



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒

☐

☐

☐

☐

☐

☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Решение: заметим, что если A составлено из одинаковых цифр-исключений, тогда $A = \overline{xxxx}$ или $1111 \cdot x = 11 \cdot 101 \cdot x$ поскольку 101 - простое число, и содержится в $11 \cdot x$ не может, так как x - однозначное, то $\nexists$ $A \cdot B \cdot C$ $\nexists$ B и C квадратов, 101 делит x и C , раз содержится в B или C . Поскольку C - двузначное, это невозможно, значит 101 содержится в B . Поскольку в B 3-значное число, делимое на 101 :

$(101; 202; 303; 404; 505; 606; 707; 808; 909)$ среди них лишь 606 содержит 6 , значит $B = 606$. Также в A есть 1 , значит 11 должно содержаться где-то еще. В x или B 11 быть не может, значит $C = 11$ (иногда $\nexists$ B $(11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99)$ среди них лишь 33 содержит 3 , значит $C = 33$, тогда $A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot x = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2x$ - 2х - 2х - 2х x может быть $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ или подходит лишь $x = 2, 8$, иначе $A \cdot B \cdot C$ - не квадрат, тогда $A = 2222; 8888$

Ответ: $(2222; 606; 33)^0; (8888; 606; 33)^0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: (y ч. 6) $k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ $OD3; x \neq 0; y \neq 0$
но условия

$$k = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{y+x+5}{xy}$$

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$= \frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)}$$

получаем $\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)} \quad | \cdot xy(x-2)(y+2) \neq 0$

$$(y+x+5)((x-2)(y+2)-xy) = 0$$

$$(y+x+5)(2x-2y-4) = 0 \quad \text{возможны два случая}$$

1) $y+x+5=0 \quad x=-5-y$ тогда $-5-y < 0$ обязательно

$$(\cancel{x^3 - y^3 + 6xy} = (-5-y)^3 - y^3 - 6y(-5-y)) \quad y - \text{люболюбное,}$$

и значит $x < 0$ — иррелевантно

2) $2x-2y-4=0 \quad x-y=2 \quad x=y+2$

тогда $x^3 - y^3 + 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2) =$

$$y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \quad \text{любые значения не}$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение. Значит не выполняется если

$$\frac{y}{2} = 1 \quad \frac{x}{6} = 1 \quad y = 2 \quad x = 6$$

переберем все случаи

$$\frac{y}{2} \in [-1; 1] \quad y \in [-2; 2]$$

$$1) y = -2 \quad x = 2n + 2, \quad \frac{2n-2}{3} \quad x \in [-6; 6]$$

$$2n+2 \in [-6; 6] \quad 2n \in [-8; 4] \quad n \in [-4; 2]$$

$$x = -8+2, -6+2, -4+2, -2+2, 0+2, 2+2, 4+2$$

$$y = -2 \quad x = -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6 \quad \text{верно, } \frac{2n-2}{3} \text{ не целое}$$

2) ~~2) $y = 0$~~

раскрываем
насколько он не подходит
поблиз корня

$$2) y = -1 \quad x = 2n + 1 \quad 2n+1 \in [-6; 6]$$

$$\text{при } x, y \text{ - целое} \quad \sin \pi x + \sin \pi y = 0 + 0 = 0$$

$$\text{значит } \cos \pi x - \cos \pi y = 0 \quad \text{тогда так как } \pi x = 0 \text{ - невозможно}$$

$$\text{при } x \in [-6; 6] \quad \cos \pi x = \cos \pi y \quad \pi x = \pm \pi y + 2\pi n$$

$$x = \pm y + 2n \quad \text{значит } x = y \text{ или } x = -y \text{ тогда } \sqrt{6} \text{ или } \sqrt{6} \text{ или}$$

$$\text{одно из значений и если } y = -2, 0 \text{ то } x = -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$$

$$y = -1, 1 \quad x = -5, -3, -1, 1, 3, 5 \quad y = 2 \quad x = -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$$

$$\text{получаем } 2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 6 \text{ пар} = 14 + 12 + 6 = 32$$

Ответ: 32 пары



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^3

a) Решение. $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = -\cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

$$-\cos 2\pi x = -\cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y) \text{ по свойствам косинуса, если}$$

$$\cos \alpha = \cos \beta, \text{ то } \alpha = \pm \beta + 2\pi n$$

тогда

$$1) 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n \quad \pi x = -\pi y + 2\pi n \quad \underline{x = -y + 2n}$$

$$2) 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi n \quad 3\pi x = \pi y + 2\pi n \quad 3x = y + 2n$$

$$x = \frac{y + 2n}{3}$$

Ответ: $(-y + 2n; y); (\frac{y + 2n}{3}; y), y \in \mathbb{R}$

b) $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$, когда

1) $\arcsin \frac{2n-y}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$ тогда получим QD3:

~~$\arcsin \frac{2n-y}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$~~ $\begin{cases} \frac{y}{2} \in [-1; 1] \\ \frac{2n-y}{6} \in [-1; 1] \end{cases}$

Заметим, что так как $\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ то

$\arcsin a + \arcsin b \leq \pi$, причем равенство имеет место, когда

$a, b = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение; пусть было x одноклассников, и y друзей.

Тогда, вероятность того что одна из них поедет

на концерт равна $\frac{4 \cdot 3}{x(x-1)}$, но так как у Пети

изначально вероятность $= 9/10$ - то она должна быть, а если

он поедет, то у Васи уже останутся 3 человека, из

которых одноклассников осталось 1, а друзей

уже 8, следовательно вероятность будет

$\frac{y \cdot (y-1)}{x(x-1)}$ но так же и у Васи. Тогда

$\frac{y(y-1)}{x(x-1)} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)}$ очевидно $x \neq 1$, значит $x(x-1) \neq 0$

$$y(y-1) = 6 \cdot 4 \cdot 3 \quad y^2 - y - 72 = 0 \quad (y-9)(y+8) = 0$$

Очевидно $y = -8$ должно быть, значит $y = 9$

Ответ: 9.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 по условию даны проекции. при обозначении высоты

$\triangle BPH \sim \triangle AH_2B$ так как углы равны.

$$k = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

тогда $BH_2 = \frac{5 \cdot 35}{5 \cdot 2} = 21$

и по теореме Пифагора $AH_2 = \sqrt{30^2 - 21^2} = 3\sqrt{51}$ и $S = \frac{35 \cdot 3\sqrt{51}}{2}$

и по теореме Пифагора $AH = \sqrt{10^2 - 4^2} = 3\sqrt{51}$

Ответ: $\frac{105\sqrt{51}}{2}$

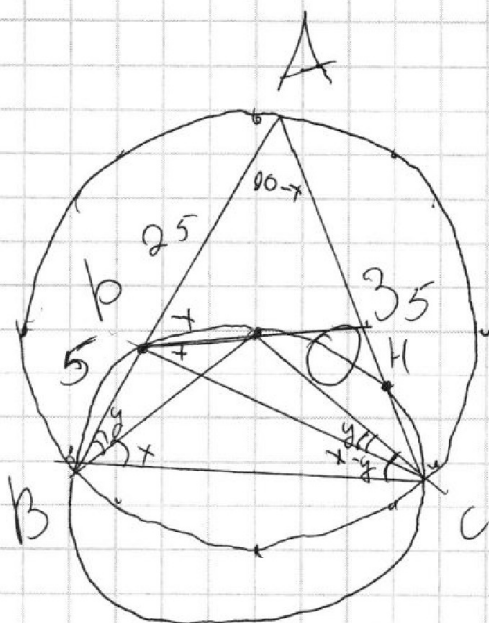


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\overset{N5}{\text{Решение: }} \angle C P B = x$
 $= \angle C Q B$ посылка $O P = O Q$

а угол $A B O = y = \angle P C O$

(они опираются на одну дугу)

тогда $\angle B O C = 180^\circ - 2x$

и посылка $\angle B O C$ — центральный,

$\angle B C = 180^\circ - 2x$, тогда

$\angle B A C = 90^\circ - x$

$\angle B P C = 180^\circ - x + y - y - x = 180^\circ - 2x$

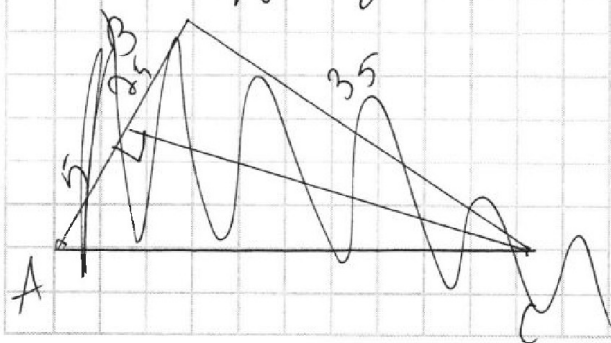
тогда $\angle A P C = 180^\circ - 180^\circ + 2x - x = x$ и если

продлим $P O$ до $A C$ в точку H , то

$\angle P H A = 180^\circ - 90^\circ + x - x = 90^\circ$ значит $P H$ — перпендикуляр,

прямой любой перпендикуляр из центра окр.

в хорду делит её пополам. поэтому $P H$ — перпендикуляр.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит надо найти максимум по x и y

$$2\sqrt{169-x^2} + 2\sqrt{169-y^2}$$

по неравенству Коши

$$\frac{2\sqrt{169-x^2} + 2\sqrt{169-y^2}}{2} \geq \frac{2\sqrt{144} \cdot \sqrt{169-x^2}}{12} = 2\sqrt{169-x^2}$$

$$\text{Значит } 2\sqrt{169-x^2} + 2\sqrt{169-y^2} \leq \frac{169-x^2 + 169-25 + 169-y^2 + 169-25}{12}$$

$$= \frac{169 \cdot 2 + 144 \cdot 2 - x^2 - y^2}{12} = \frac{169 \cdot 2 + 144 \cdot 2 - 50}{12} = \frac{169 + 144 - 25}{6}$$

$$= \frac{144 + 144}{6} = \frac{12 \cdot 12 \cdot 2}{6} = 48 \quad \text{и равенство когда } x=y$$

и равенство достигается лишь тогда, когда $169-x^2 = 169-25$
 и $169-y^2 = 169-25$, значит $x^2 = y^2 = 25$

$$x, y = \pm 5 \quad \text{когда } 5\sqrt{2} \cos \alpha = \pm 5$$

$$5\sqrt{2} \sin \alpha = \pm 5$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{значит } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$

$$\text{и тогда равенство равно } 2 \cdot 12 + 2 \cdot 12 + \pi r = 48 + \pi r$$

$$\text{Ответ: } M = \pi r + 48; \quad \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

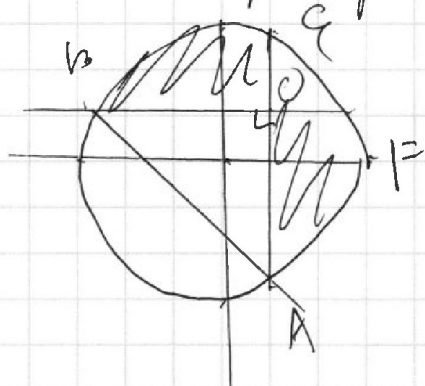
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда, пусть O лежит в точке $(x_2'; y_2')$ где $x_2'^2 + y_2'^2 = 50$

тогда длина горизонтальной прямой будет $2 \cdot \sqrt{169 - y_2'^2}$, а вертикальной $2 \cdot \sqrt{169 - x_2'^2}$. по теореме Пифагора. Теперь рассмотрим углы.



рассчитываем прямоугольный треугольник

$$BO = \sqrt{169 - y_2'^2} + x_2'$$

$$OA = \sqrt{169 - x_2'^2} + y_2'^2$$

$$\text{тогда } \angle A = \arctg \frac{\sqrt{169 - x_2'^2} + y_2'^2}{\sqrt{169 - y_2'^2} + x_2'}$$

$$\alpha < \beta = \arctg \frac{\sqrt{169 - x_2'^2} + y_2'^2}{\sqrt{169 - y_2'^2} + x_2'} \quad \arctg \alpha + \arctg \frac{1}{\alpha} = \frac{\pi}{2}$$

если $\alpha > 0$, значит $\angle A = 90 - \angle B$.

$$\text{тогда } \omega \in B \cup A \cup FA = 2(90 - A)$$

$$\text{и периметр } \omega \in B = \frac{2 \angle A \cdot 2\pi}{360} \quad \cup FA = \frac{2(90 - \angle A) \cdot 2\pi}{360}$$

$$\cup B + \cup FA = \frac{2 \cdot 90 \cdot 2\pi}{360} = \pi - \text{тогда касательная.}$$

$$\text{и весь периметр равен } 2\sqrt{169 - y_2'^2} + 2\sqrt{169 - x_2'^2} + \pi$$

$$\text{где } A \text{ где } x_2'^2 + y_2'^2 = 50$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: видно, что график $16x^2 + 9y^2 = 13$ — это овал радиуса 13,
закрашенный изнутри.
рассмотрим график $(x-a)(y-b) \leq 0$

возможно ~~два~~ случая

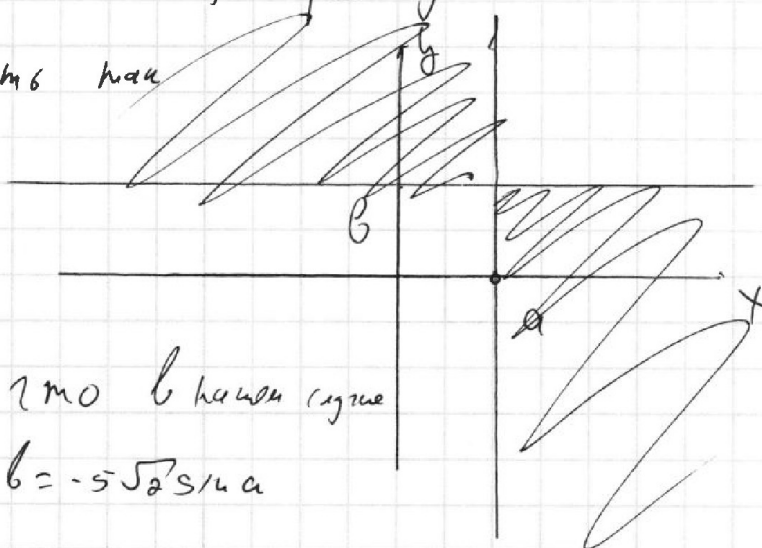
1) $x > a$ $y < b$

2) $x = a$ $y \in \mathbb{R}$

3) $x < a$ $y > b$

4) $x \in \mathbb{R}$ $y = b$

и будет выглядеть так



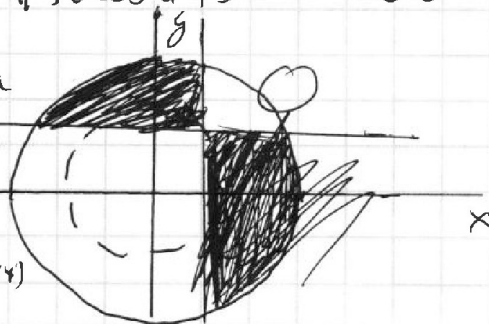
при этом заменим, что в нашей задаче

$$a = -5\sqrt{2}\cos\alpha \quad b = -5\sqrt{2}\sin\alpha$$

и наша точка, когда наш график можно считать
пересекает две прямые, эти углы от центра
(идея окружности) всегда на $\sqrt{50\cos^2\alpha + 50\sin^2\alpha} = \sqrt{50}$
и поэтому график такого вида

где точка O лежит на ове

радиуса $\sqrt{50}$ (O — пересечение прямых)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 \cdot \sin(180^\circ - \alpha) = 4 \cos(2\alpha - \alpha)$$

$$6 \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha - 6 \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{BC}{\cos \alpha} = \frac{30}{\cos(2\alpha - \alpha)}$$

$$\frac{BC}{\cos \alpha} = \frac{30}{\cos \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \cos \alpha$$

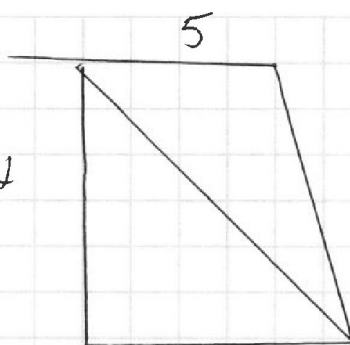
$$R_2 = \frac{BC}{2 \cos \alpha \cdot 2 \sin \alpha} = \frac{BC}{2 \sin 2\alpha}$$

$$\frac{5}{2 \sin 2\alpha} = \frac{5 \cdot \sin 2\alpha}{BC}$$

$$2\alpha - 2 + 180 - \alpha = 90 + \alpha - \alpha$$

$$\frac{35 \cdot 30}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{25 \cdot 35}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha \cdot \frac{35}{2} \cdot 5$$



$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2r$$

$$R = \frac{BC}{2 \sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$R_2 = \frac{BC}{2 \sin(90^\circ - \alpha) \cdot 2 \sin \alpha} = \frac{BC}{2 \sin 2\alpha}$$

$$R = \frac{BC}{2(\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

~~250~~

$$\frac{BC}{2 \sin 2\alpha} = \frac{5}{2 \sin 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{5 \cdot \sin 2\alpha}{BC}$$

$$\frac{30}{\cos(2\alpha - \alpha)} = \frac{35}{\sin(2\alpha - \alpha)}$$

$$5 \cos(90^\circ + \alpha - \alpha) = 7 \cos(\alpha - \alpha)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

избавимся от

Знаем $\arcsin \frac{2n-y}{6} + \arcsin \frac{y}{2} = \pi$ или, тогда,

когда $\frac{y}{2} = 1$ $\frac{2n-y}{6} = 1$

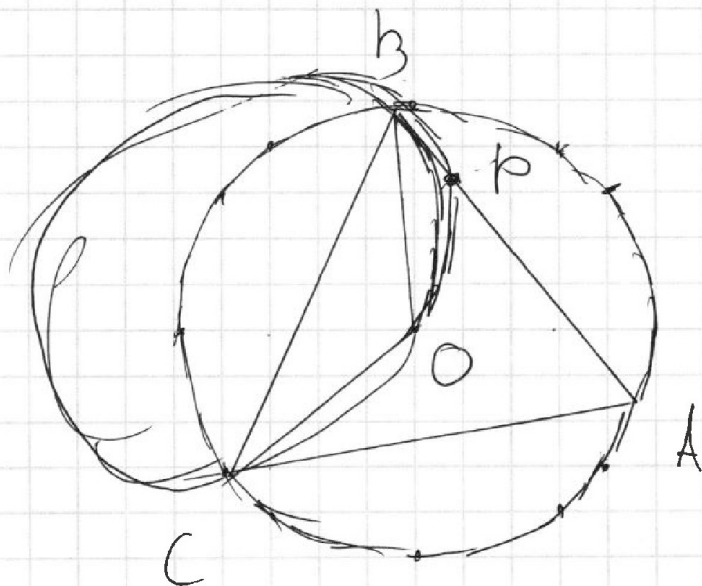
получаем $y=2$ $2n-2=6$ $2n=8$ $n=4$

Знаем, что остальное будет зависеть от того, как мы

получим

~~(при $y=2$)~~

если $y \neq 2$ то $y \in [-1; 1]$ $y \in [-2; 2]$ и
 $\frac{2n-y}{6} \in [-1; 1]$ $2n-y \in [-6; 6]$ ~~и~~





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Выразим: $\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x$

$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = -\sin \pi y \sin \pi x$

$\sin \pi x$

$4 \equiv 1111 x$

$B = 606$

$-1 < \frac{2n-y}{6} < 1$

$-6 < 2n-y < 6$

$-1 < \frac{y}{2} < 1$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = 5$

$-\cos 2\pi x = -\cos(\pi x - \pi y) \Rightarrow -2 < y < 2$

$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} = 5$

$(y+2)^3 - 2 < y < 0$

$(y^2 + 4y + 4)(y+2)$

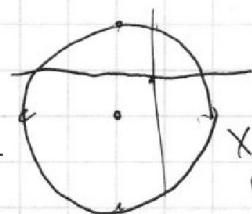
$y^3 + 4y^2 + 4y + 2y^2 + 8y + 4$
 $y^3 + 6y^2 + 12y + 4$

$\frac{y+x+5}{xy} = 5$

$\frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)} = 5$

$\frac{x}{6} : \frac{y}{2} = 1$

$x=6 \quad y=2$



$xy = xy - 2y + 2x - 4$

$2y - 2x = -4$

$y - x = -2$

$y = x - 2$

$x^3 - y^3 - 6xy = x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2)$

$2 \sqrt{169 - 50} x$

$\frac{\sqrt{169 - 50} + 169 - 50}{169 \sqrt{50}}$

$(x-2)(x^2 - 4x + 4) = x^3 - 4x^2 + 4x - 2x^2 + 8x - 8 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

$x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x$

$(5+y)^3 = 125$

$(25 + 10y + y^2)(5+y) = 125 + 50y + 5y^2 + 25y + 5y^2 + y^3$

$= 125 + 75y + 15y^2 + y^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

