



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

можем представить A как $\overline{aaab} = a \cdot 1111 =$

$a \cdot 11 \cdot 101$ 11 и 101 простые $a < 11, 101$ то $b \cdot C$ квадрат
то 101 и 11 простые степени, но $B > 99$
тогда $B \leq 101$ но $m \cdot n \leq 100 \Rightarrow B \leq 101 \leq 1000$

а также имеем 3 записи 2, это только 202,
если $C:11$ значит $C \geq 9$
но 202×11 значит $C:11 \leq 100$ и имеет 3 записи

3 это только 33 тогда

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 202 \cdot 33 = 11^2 \cdot 101^2 \cdot a \cdot 6 \quad a=6 \text{ можно}$$

это дает квадраты $a=6$

Ответ: $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}$$

$$\frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(y+1)(x-1)} = \frac{x+y+2}{(y+1)(x-1)} \text{ по умнож.$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(y+1)(x-1)}$$

$$(x+y+2)(y+1)(x-1) = (x+y+2)xy$$

$$(x+y+2)(y+1)(x-1) - xy = 0$$

$$(x+y+2)(xy + x - y - 1 - xy) = 0$$

$$(x+y+2)(x-y-1) = 0$$

$$x+y+2 \neq 0 \quad x-y-1 = 0$$

$$\text{и } x, y > 0 \quad x = y+1$$

$$x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3$$

$$-3y^2 - 3y = 1$$

решение: 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin(\pi x) + \sin(\pi y))(\sin(\pi x)) = \cos(\pi x)$$

$$[\sin(\pi x) + \sin(\pi y)](\sin(\pi x)) = (\cos(\pi x) + \cos(\pi y))\cos(\pi x)$$

$$\sin^2(\pi x) + \sin(\pi y)\sin(\pi x) = \cos^2(\pi x) + \cos(\pi y)\cos(\pi x)$$

$$\sin(\pi y)\sin(\pi x) - \cos(\pi y)\cos(\pi x) = \cos^2(\pi x) - \sin^2(\pi x)$$

$$\cos(\pi(x+y)) = \cos(2\pi x)$$

$$\pi(x+y) = 2k\pi$$

$$y = -3x$$

$$x = y$$

$$2\sin^2(\pi x) = 2\cos^2(\pi x)$$

$$\cos(\pi x) \neq 0$$

$$\pi x \neq \pm \frac{\pi}{2} + k\pi \quad x \neq \pm \frac{1}{2} + 2n$$

$$\tan^2(\pi x) = 1$$

$$\tan(\pi x) = \pm 1$$

$$\pi x = -\frac{\pi}{4} + n\pi \quad \pi x = \frac{\pi}{4} + n\pi$$

$$x = -\frac{1}{4} + n \quad y = \frac{1}{4} + n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -3x$$

$$\sin(-3\pi x) = -\sin(3\pi x)$$

$$\cos(-3\pi x) = \cos(3\pi x)$$

$$\sin^2(\pi x) - \sin(3\pi x)\sin(\pi x) = \cos^2(\pi x) + \cos(3\pi x)\cos(\pi x)$$

$$\sin^2(\pi x) - \cos^2(\pi x) - (\sin(3\pi x)\sin(\pi x) + \cos(3\pi x)\cos(\pi x)) = 0$$

$$\sin^2(\pi x) - \cos^2(\pi x) - \cos(2\pi x) = 0$$

$$-2\cos(2\pi x) = 0$$

$$\cos(2\pi x) = 0$$

$$y = \mp \frac{3}{4} + 3n$$

$$2\pi x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x = \mp \frac{1}{4} + \frac{k}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

д) $m, n \in \mathbb{Z}$ $x = \pm \frac{1}{q} + n$

то такие пары целых чисел есть



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Было 4 пары кандидатов 11-классников
на конкурсе, x - число 11-классников

$$\binom{4}{x}$$

если Петя и Вася попали вместе

то остались выбрать $\binom{x-2}{y-2}$ 11-классников из $x-2$

$$\binom{2}{x-2}$$

$$\text{тогда вероятность } \frac{\binom{2}{x-2}}{\binom{4}{x}} = \frac{\frac{(x-2)!}{(x-4)!2!}}{\frac{x!}{(x-4)!4!}} = \frac{(x-2)!(4!)^2}{x!(2!)^2} = \frac{12}{x(x-1)}$$

если пары стало y

$$\frac{\binom{y-2}{x-2}}{\binom{y}{x}} = \frac{\frac{(x-2)!}{(x-y)!(y-2)!}}{\frac{x!}{(x-y)!y!}} = \frac{(x-2)!, y!}{x!(y-2)!} = \frac{y(y-1)}{x(x-1)} \text{ но условие}$$

$$\frac{y(y-1)}{x(x-1)} = 2,5, \frac{12}{x(x-1)}$$

$$y(y-1) = 30 \quad y^2 - y - 30 = 0$$

$$y_1 = 6 \quad y_2 = -5 \text{ не удовл}$$

Ответ: 6

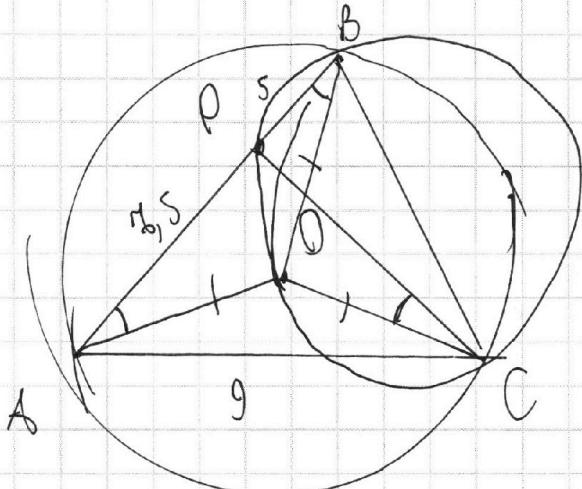


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



проведем CP и AP

$$\angle ABD = \angle BAO \text{ m.v. } AQB \text{ p-f}$$

$$\angle ABD = \angle PCD \text{ m.v. опир на 1 дугу}$$

$$\angle OAC = \angle QCA \text{ m.v. } DOC \text{ p-f}$$

$$\angle PAP + \angle OAC = \angle PCD + \angle QCA \Rightarrow APC \text{ p-f} \Rightarrow$$

$AP = PC = 7,5$ найдем $\cos \angle BAC$ m.o. косинусов

$$7,5^2 = 7,5^2 + 8^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot 8 \cos \alpha$$

$$2 \cdot 7,5 \cdot 8 \cos \alpha = 9^2 \quad 15 \cos \alpha = 9 \quad \cos \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 12,5 \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = \frac{225}{5} = 45$$

Ответ: 45



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$x^2 + y^2 \leq 25$ - кружък с център в начало координат

$$x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \quad y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \quad x^2 + y^2 \leq 25 \quad y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \quad y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \quad r \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \quad y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

занесены в реестр нормативных правовых актов

гем зв'я з можливим на урахунку

Судя по всему, это не касается вида спорта, имеющего

naparentsborne skriv förmåne mörke präglement

анализаторов $R=5$ на 4 сектора и ге

нас управляющим верхний левый и нижний правый,

репликация бактерий

omzjepkanwn d omDx ufy

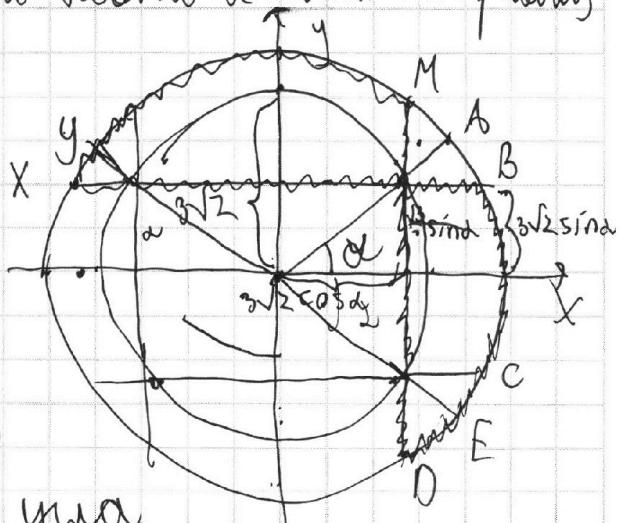
U nočnoum paginach
môrka gýad E = AB AM

М.к зеркальна, а наскрізь

$XY = AB \Rightarrow$ għid urodos yma

периметр отримається після цієї

$$\text{ann} \frac{\mathbb{Z}\sqrt{R}}{2} = \overline{\mathbb{Z}}R = \text{5T, mägi suurim kogus XB n MB maa}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\sin^2 \pi x = 2\cos^2 \pi x$$

$$2(\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x) = 0$$

$$2(\sin \pi x - \cos \pi x)(\sin \pi x + \cos \pi x) = 0$$

$$\sin \pi x - \cos \pi x = 0$$

$$\sin \pi x + \cos \pi x = 0$$

$$\cos \pi x \neq 0$$

$$\tan \pi x - 1 = 0$$

$$\tan \pi x = -1$$

$$\pi x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x \neq \frac{1}{2} + n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\tan \pi x = 1$$

$$\pi x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{1}{4} + n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{1}{4} + n$$

$$y = \frac{1}{4} + n$$

$$\sin x = -\sin x$$

$$y = -\frac{1}{4} + n$$

$$(\sin \pi x - \sin 3\pi x) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos 3\pi x) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \sin^2 3\pi x \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos^2 3\pi x \cos \pi x$$

~~$\cos 2\pi x$~~ $\frac{1}{2\pi} x = \frac{1}{2}$

$$\sin^2 \frac{\pi}{2} - \sin^2 \frac{3\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = \cos^2 \pi x + \cos^2 3\pi x \cos \pi x$$

$$1 + 1 = +1$$

$$\sin - \cos \\ \cos - \sin$$

$$\sin^2 \pi x + \cos(\pi x + y) = \cos^2 \pi x \quad \sin^2 \pi x - \cos 2\pi x = \cos \pi x$$

$$1 - \cos^2 \pi x + \cos(\pi x + y) = \cos^2 \pi x \quad 2\sin^2 \pi x = 2\cos^2 \pi x$$

$$2\cos^2 \pi x - 1 = \cos(2\pi x)$$

$$x = \frac{1}{4} + n \quad x = -\frac{1}{4} + n$$

$$2\cos^2 \pi x - 1 = 1 - 2\sin^2 \pi x$$

$$y = -\frac{3}{4} - 3n \quad y = \frac{3}{4} + 3n$$

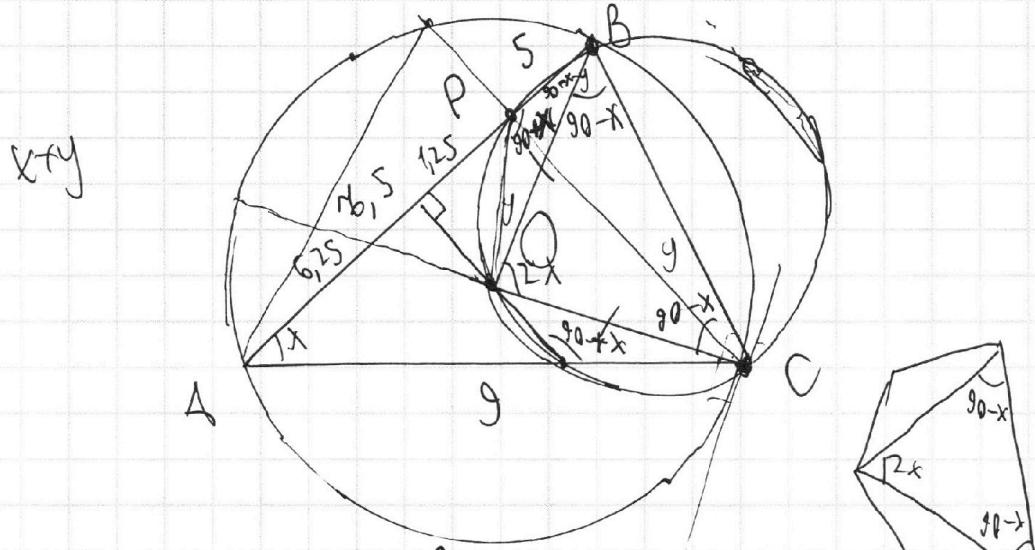


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$6,5 \cdot 12,5 = 9 \cdot (9-x)$$

$$6,25$$

$$\frac{25}{15} \\ \frac{125}{250}$$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4}$$

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = 9(9-x)$$

$$\frac{375}{4} = 61 - 9x$$

$$\frac{(x-2)!}{(x-4)! \cdot 2!} = \frac{(x-2) \cdot 4!}{x! \cdot 2!} =$$

$$\frac{1}{(x-4)! \cdot 4!}$$

$$= \frac{12}{x(x-1)}$$

$$\frac{C_{y-2}}{C_x^y}$$

$$\frac{(x-2)!}{(x-y)! \cdot (y-2)!} = \frac{(x-2)! \cdot y!}{x! \cdot (y-2)!} \approx \frac{y(y-1)}{x(x-1)} = \frac{30}{x(x-1)}$$

$$y=6$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

решение

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{5}n \right) + \arccos \frac{1}{4}$$

$$\arcsin \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{5}n \right) + \arccos \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{4}n \right) < \frac{3\pi}{2}$$

x - однотондати массив

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x-1} \cdot \frac{1}{x-2} \cdot \frac{1}{x-3} \quad \text{Числ}$$

$$1 - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x-1} \cdot \frac{1}{x-2} \cdot \frac{1}{x-3}$$

a

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{5}$$

$$\begin{matrix} 12 \\ 1 \quad 3 \\ 2 \quad 3 \end{matrix}$$

$$1 - 2a(1-a) + (1-a)^2$$

$$C_{25}^4$$

$$1 - 2a + 2a^2 - a^2 + 2a - 1$$

$$C_{23}^2$$

$$\frac{a^2}{(23-x+2)! (x-2)!}$$

$$\frac{C_{x-2}}{C_{23}^x}$$

$$\frac{C_{23}^2}{C_{25}^4}$$

$$\frac{25!}{(25-x)! x!}$$

$$\frac{24 \cdot 23}{25 \cdot 24} = \frac{1}{50}$$

$$\frac{23 \cdot 22}{2} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 2} =$$

$$\frac{25}{50} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$x=6$$

$$\frac{23! x!}{25! (x-2)!}$$

$$\frac{x(x-1)}{25 \cdot 24} = \frac{1}{20}$$

$$x(x-1) = \frac{5}{4} \cdot 24 \quad x(x-1) = 30$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{xy}$$

$$(y+x+2)xy - (y+x+2)((x-1)(y+1)) = 0$$

$$(y+x+2)(xy - xy - x + y + 1) = 0 \quad \begin{matrix} \cos(60+30) \\ \cos(30+30) \end{matrix}$$

$$(y+x+2)(y+1-x) = 0$$

$$y+x+2 = 0$$

$$y+1-x=0$$

$$\begin{matrix} \cos(60-30) \\ \sin 60 - \sin 30 + \end{matrix}$$

не можем

сумма не н н $y, x > 0$

$$\begin{aligned} & (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y \\ & y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1 \end{aligned}$$

$$x = (-y-2)$$

N 3

$$\begin{matrix} \cos 60 \\ \cos(90-30) \end{matrix}$$

$$\sin 90 - \sin 30 - \cos 90 \cos 30$$

$$(\sin(\pi x) + \sin(\pi y))(\sin \pi x) = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin(\pi y) \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin^2 a + \sin ab$$

$$1 - \sin^2 \pi x$$

$$a^2 + ab \quad \sin \pi y \sin \pi x - \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \cos \pi (x+y) = \cos^2 \pi x$$

$$2 \sin^2 \pi x + \cos \pi (x+y) - 1 = 0 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \pi (x+y) = 2 \pi x$$

$$\cos \pi (x+y) - \cos 2 \pi x = 0 \quad \text{as} \quad \pi (x+y) = -2 \pi x$$

$$\begin{aligned} \cos(\pi(x+y)) &= \cos 2 \pi x \quad \cos \pi \quad x+y = 2x \quad x=y \\ \cos(-\pi) &= 1 \quad -1 \quad x+y = -2x \quad y = -3x \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

aaaa

N¹

$$a \cdot 1111 \quad a \cdot 11 \cdot 101$$

$$\begin{array}{|c|} \hline c - & 30+d \\ \hline & 10d+3 \\ \hline \end{array}$$

$$b \quad 200 + 10b + c$$

$$100b + 20 + c$$

$$100b + 10c + 2$$

$$b = 202$$

$$(a \cdot 11 \cdot 101) \cdot \epsilon \cdot b - \text{нагр}$$

$$101 \quad C \cdot 101 \quad B \cdot 101$$

$$101 \cdot 11 \cdot a \cdot 101 \cdot 2 \cdot C - nb$$

$$101 \quad 202 \quad 303 \quad 404 \quad 505 \quad 606 \\ 303 \quad 808 \quad 909$$

$$101 \cdot 11 \cdot a \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$33 - c$$

$$d = 6$$

$$6666 \quad 202 \quad 33$$

N²

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$$

$$\frac{x+y+2}{xy}$$

$$\frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} =$$

$$(x+y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$x-y-1=0$$

$$(x-1)(y+1) = xy$$

$$xy - y + x - 1 = xy$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

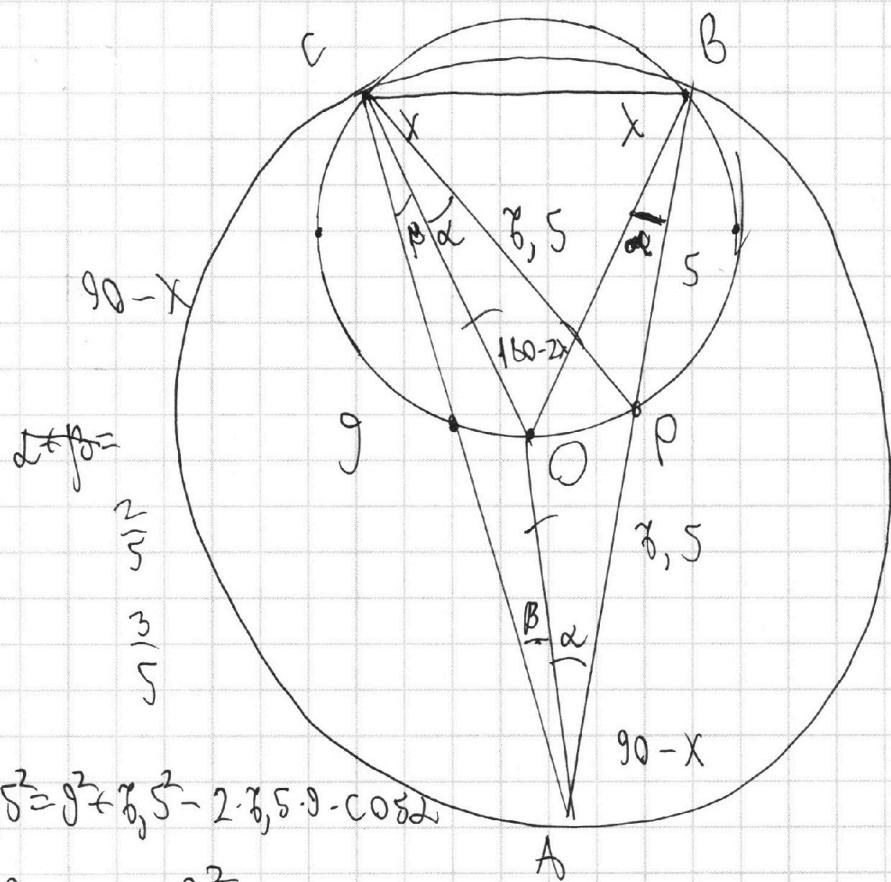
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$$x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \quad y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0$$



$$6,5^2 = 9^2 + 6,5^2 - 2 \cdot 6,5 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$15 \cdot 9 \cos \alpha = 9^2$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} \quad \sin \alpha = \frac{4}{5} \quad S_{\triangle} = \frac{9 \cdot 12,5 \cdot \frac{4}{5}}{2} = 9 \cdot 12,5 \cdot \frac{2}{5} = \frac{9 \cdot 25}{5} = 45$$

NS



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N5

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha) (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$$\sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{6}$$

$$\cos \frac{\pi}{3}$$

$$x (y - 3\sqrt{2}) \leq 0$$



$$x \leq 0 \quad y \geq 3\sqrt{2}$$

$$y$$

$$x \geq 0 \quad y \leq +3\sqrt{2}$$

$$(x - \frac{3\sqrt{2}}{2})(y - \frac{3\sqrt{6}}{2}) \leq 0$$

$$x \leq \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad y \geq \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$x \geq \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad y \leq \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$(x - 1,5)(y - 1,5) \leq 0$$

$$x \leq 1,5 \quad y \geq 1,5$$

$$x \geq 1,5 \quad y \leq 1,5$$

