightarrow \triangle APC$ - равнодоступенный

$$\Rightarrow PC = AP = 25. \Rightarrow BPC = 24 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle APC}$$

$$+ S_{\triangle BPC} = \sin(\angle 4) \cdot \frac{25 \cdot 35}{2} + \sin(\angle 4) \cdot \frac{5 \cdot 25}{2}$$

$$= \frac{\sin(\angle 4)}{2} (25 \cdot 35 + 5 \cdot 25 \cdot \cos \angle A)$$

$$\cos(\angle A) = \frac{AC}{2AP} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$\sin(\angle 4) = \sqrt{1 - \cos^2(\angle 4)} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{51}}{20} \left(25 \cdot 35 + 5 \cdot 25 \cdot \frac{7}{10} \right) = \frac{5}{4} \sqrt{51} (35 + 7)$$

$$= \frac{105 \sqrt{51}}{2}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \frac{105 \sqrt{51}}{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)^2 + (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \alpha \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

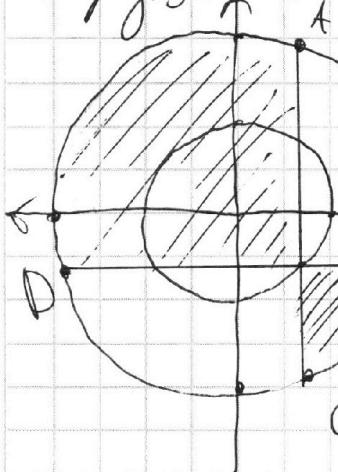
Пункт: Р - точка с координатами $(-5\sqrt{2} \cos \alpha, -5\sqrt{2} \sin \alpha)$

⇒ Решение задачи проверяется верху является гипотеза о том что Р лежит на плоскости.



Запишем, что Р лежит на окружности радиуса $5\sqrt{2}$, а также, что если отразить её относительно любой оси системы координат или точку $(0;0)$ перенести Римуха Р(2) не изменится.

⇒ будем считать что точка Р лежит в 4 четверти окружности.



Пункт Каждые параллельные оси систем координат и проходящий через Р пересекают окружность падающей 13 в точках А, В, С, Д.

Запишем, что $\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{BC} + \widehat{AD}$ (можно проверить посмотрев на разностях углов в полукружности: $\angle A - \angle B + \angle C - \angle D = -\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6 (решение)

$$\Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{BC} = 2\pi \frac{13}{2} = 13\pi, DB + AC \\ = 2(18^2 - 50\sin^2\alpha + 13^2 - 50\cos^2\alpha) = 2(169 - 50) \\ = 2 \cdot 119 = 238 \Rightarrow \text{периметр } P(\alpha) \\ = 13\pi + 238 \text{ где } \alpha \in \mathbb{R}$$

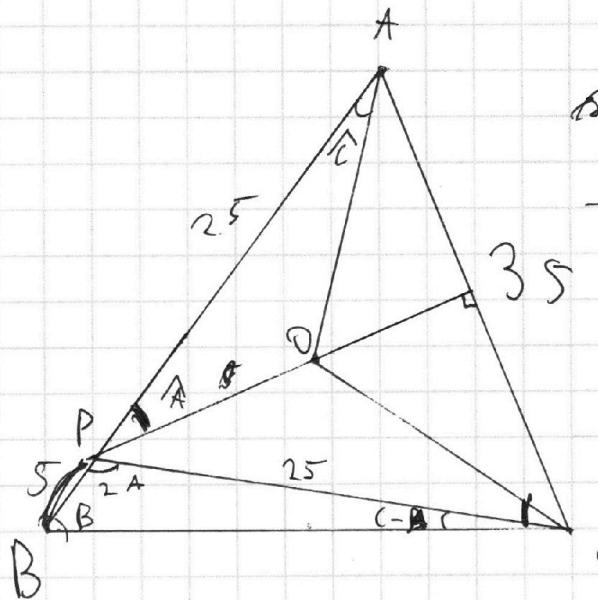
(Ответ: $13\pi + 238$, } \alpha \in \mathbb{R}

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$-\left(\frac{35}{2}\right)^2 + 25^2 = (25-17,5)(25+17,5)$$

$$\underbrace{(50-35)}_{4} \cdot \underbrace{(50+35)}_{11}$$

$$\frac{15 \cdot 85}{4} = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$$

$$H = \frac{5 \sqrt{3 \cdot 17}}{2}$$

$$180 + A - B - C$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3 \cdot 17}}{2 \cdot 25} = \frac{\sqrt{3 \cdot 17}}{50}$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \frac{5^2}{100}} = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin 2A = 2 \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot 17}}{50} = \frac{7\sqrt{3 \cdot 17}}{50}$$

$$[BPC] = \frac{7\sqrt{3 \cdot 17}}{50} \cdot \frac{5 \cdot 25}{2} = \frac{5^3 \cdot 7 \sqrt{3 \cdot 17}}{100}$$

$$\sin A \frac{25 \cdot 35}{2} + \sin 2A \frac{5 \cdot 25}{2} = \sin A \left(\frac{25 \cdot 35}{2} + \frac{5 \cdot 25}{2} \right) \cos A$$

$$\frac{5 \cdot 25 \cdot 35}{2 \cdot 25}$$

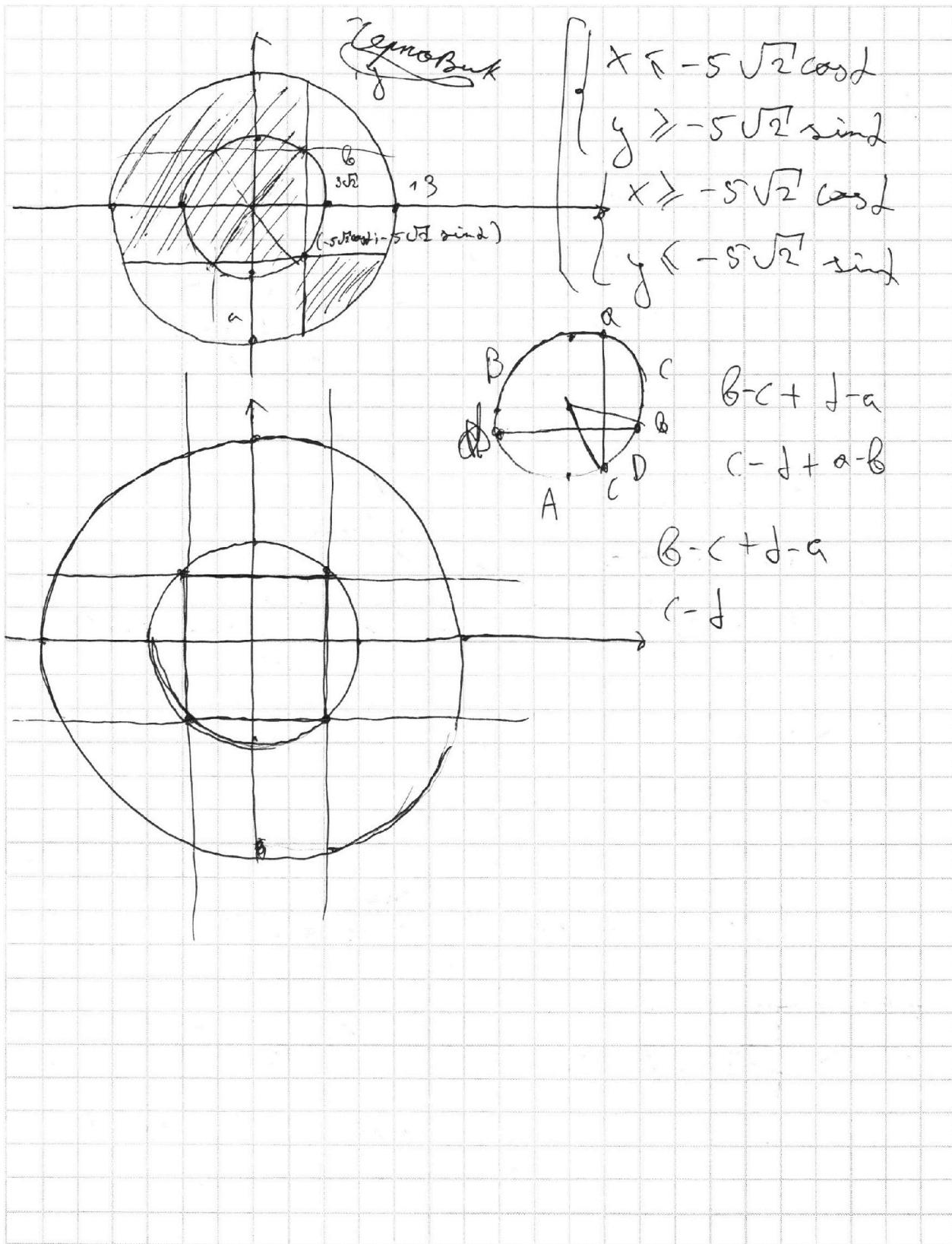


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

— ИЗ —

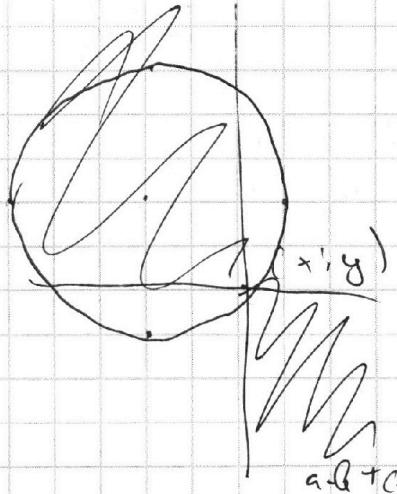
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\alpha^2 + \beta^2 = 169$$

Черновик

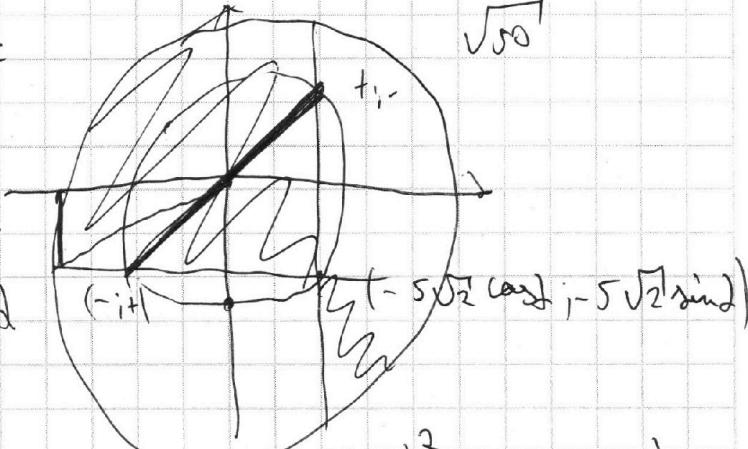
$$\gamma = \sqrt{13^2 - \alpha^2} \quad \alpha - \beta + \gamma - d = c\beta + a - j$$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \beta)(y + 5\sqrt{2} \sin \beta)$$

$$xy + 5\sqrt{2}(x \sin \beta + y \cos \beta)$$

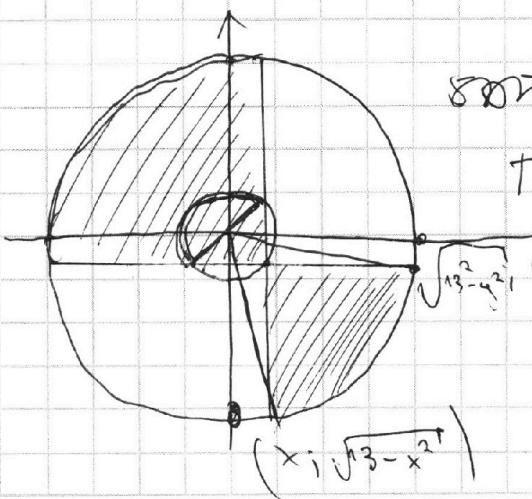
$$+ 50 \sin \beta \cos \beta$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \beta \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \beta \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos \beta \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \beta \end{cases}$$



$$2((13)^2 - 50 \sin^2 \beta + (13)^2 - 50 \cos^2 \beta)$$

$$= 2(169 - 50) = 2 \cdot 119 = 238$$



$$\frac{80\pi}{13} \cdot 2\pi \cdot \frac{13}{5\sqrt{2}} = 26\pi$$

$$\pi R \frac{R}{5\sqrt{2}}$$

$$\arcsin\left(\frac{-5\sqrt{2} \sin \beta}{13}\right)$$

$$\arccos\left(\frac{-5\sqrt{2} \cos \beta}{13}\right)$$

$$\arcsin(\sin \beta) = \pm \frac{\pi}{2}$$

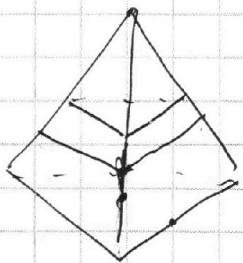
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



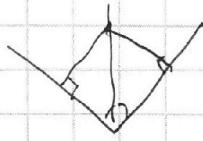
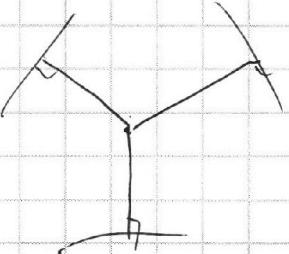
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



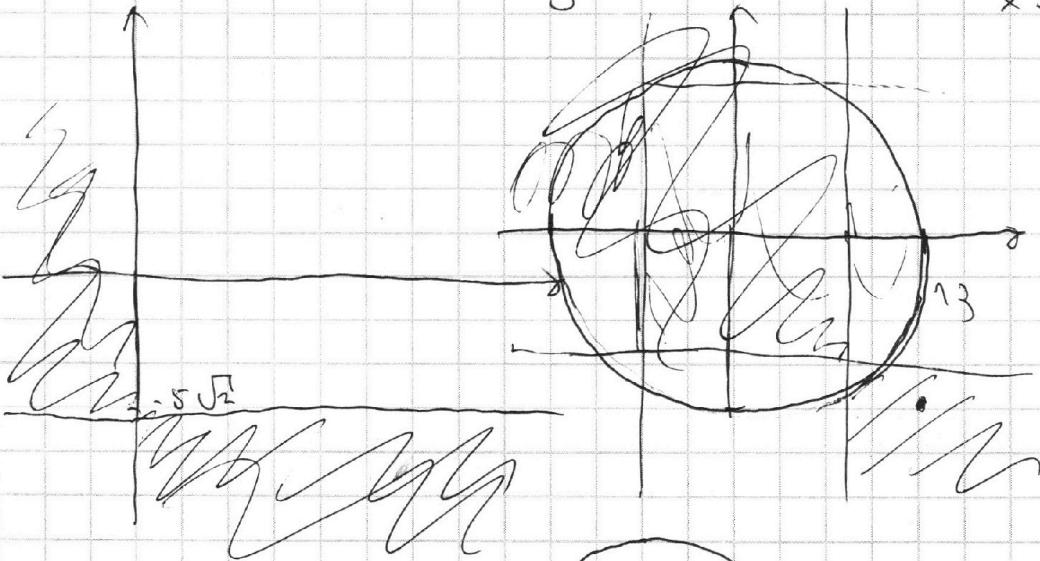
Черновик



$$(x+5\sqrt{2} \alpha) \cdot (y+5\sqrt{2} \sqrt{1-\alpha^2}) \leq 0$$

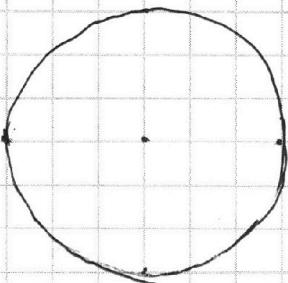
$$x \cdot (y + 5\sqrt{2}) \leq 0$$

$$\times -5\sqrt{2} \alpha$$



$$(x+5)(y+5)$$

$$(x+5)(y-5)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{aabb}{10^4 - 1} = a \quad 3(600+x) \text{ (лев.)} \quad \text{Черновик}$$

$$\frac{600}{10^4 - 1} = (600 + x)(x + f)(a) \equiv 1$$

$$\frac{3ef}{10^4 - 1} = aef = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 9 \\ 6 \\ 5 \end{cases} \equiv 0$$

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$\frac{10^4 - 1}{10^4 - 1} \cdot a =$$

$$(10^2 - 1)(10^2 + 1) = 11 \cdot 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot a (600+x) (300300) \quad 101 \quad 101$$

$$6000+x; 101$$

$$a68 : 101 \Rightarrow B = 606$$

$$a68 : 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot a \cdot 606 \cdot (300300)$$

$$11 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 33$$

$$11 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 33$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy} \quad xy = (x-2)(y+2)$$

$$\Rightarrow 2x - 2y - 4 = 0$$

$$x = 2 + y$$

$$(2+y)^3 - y^3 - 6 \cdot y(2+y) = 8 + 3 \cdot 4 \cdot y + 3 \cdot 2 \cdot y^2 + y^3 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 + 12y + 6y^2 + y^3 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

Черновик

$$\begin{aligned} e^{it} &= \sin \pi x + i \cos \pi x \\ &= \sin \pi x + e^{i\pi y} \\ &\quad e^{i\pi x} + e^{i\pi y} \\ \sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y &= \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cdot \cos \pi y \\ \sin^2 a + \sin a \cdot \sin b &= \cos^2 a - \cos a \cdot \cos b \\ \Rightarrow \sin(a+b) &= \cos(a+b) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = \frac{\pi}{4} \\ a+b = -\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$

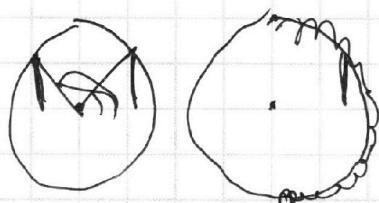
$k \in [-1; 3]$

$$\begin{cases} \pi(x+y) = \frac{\pi}{4} + 2\pi k_1 \\ \pi(x+y) = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{4} + 2k_1 \\ x+y = -\frac{1}{4} + 2k_2 \end{cases} \quad k_1, k_2 \in [-3; 1]$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4} + 2k_1 - x \\ y = -\frac{1}{4} + 2k_2 - x \end{cases} \quad \begin{cases} \left| \frac{x}{6} \right| \leq 1 \\ \left| \frac{y}{2} \right| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| \leq 6 \\ |y| \leq 2 \end{cases}$$

$$\arcsin(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

Diagram 1: A circle with points A, B, C on its circumference. An angle at the center between two radii is labeled 35. A point P is on the circle.

Diagram 2: A circle with points A, B, C on its circumference. A radius from the center to a point on the circle is labeled 25. A chord AB is labeled 35. A point P is on the circle.

Diagram 3: A circle with points A, B, C on its circumference. A radius from the center to a point on the circle is labeled 25. A chord AB is labeled 35. A point P is on the circle.

Diagram 4: A triangle ABC with interior angles labeled 90+4, 90-B, and 90-A. A point P is on the circle.

Diagram 5: A triangle ABC with interior angles labeled 90+4, 90-B, and 90-A. A point P is on the circle.

Diagram 6: A triangle ABC with interior angles labeled 90+4, 90-B, and 90-A. A point P is on the circle.

Diagram 7: A triangle ABC with interior angles labeled 90+4, 90-B, and 90-A. A point P is on the circle.

Equation 1: $\frac{5}{25} = \frac{BC}{35}$

Equation 2: $(25-17,5)(42,5)$

Equation 3: $7,5 \cdot 42,5$

Equation 4: $15 \cdot 85$

Equation 5: $5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$

Equation 6: $\cos(\beta - \alpha) = h$

Equation 7: $2B + 90 + 4 + x = 360$

Equation 8: $x = 270 - 2B - 4$

Diagram 8: A triangle ABC with interior angles labeled 90+4, 90-B, and 90-A. A point P is on the circle.

Diagram 9: A triangle ABC with interior angles labeled 90+4, 90-B, and 90-A. A point P is on the circle.

Diagram 10: A triangle ABC with interior angles labeled 90+4, 90-B, and 90-A. A point P is on the circle.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x) \quad \text{уровень}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi y = -\pi x + 2\pi k_1 \\ \pi y = \pi x + 2\pi k_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -x + 2k_1 \\ y = 3x + 2k_2 \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{6} = \pi \quad t. \text{ eccm} \quad \begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{6} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [-6; 6] & (5; 1) \quad (5; -1) \\ y \in [-2; 2] & (4; 2) \quad (4; 0) \quad (4; -2) \\ & (3; 1) \quad (3; -1) \end{cases}$$

$$\frac{6}{\binom{n}{4}} = \frac{\binom{k-2}{n-2}}{\binom{k}{n}}$$

$$6 \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!} \cdot \frac{4!}{(n-4)!} \cdot \frac{3}{\cancel{n-3}} = \frac{4!}{(n-1)!}$$

$$6 \frac{\frac{5!}{2!}}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} = \frac{k!}{(k+1)(k+2) \dots (m-4)} k(k-1)$$

$$\frac{m!}{k!} \cdot \frac{(k+1)!!}{(m-2)!} = \frac{m(m+1)}{k(k-1)}$$

$$\frac{m!}{k!} \cdot \cancel{\frac{(n-2)!}{(n-2-k)!}} \quad \left(\frac{m!}{(m-k)!} \cdot \frac{(n-2-k+2)!}{(n-2)!} \right)$$