



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$\text{пусть: } \begin{cases} A = 1111 \cdot a \\ a \in [1; 9] \\ a \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow A = 11 \cdot 101 \cdot a$$

$$\Rightarrow A(B \cdot C) : 101^2 \Rightarrow \begin{cases} B : 101 & \text{заметьте, что} \\ C : 101 & C \neq 101, \text{ так} \end{cases}$$

как оно двузначное число. Трехзначные множители числа 101 это: $\{101; 202; 303; 404; 505; 606; 707; 808; 909\}$

$$\Rightarrow B = 606 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = (101)^2 \cdot 11 \cdot 6 \cdot a \cdot C$$

$$\Rightarrow C : 101 \text{ (т.к. } a < 11)$$

Какой бы была цифра числа C равна 3.

$$\Rightarrow C = 33 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = (101)^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - \text{квадрат натурального числа} \\ a \in [1; 9] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } (2222; 606; 33) \text{ и } (8888; 606; 33)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

Известно, что:

$$\frac{(y+2) + x - 2 + 5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{xy} \Rightarrow xy + 2x - 2y - 4 = xy$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \neq 0 \Rightarrow x = y + 2 \Rightarrow M = x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2) \\ = y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 12y - 6y^2 = 8$$

Ответ: 8



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 3

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x \\ \Rightarrow & \sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x \\ \Rightarrow & \cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} \pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k_1 \\ k_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Отв.} \\ \Rightarrow \end{matrix} \begin{cases} y = -x - 2k_1 \\ k_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ & \begin{cases} \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k_2 \\ k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x - 2k_2 \\ k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\delta) \quad \arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \neq 1 \\ \frac{y}{2} \neq 1 \\ \frac{x}{6}, \frac{y}{2} \in [-1; 1] \end{cases}$$

Найдем все возможные пары
где которых выполняется:

$\frac{x}{6}, \frac{y}{2} \in [-1; 1]$, а также условие из пункта а).

$\Rightarrow$ Все такие пары это: $(6; 2), (6; 0), (6; -2),$
 $(5; 1), (5; -1), (4; 2), (4; 0), (4; -2), (3; 1), (3; -1),$
 $(2; 2), (2; 0), (2; -2), (1; 1), (1; -1), (0; 2), (0; 0), (0; -2)...$

Из них можно выбрать все кроме $(6; 2) \Rightarrow$ **Отв: 32**



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4

Вероятность пойти вместе в начале месяца = $\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$

Вероятность пойти вместе в конце месяца = $\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$

Пусть: n — количество учащихся классиков.

k — количество выданных билетов в конце месяца.

$$\Rightarrow 6 \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = 6 \cdot \frac{4!}{2!} \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{k!}{(k-2)!} \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)}$$

$$\Rightarrow 6 \cdot \frac{4!}{2!} = \frac{k!}{(k-2)!} \quad (\text{т.к. } \frac{(n-2)! \cdot n!}{(n-4)! \cdot (n-4)!} = \frac{(n-2)!}{(n-2-k+2)!} \cdot \frac{n!}{(n-k)!})$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 3 \cdot 4 = k(k-1) \Rightarrow 9 \cdot 8 = k(k-1) \Rightarrow k = 9$$

$\Rightarrow$ Ответ: 9



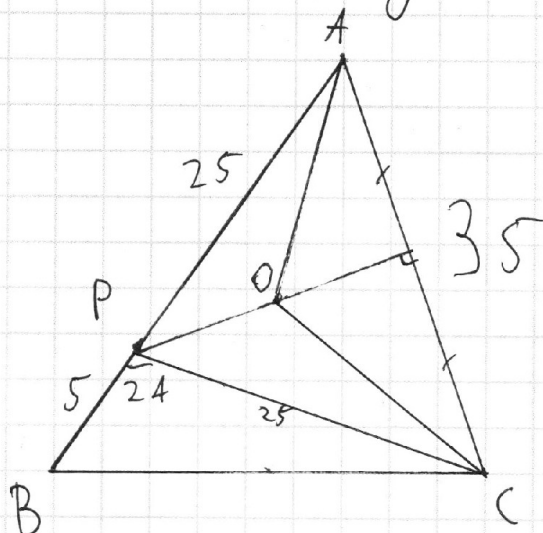
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5



$$\angle OCB = 90^\circ - \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BPO = 90^\circ + \angle A$$

$$\Rightarrow \angle APO = 90^\circ - \angle A$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle PAO = 90^\circ - \angle C \\ \angle PBO = 90^\circ - \angle A \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \angle POA = 180^\circ - \angle B$$

$$= \angle POC$$

$\Rightarrow \overline{PO}$ — биссектриса в $\triangle AOC \Rightarrow \overline{PO}$ — сер. перпендикуляр в $\triangle AOC \Rightarrow \triangle APC$ — равнобедренный

$$\Rightarrow PC = AP = 25. \Rightarrow BPC = 24 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle APC} + S_{\triangle BPC} = \sin(\angle A) \cdot \frac{25 \cdot 35}{2} + \sin(24) \cdot \frac{5 \cdot 25}{2}$$

$$= \frac{\sin(\angle A)}{2} (25 \cdot 35 + 2 \cdot 5 \cdot 25 \cdot \cos A)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\angle A) = \frac{AC}{2AP} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10} \\ \sin(\angle A) = \sqrt{1 - \cos^2(\angle A)} = \frac{\sqrt{51}}{10} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{51}}{20} \left(25 \cdot 35 + 2 \cdot 5 \cdot 25 \cdot \frac{7}{10} \right) = \frac{5}{2} \sqrt{51} (35 + 7)$$

$$= \frac{105 \sqrt{51}}{2}$$

Ответ: $\frac{105 \sqrt{51}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

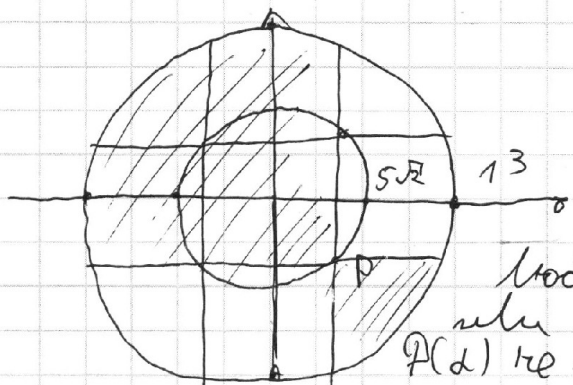
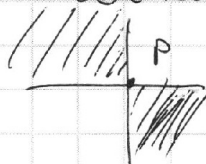
Задача №6

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \alpha \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

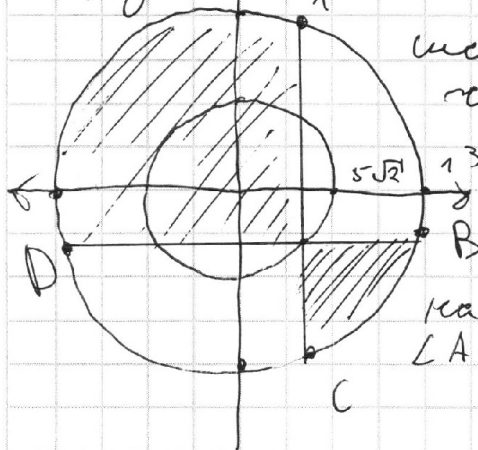
Пусть: P - точка с координатами $(-5\sqrt{2} \cos \alpha; -5\sqrt{2} \sin \alpha)$

$\Rightarrow$ Перпендикуляр к отрезку OP является границей области на плоскости.



Заметим, что P лежит на окружности радиуса $5\sqrt{2}$, а также, что если отразить её относительно любой оси системы координат или точки $(0;0)$ получится $P(\alpha)$ не изменится.

$\Rightarrow$ Будем считать, что точка P лежит в 4-й четверти окружности.



Пусть прямые параллельные оси системы координат и проходящие через P пересекают окружность радиуса 13 в точках A, B, C, D .

Заметим, что $\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{BC} + \widehat{AD}$ (можно проверить попарно на разности углов в радианах: $\angle A - \angle B + \angle C - \angle D = -\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6 (продолжение)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{BC} &= 2\pi \frac{13}{2} = 13\pi, \quad DB + AC \\ &= 2(13^2 - 50\sin^2 2 + 13^2 - 50\cos^2 2) = 2(169 - 50) \\ &= 2 \cdot 119 = 238 \Rightarrow \text{периметр фигуры } P(2) \\ &= 13\pi + 238 \text{ для любого } 2. \end{aligned}$$

Ответ: $13\pi + 238, 2 \in \mathbb{R}$

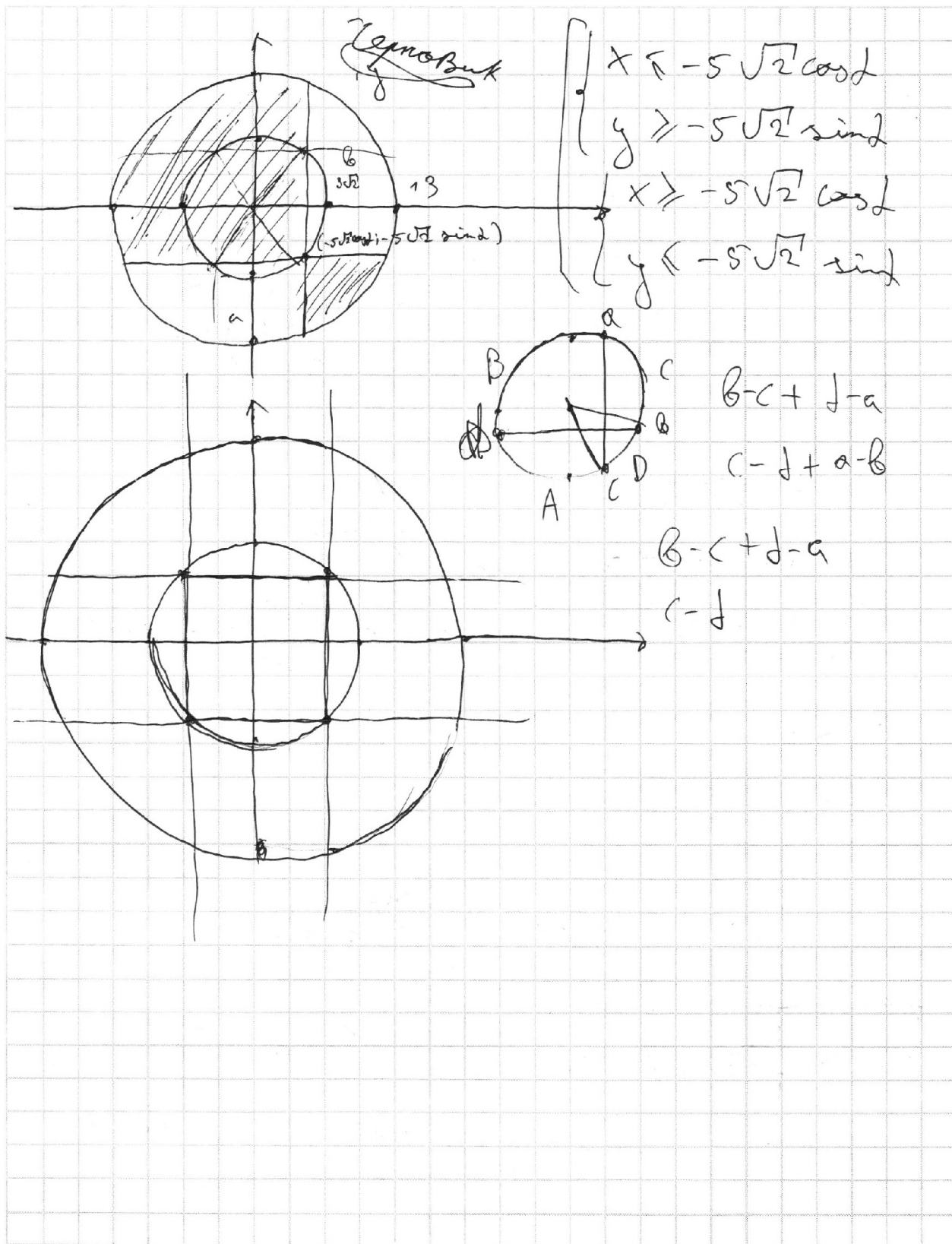


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



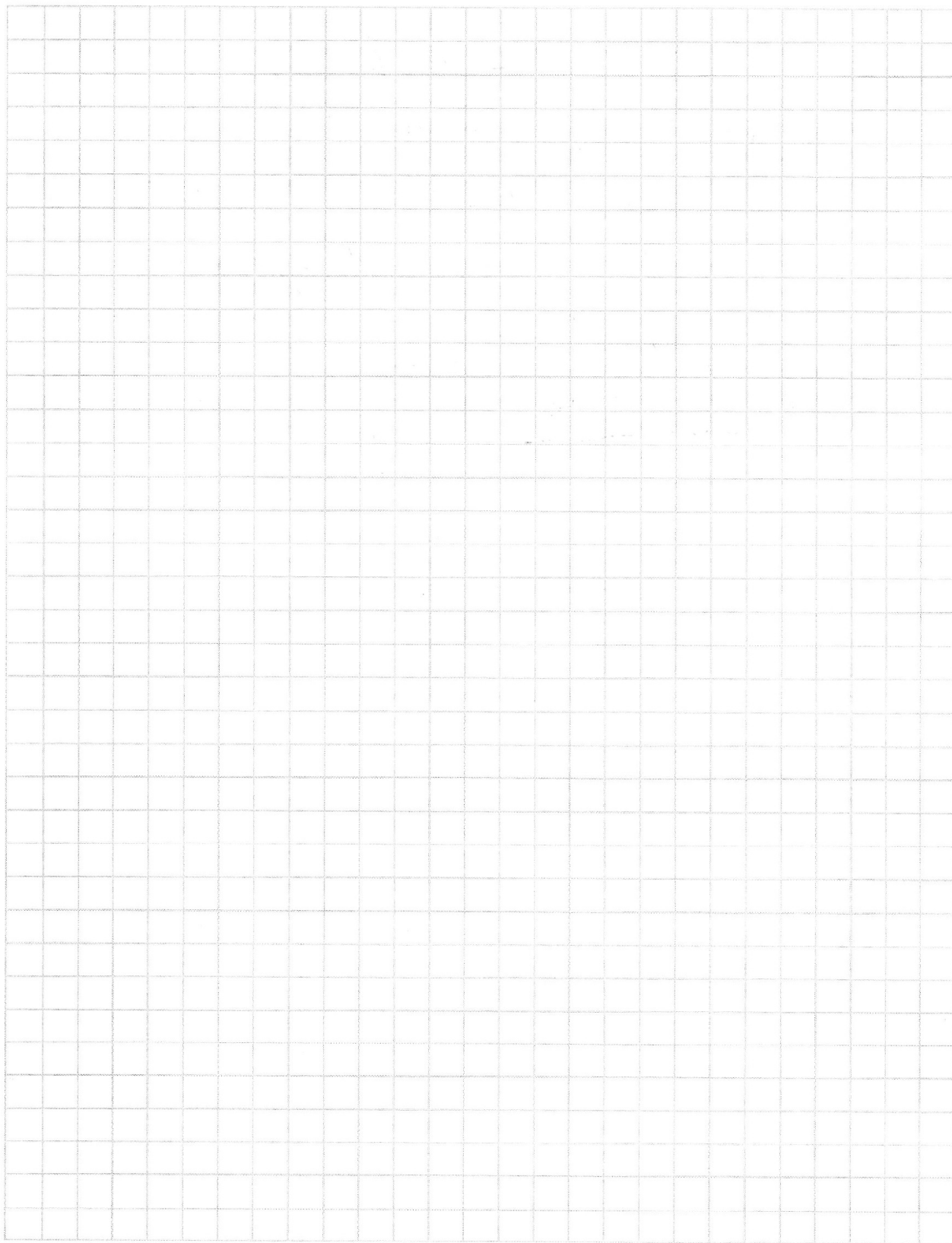


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



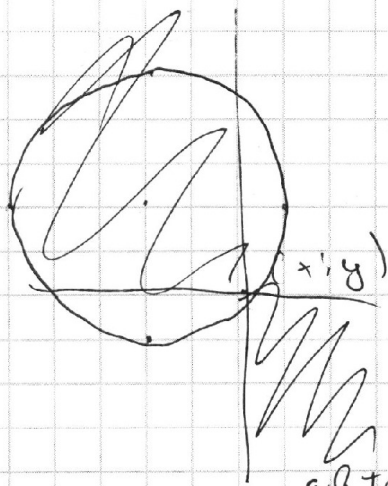


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = 169 \quad \text{Expressing}$$

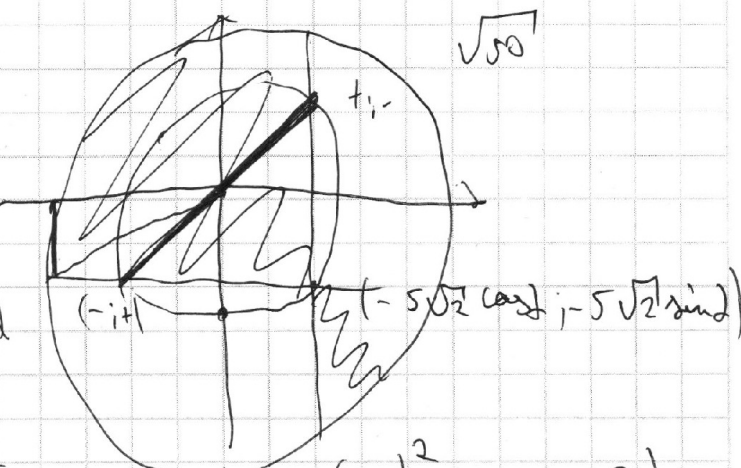
$$y = \sqrt{13^2 - x^2} \quad a-b+c-d = c(b+a-d)$$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos d) (y + 5\sqrt{2} \sin d)$$

$$xy + 5\sqrt{2}(x \sin d + y \cos d)$$

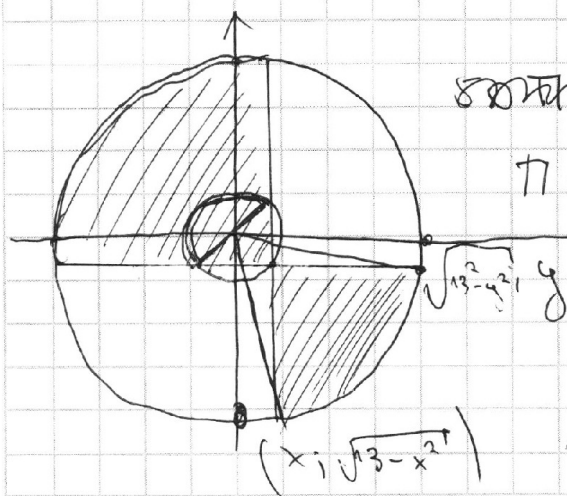
$$+ 50 \sin d \cos d$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos d & \text{or} \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin d \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos d \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin d \end{cases}$$



$$2 \left((13)^2 - 50 \sin^2 d + (13)^2 - 50 \cos^2 d \right)$$

$$= 2 (169 - 50) = 2 \cdot 119 = 238$$



$$800 \text{ mm} \quad 2\pi \cdot \frac{13}{5\sqrt{2}} = 26\pi$$

$$\pi R \frac{R}{2}$$

$$\arcsin\left(\frac{-5\sqrt{2} \sin d}{13}\right)$$

$$\arccos\left(\frac{-5\sqrt{2} \cos d}{13}\right)$$

$$\arcsin(\sin d) = d$$



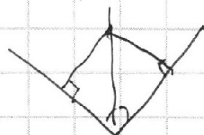
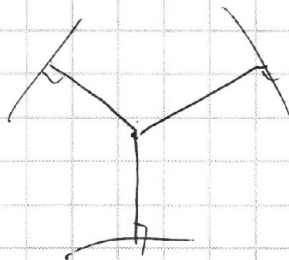
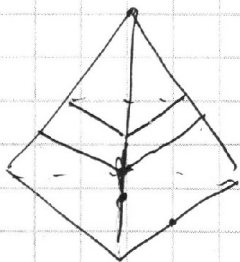
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

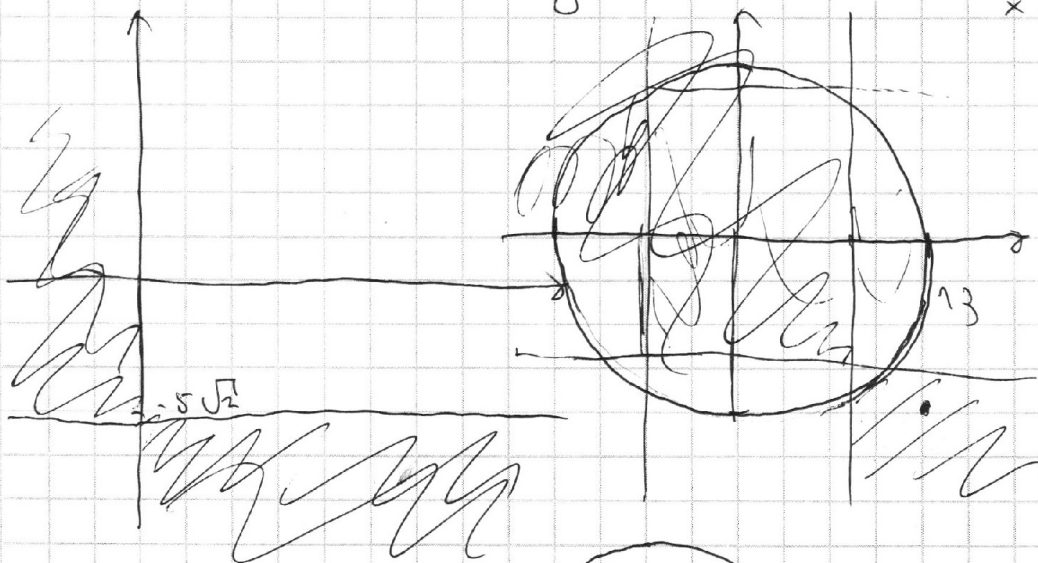
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

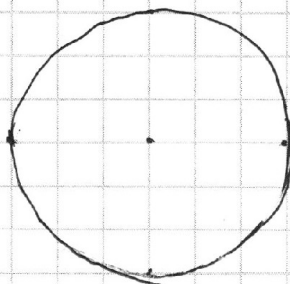


$$(x + 5\sqrt{2}a) \vee (y + 5\sqrt{2}\sqrt{1-a^2}) \leq 0$$
$$x \cdot (y + 5\sqrt{2}) \leq 0$$

$$x \leq -5\sqrt{2}a$$



$$(x+5)(y+5)$$
$$(x+5)(y-5)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aaaa} = \frac{10^4 - 1}{9} \cdot a \quad \text{2 (b+c) (e+f)} \quad \text{Черновик}$$

$$\overline{6bc} \quad (b+c)(e+f)(a) \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases}$$

$$\overline{3ef} \quad acf = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 6 \\ 5 \end{cases}$$

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$\frac{10^4 - 1}{9} \cdot a$$

$$(10^2 - 1)(10^2 + 1) = 11 \cdot 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot a \quad \begin{matrix} 101 \\ 600+x \\ 101 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 101 \\ 300+y \\ 101 \end{matrix}$$

$$600+x; 101$$

$$a6b : 101 \rightarrow B = 606$$

$$a6b : 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot a \cdot \overline{606} \cdot (\overline{306})$$

$$\begin{cases} 11 \cdot 2 \cdot 6 = 33 \\ 11 \cdot 2 \cdot 6 = 33 \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy$$

$$xy = (x-2)(y+2)$$

$$\Rightarrow 2x - 2y - 4 = 0$$

$$x = 2 + y$$

$$\begin{aligned} (2+y)^3 - y^3 - 6xy(2+y) &= 8 + 3 \cdot 4 \cdot y + 3 \cdot 2 \cdot y^2 + y^3 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \\ -6y^2 - 12y &= 8 + 12y + 6y^2 + y^3 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$e^{i\theta} = \sin \theta \cdot i + \cos \theta$$

$$e^{i\pi x} + e^{i\pi y}$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

$$\begin{cases} \pi x - \pi y \equiv 2\pi \\ \pi x - \pi y \equiv -2\pi \end{cases}$$

$$y = -x$$

$$\sin^2 a + \sin a \cdot \sin b = \cos^2 a - \cos a \cdot \cos b$$

$$\Rightarrow \sin(a+b) = \cos(a+b) \cos^2 a -$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = \frac{\pi}{4} \\ a+b = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{\frac{1}{4} + 2k - x}{2} < \pi$$

$$k \in [-4; 3]$$

$$\begin{cases} \pi(x+y) = \frac{\pi}{4} + 2\pi k_2 \\ \pi(x+y) = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{1}{4} + 2k_2 \\ x+y = -\frac{1}{4} + 2k_1 \end{cases}$$

$$k_1 \in [-3; 4]$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4} + 2k_2 - x \\ y = -\frac{1}{4} + 2k_1 - x \end{cases}$$

$$\left| \frac{x}{6} \right| \leq 1$$

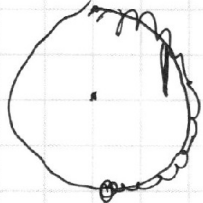
$$\Rightarrow x \leq 6$$

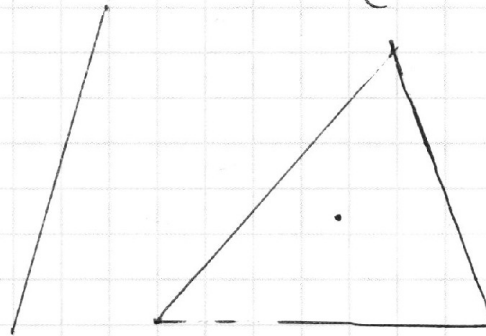
$$\left| \frac{y}{2} \right| \leq 1$$

$$\begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 2 \end{cases}$$

$$\arcsin(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x) \quad \text{Черновик}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi y = -\pi x + 2\pi k_1 \\ \pi y = \pi 3x + 2\pi k_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x + 2k_1 \\ y = 3x + 2k_2 \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{6} = \pi \quad \text{т. е. если } \begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{6} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$(6; 2) \quad (6; 0) \quad (6; -2)$$

$$(5; 1) \quad (5; -1)$$

$$x \in [-6; 6]$$

$$y \in [-2; 2]$$

$$33$$

$$6, 5$$

$$4, 3$$

$$2, 1$$

$$0, -1$$

$$-2, -3$$

$$-4, -5$$

$$-6$$

$$6 \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$$

$$6 \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \frac{4!}{(n-4)!} = \frac{k!}{(k-2)!}$$

$$\frac{k!}{(k-2)!}$$

$$3, 4$$

$$6 \frac{4!}{2!} = \frac{k!}{(k-2)!} \cdot \frac{(k+1)(k+2)}{k(k-1)} \quad k=9$$

$$\frac{n!}{k!} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{k(k-1)}$$

$$\frac{n!}{k!} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-2)!} = \frac{n!}{(n-k)!} \cdot \frac{(n-2-k+2)!}{(n-2)!}$$