



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1) по условию $A = \frac{1111a}{11} = 111a = 11 \cdot 101a$
- 2) Внимательно, что 101 - простое число.
- может быть $AB(= k^2$, и $A : 101$, то $k^2 : 101$; $\Rightarrow k : 101$; $\Rightarrow$
($k \in K$)
- $\Rightarrow k^2 : 101^2$. тогда $AB(: 101^2$
- $A = 101 \cdot 11a : 101^2$. $101 \cdot 11a : 101^2$, н.в. $a \in [1; 9]$; $11 : 101$
и 101 - простое
 - $(-)$ - делительное число $\Rightarrow$ $(: 101$, н.в. 101 - простое.
 - знаем $B : 101$. В номере должно быть равно 101, 201, 301, 401, 501, 601, 701, 801, 901. По условию разрядов должно быть $B = 101$
- 3) Аналогично (2) $AB(: 11^2$
- $A = 101 \cdot 11a : 11^2$. $101 \cdot 11a : 11^2$, н.в. $a \in [1; 9]$; $101 : 11$
и 11 - простое
 - $B = 101 : 11$
 - знаем $C : 11$. (номер должен быть равно 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.
- по условию разрядов только $C = 55$
- 4) тогда $AB(= 101 \cdot 11 \cdot a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 5 = (101 \cdot 11)^2 \cdot 5a = k^2$ $k \in K$
тогда равенство возмозможное, неотрицательное, тогда 5a должно
квадратом натурального числа. $5a : 5 \Rightarrow 5a$ делится : 25
н.в. 11 и a - цифра $\in [1; 9]$, но $11 \cdot 5$ $a = 5$ - единственн
вариант.
(5555; 101; 55) - единственная возмозможная тройка.
Ответ: (5555; 101; 55)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 13

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12

$$\boxed{n \neq 3} \quad n, y > 0$$

1) пусть $n_1 = n - 3$; $y_1 = y + 3$

пусть $k_1 = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{y_1} + \frac{1}{n_1 y_1}$

2) по условию $k = k_1$; $\Rightarrow \frac{1}{n} + \frac{1}{y} + \frac{1}{ny} = \frac{1}{n-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(n-3)(y+3)}$ (*)

(*) $\frac{n+y+1}{ny} = \frac{n+y+1}{(n-3)(y+3)} \quad | : n+y+1 > 0 \quad (n, y > 0);$

$\frac{1}{ny} = \frac{1}{(n-3)(y+3)} \Rightarrow ny = (n-3)(y+3); \quad -3y + 3n - 9 = 0;$
 $\boxed{n - y = 3};$

$\boxed{n = y + 3}$

3) $M = n^3 - y^3 - 9ny = (n-y)(n^2 + ny + y^2) - 9ny = 3(n^2 + ny + y^2) - 9ny =$
 $= 3(n^2 - 2ny + y^2) = 3(n-y)^2 = \boxed{27}$ —- эк. возможных вариантов

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 4 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a)

13

$$(\sin 5x - \sin 5y) \sin 5x = (\cos 5x + \cos 5y) \cos 5x$$

↑
↓

$$\cancel{\sin \frac{x-y}{2}} \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin 5x = \cancel{\cos \frac{x+y}{2}} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \cdot \cos 5x$$

- или $\cos \frac{x+y}{2} = 0$, но равенство верно.

$$\frac{x+y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x+y}{2} = \frac{\pi}{2} + k; \quad x+y = \pi + 2k; \quad y = -x + \pi + 2k$$

ответом все пары будут $(x_0; -x_0 + \pi + 2k); k \in \mathbb{Z}$

- или $\cos \frac{x+y}{2} \neq 0$, поделим на него обе части;

$$2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \sin 5x = 2 \cos \frac{x-y}{2} \cdot \cos 5x$$

$$\text{положим } \frac{x-y}{2} = a; \quad 5x = b$$

$$2 \sin a \cos b = 2 \cos a \cos b; \quad (\Rightarrow) \quad \cos(a-b) - \cos(a+b) = \cos(a-b) + \cos(a+b);$$

$$\cos(a+b) = 0; \quad a+b = \frac{\pi}{2} + \pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x-y}{2} + 5x = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad | \cdot \frac{2}{5} \quad x-y + 2x = \frac{\pi}{5} + 2\pi n;$$

$$3x-y = \frac{\pi}{5} + 2\pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

ответом все пары будут $(x_0; 3x_0 - \frac{\pi}{5} - 2\pi n); n \in \mathbb{Z}$

1a) Ответы: $(x_0; -x_0 + \pi + 2k); (x_1; 3x_1 - \frac{\pi}{5} - 2\pi n); n, k \in \mathbb{Z}$

б) (нужно считать?) $n, y \in \mathbb{Z}$: вспомогательно 1a) и

$$a \cos \frac{\pi}{5} + a \cos \frac{6\pi}{5} \leq 2\pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) по определению, $\begin{cases} \arccos \frac{x}{4} \leq \pi; & x \in [-4; 4] \\ \arccos \frac{y}{9} \leq \pi & y \in [-9; 9] \end{cases} (*)$

неотрицательные ограничения.

н.д. $x \in \mathbb{Z}$ и $y \in \mathbb{Z}$, то x может принимать значения $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$

y может принимать значения $-9; -8; -7; \dots; 7; 8; 9$

2) заметим, что $\arccos \frac{x}{4} \leq \pi$ и $\arccos \frac{y}{9} \leq \pi$

значит $\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} \leq 2\pi$. Но у нас строгое неравенство. значит, для его выполнения достаточно (учитывая $(*)$)

$$\begin{cases} \arccos \frac{x}{4} \neq \pi \\ \arccos \frac{y}{9} \neq \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} \neq -1 \\ \frac{y}{9} \neq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ y \neq -9 \end{cases}$$

н.д. пара $(-4; -9)$ - не подходит. Остальные возможные пары, удовл. $(*)$ подходят под решение неравенства.

Осталось проверить, можно ли нам удовлетворить условиям а. пусть Σ - кон. во рел.

3) - для $x = -4$, но под условием подходит пара $(-4; -9)$

$(-4; -3+2k)$ и $(-4; -13-2n)$ $k, n \in \mathbb{Z}$

$(2.1) \downarrow$ (2.2)

$(2.1) -9 \leq -3+2k \leq 9 \quad || :2$

$-6 \leq 2k \leq 12$

$k \in [-3; 6]$ но $k=6$ не подходит, так. пара $(-4; 9)$ - не подходит.

Остальные $k \in [-3; 5]$ - подходят. упр. равно 9 или 9, следовательно и решение

$(2.2) -9 \leq -13-2n \leq 9 \quad || :(-2)$ $9 \geq 2n+13 \geq -9 \quad || :(-2)$ $-4 \geq 2n \geq -22$

$n \in [-11; -2]$, но $n=-11$ не подходит, н.д. пара $(-4; 9)$ не подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 3 (уточ.)

~~Решение задачи № 2:~~

~~$h \in [-11; -2]$ $h = -11$ не подходит, т.к. пара $(-9; 9)$ не подходит.~~

~~Остаточная $h \in [-10; -2]$ подходит. Им равно $\boxed{9}$ вариантов, сумма $-9; 9$~~

4) ~~или $n = -3$:~~

~~$\boxed{9} \cdot 15$~~

~~4.1) $(-3; -2+2h)$ $-9 \leq -2+2h \leq 9$; $-7 \leq 2h \leq 11$~~

~~$h \in [-3; 5]$ $\boxed{9}$ вариантов; все подходит~~

~~4.2) $(-3; -10-2h)$ $-9 \leq -10-2h \leq 9$; $9 \geq 2h+10 \geq -9$~~

~~$-11 \leq 2h \leq -15$ $h \in [-5; -7]$~~

~~$\boxed{9}$ вариантов, все подходит~~

5) ~~или $n = -2$:~~

~~5.1) $(-2;$~~

Пока мы не сможем учитывать совпадения

~~3) $n = -4$, но h не подходит, т.к. пара $(-9; 9)$ не подходит~~

~~$(-9; 5+2h)$; $(-9; -13-2h)$; $h, n \in \mathbb{Z}$~~

~~1) 1.1)~~

~~1) 2.1)~~

~~(3.1) $-9 \leq 5+2h \leq 9$~~

~~$h = -7$~~

~~$(-9; -9)$~~

~~$-7 \leq h \leq 2$ $h \in [-7; 2]$, но $h = -7$ не подходит, т.к. $(-9; -9)$ не подходит.~~

~~Остаточная $h \in [-6; 2]$: 9 вариантов $\Rightarrow \boxed{9}$ пер., все подходит~~

~~(4.2) $-9 \leq -13-2h \leq 9$; $-9 \geq 13+2h \geq -9$; $h \in [-11; -2]$~~

~~но $h = -11$ не подходит, т.к. $(-9; 9)$ не подходит. $(-9; -9)$ не подходит.~~

~~$h = -2$~~

~~Остаточная $h \in [-10; -2]$: 9 вариантов $\Rightarrow \boxed{9}$ пер., все подходит~~

~~подходит~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 8 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Далее $27-4 \Rightarrow$ если $\frac{n}{2} \neq \pi \Rightarrow$ по ОДЗ пер-во

$\arccos \frac{2}{n} + \arccos \frac{4}{n} < \pi$ обязательно всегда, н.л.

~~Остаток~~ далее при переносе n из неравенства
 и дополнительные условия: удовлетворение ур-ния (6)
 и $\begin{cases} n \in [-4; 4] \\ n \in [-5; 9] \end{cases}$

4) - если $n = -3$

(4.1) $[-3; 4+2n]$ $-9 \leq 4+2n \leq 9$ $k \in [-6; 2]$: **9 пер.**
 $-7 \leq 2n \leq 5$

(4.2) $[-3; -10-2n]$ $-9 \leq -10-2n \leq 9$ $n \in [-5; -1]$: **9 пер.**
 $-19 \leq 2n \leq -7$

5) - если $n = -2$:

(5.1) $[-2; 3+2n]$ $-9 \leq 3+2n \leq 9$ $k \in [-6; 3]$: **10 пер.**

(5.2) $[-2; -7-2n]$ $-9 \leq -7-2n \leq 9$ $n \in [-8; 1]$: **10 пер.**

6) - если $n = -1$:

(6.1) $[-1; 2+2n]$ $-9 \leq 2+2n \leq 9$ $k \in [-5; 3]$: **9 пер.**

(6.2) $[-1; -4-2n]$ $-9 \leq -4-2n \leq 9$ $n \in [-6; 2]$: **9 пер.**

7) - если $n = 0$:

(7.1) $[0; 1+2n]$ $-9 \leq 1+2n \leq 9$ $k \in [-5; 4]$: **10 пер.**

(7.2) $[0; -1-2n]$ $-9 \leq -1-2n \leq 9$ $n \in [-5; 4]$: **10 пер.**

8) - если $n = 1$:

(8.1) $[1; 2n]$ $-9 \leq 2n \leq 9$ $k \in [-4; 4]$: **9 пер.**

(8.2) $[1; 2-2n]$ $-9 \leq 2-2n \leq 9$ $n \in [-3; 5]$: **9 пер.**

~~9) -~~

9) - если $n = 2$:

(9.1) $[2; 4n-1]$ $-9 \leq 4n-1 \leq 9$ $k \in [-4; 5]$: **10 пер.**

(9.2) $[2; 5-2n]$ $-9 \leq 5-2n \leq 9$ $n \in [-2; 7]$: **10 пер.**

$$|n\rangle + |n\rangle = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
10 ИЗ ??

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда итогов

$$\Sigma = (915-9) \cdot 5 + (10120-20) \cdot 4 = 40 + 45 = \boxed{85}$$

~~85~~ (5) Answer: ~~85~~ 85



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

14 ИЗ 13

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть ~~на~~ ^{на} вилке ровно n чел. Тогда считаем, что $n \geq 5$, ~~то~~ ^{то} ~~уже~~ ^{уже} задано не менее 5 человек.

Пусть в конце мессажа было k человек. $k \geq 4$

• начало мессажа: n чел и k человек

• конец мессажа: n чел и k человек

Пусть P_1 - вер-ть того, что P_n в начале понадеж на кого-то в начале мессажа.

Пусть P_2 - вер-ть того, что P_n в конце понадеж на кого-то в конце мессажа.

2) Рассмотрим P_1 : $P_1 = \frac{\text{вер. успеха}}{\text{вер. успеха} + \text{вер. неудачи}}$ (содержит независимые и зависимые)

Вер-ть успеха ровно $\binom{n}{k}$ (выберем k человек из n).

Неудача: $n-2$ человек ровно $\binom{n-2}{k-2}$. (даем P_n в начале и на оставшихся $k-2$ "места" выберем $n-2$ из $(n-2)$ -х человек)

$$P_1 = \frac{\binom{n-2}{k-2}}{\binom{n}{k}} = \frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!}}{\frac{n!}{k!(n-k)!}} = \frac{12}{n(n-1)}$$

3) Рассмотрим P_2 : $P_2 = \frac{\text{вер. успеха}}{\text{вер. успеха} + \text{вер. неудачи}}$

Вер-ть успеха ровно $\binom{n}{k}$ (выберем k человек из n)

Неудача: $n-2$ человек ровно $\binom{n-2}{k-2}$ (даем P_n в начале и на оставшихся $k-2$ места выберем $n-2$ из $(n-2)$ -х человек)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
12 из 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n < k$ (прог)

$$\text{тогда } P_1 = \frac{\binom{n-2}{k-2}}{\binom{n}{k}} =$$

$$= \frac{(n-2)!}{(k-2)! \cdot (n-2-(k-2))!} \cdot \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{(n-2)!}{(k-2)! \cdot (n-k)!} \cdot \frac{k! \cdot (n-k)!}{n!} =$$

$$= \frac{(k-1)k}{(n-1) \cdot n}$$

4) по условию, $P_2 = 3,5 P_1$; $P_2 = \frac{7}{2} P_1$.

тогда $\frac{(k-1)k}{(n-1) \cdot n} = \frac{7}{2} \cdot \frac{12}{n(n-1)} \mid \cdot n(n-1) > 0 \quad (n \geq 5)$

$$k^2 - k = 42; \quad k^2 - k - 42 = 0 \quad \begin{cases} k = 7 \\ k = -6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} k = 7 \\ k = -6 \text{ - не подходит (} k > 0 \end{array}$$

k = 7 - подходит. При предположении $k = 7$ или равносильности, так что $k = 7$ - ед. подходящее значение.

Ответ: 7

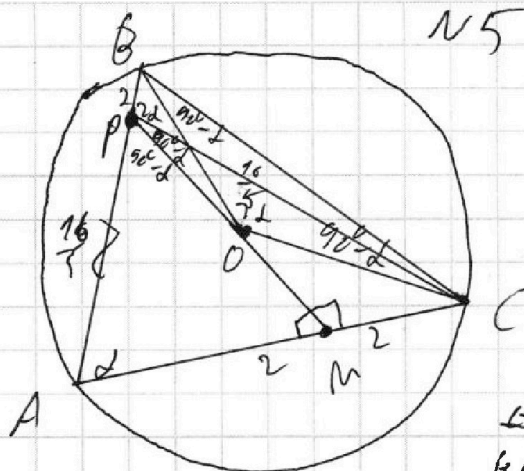


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
16 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) н.с. Р лежит на отрезке, отрезав от BOC, то PBCO - вписан.

2) пусть $\angle BAC = d$; тогда $\angle BOC = 2d$ (центральный угол)

~~Л.с.с.~~
4) POC - вписан $\Rightarrow \angle BPC = 2d$

3) ~~BO = OC = R~~ (по условию)

3) пусть $BO = R$. н.с. $BO = OC$, то $\angle BOC = \alpha = 2d$. $\triangle BOC$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB = 90^\circ - d$

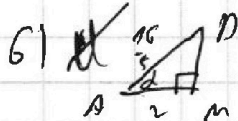
4) $\triangle POC$ - вписан $\Rightarrow \angle OPC = \angle OBC = 90^\circ - d$

~~н.с.~~ $\angle APO = 180^\circ - \angle OPB = 180^\circ - 2d - 90^\circ + d = 90^\circ - d$; PO - делит $\angle APC$.

пусть $PO \cap AC = M$

Заметим, что $\angle PAM + \angle PMA = 90^\circ \Rightarrow \angle AMP = 90^\circ \Rightarrow PO$ - высота $\triangle APC$

5) в $\triangle APC$ PO - высота и медиана $\Rightarrow \triangle APC$ - равнобедренный. $AP = PC = \frac{16}{5}$; PM - медиана; $AM = AC = 2$



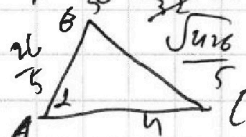
6) $\triangle APC$ $\cos d = \frac{2}{16} \cdot 5 = \frac{5}{8}$; $\cos d = \frac{5}{8}$; $\sin d = \frac{\sqrt{39}}{8}$
 d - острый

7) Пусть $\triangle BPC$:

$$\cos d = \frac{2}{16} \cdot 5 = \frac{5}{8} \Rightarrow \sin d = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$BC^2 = BP^2 + PC^2 - 2 \cdot BP \cdot PC \cdot \cos d = 6^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{8} = 36 + \frac{256}{25} - 24 = \frac{426}{25}$$

8) Пусть $\triangle ABC$:



$$AB = \frac{16}{5} \cdot 2 = \frac{32}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

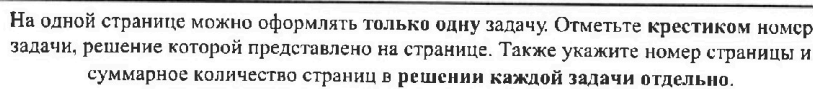
7
☐

СТРАНИЦА
17 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S(ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{26^2}{5} \cdot \frac{\sqrt{39}}{2} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$$

Ответ: $\frac{13\sqrt{39}}{10}$

7
□

СТРАНИЦА
19 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

146

Removal:

1) $\begin{cases} |n-2m+1|/|y-2m+1| \leq 0 & (1) \\ n^2 k_0^2 \leq 9 & (2) \end{cases}$

$|Q| \cdot n^2 \cdot k^2 \leq 9$ - однако не може, јер Q је 3×3 матрица
и на Q је $Q = (0, 0)$; $k=3$

[illegible]

Wegen $|n - \text{rand}| / |y - \text{rand}| \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n > \text{rand} \\ y > \text{rand} \\ n < \text{rand} \\ y < \text{rand} \end{cases} \quad (*)$

2) Homogene Dgl mit $n^2 + 1 = 0$ (Lsgen $(\pm i)^k$; $k=1$)

~~В~~ базисе $L = L_0$ норма $x = \|x\|_{L_0}$ - нормировка:
 для L_0 на "единичной" сферике $(R=2)$ (векторное в
 2-гоза). на L_0 одушка. аналогично $y = 2\|y\|_{L_0}$ - нор-
 мировка L_0 на "единичной" сферике $(R=2)$ (век. в 2-гоза/
 на L_0 одушка.

могут (* |) задавать 2 непересекающихся отрезка, ~~из~~ которых
образуют 2 взаимноперпендикулярных вектора.

ночь на все времена и дни



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16 (человек)

$$CB' = \sqrt{(u_0)^2 + (u_0)^2} = 2\sqrt{u_0^2} = 2\sqrt{4m^2 + 4m^2} = 4, \text{ м. р.}$$

пусть CB' не зависит от выбора l .

и тогда мы будем иметь $|B' - \text{определение точки } O_1;$

$B - \text{определение } A \text{ от точки } O_2), \quad uB'D = uAB.$

тогда

$$uCB + uAD = uCB' \quad \text{она определена на основе } CB',$$

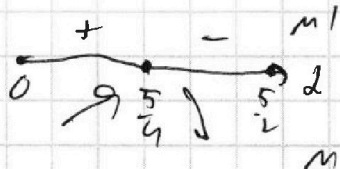
$$CB' = 4 \text{ м. р.} \quad \text{Значит } uCB' = \text{const}$$

$$M = 4m + 4m + uCB'$$

$$M' = 4m + 4m = 0; \quad \text{тогда } m = 0 \quad \text{или } m = 0, \text{ или } m = 0$$

Значит $m = 0$

$$l = 1, \text{ м. р. } \in [0, 5], \text{ но } l = \frac{5}{4}$$



$$M(\frac{5}{4}) = 4 \cdot \frac{5}{4} - 4 \cdot \frac{1}{4} = 2.5 - 1 = 1.5 > 0$$

$$l = \frac{5}{4} - \text{тогда } m = 0$$

$M \rightarrow \max$ при $l = \frac{5}{4}$; $m = 0$ (тогда $m = 0$)

тогда $m = 0$: $l = \frac{5}{4} + 5k$ $k \in \mathbb{Z}$
 $l = \frac{35}{4} + 5k$ $k \in \mathbb{Z}$ или $l = \frac{5}{4} + 5k$; $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{при } l = \frac{5}{4}: M = 4 \cdot \frac{5}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} = 2.5 + 1 = 3.5$$

$$= 4m + uCB'$$

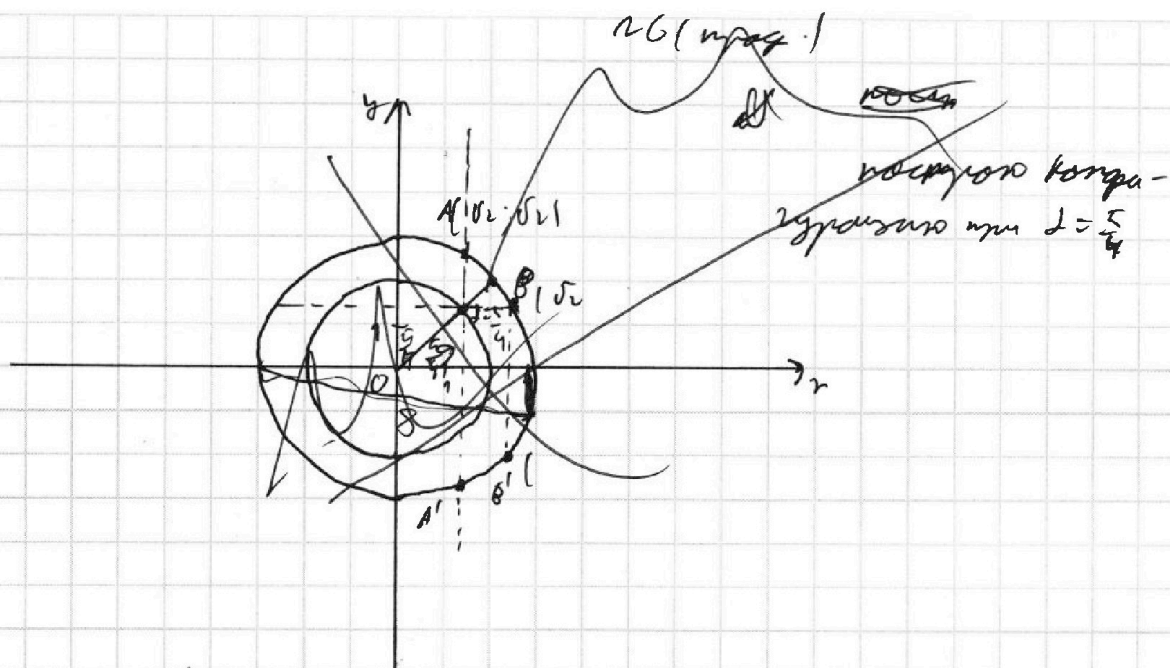


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

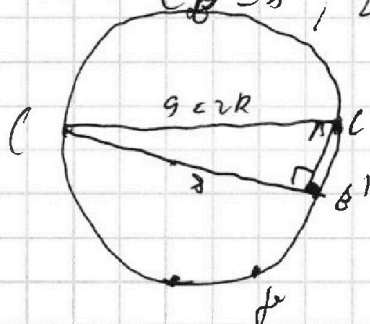
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
23 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



н.н. $\angle D' = 8$; $2R = 9$, но $\angle DDB' =$



$$\beta = \arctan \frac{8}{9}$$

$$\text{и тогда } \angle DDB' = \frac{2R}{\sqrt{8}} \cdot \arctan \frac{8}{9} =$$

$$\approx 3 \arctan \frac{8}{9}$$

Ответ: $4R^2 + 3 \arctan \frac{8}{9}$; $\angle = \pm \frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
6 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \leq 25$$

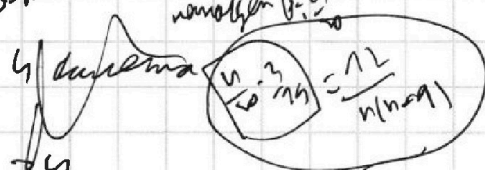
$$-25 \leq \frac{\pi}{4} \leq 25$$

$$x \in [-4; 4] \quad y \in [-9; 9]$$

$$x = -4 \quad y = 24$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \leq 5 \quad \sin \frac{\pi}{4} \leq 5$$

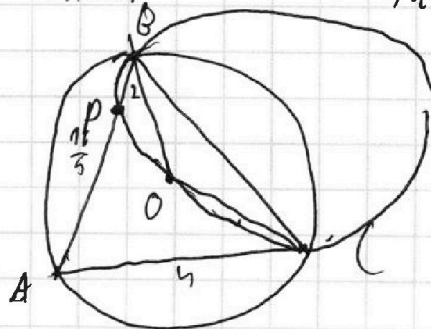
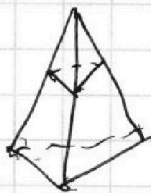
функция $y = \sin \frac{\pi}{4} = 5$; $\frac{\pi}{4} = -7$
 $x = -4$
 $y = 24$

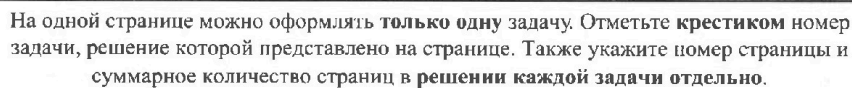


n цел; k цел
 n цел; k цел

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!}$$

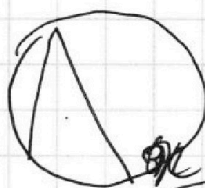
$$P = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!}$$





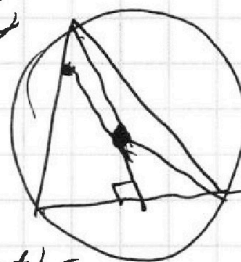
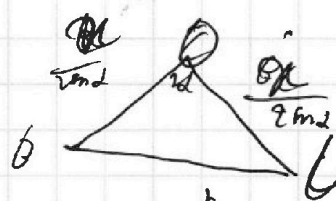
СТРАНИЦА
13 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$h = \frac{Q}{2\pi d}$$



$$\frac{1}{t} - \frac{1}{t(1-t)} =$$

$$c = \frac{1.716}{t} = 7$$

beginning with 2nd PL)

PC 2 reg 2

2. b b) warum a?

↳ DOLL warum die

16.25 =

$$2 \cdot 4 \cdot 16 = 2^4 \cdot 2^1$$

$$w_{sd} = \frac{266}{25} + \frac{1410}{25} - \frac{1892}{65} =$$

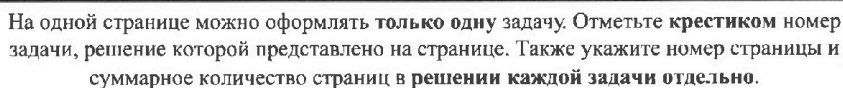
$$= \frac{156 - 156^L}{118.5}$$

$$h_c) = 16 + \frac{16^2}{5^2} - 2 \cdot \frac{16}{5} \cdot \cos d =$$

$$z^L = 4 + pL^L - 4pL \cos \alpha$$

$$16.4.2.5 \rightarrow 16.645640$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



СТРАНИЦА
74 ИЗ 73

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\text{изомб } \angle BAC = \angle C$ - внутренний

$$\angle BOC = 2\alpha, \quad BO = OC = R \leftarrow (\text{radius})$$

2/4. а. Р. Смена на Огу, Омузентей

опред. ΔGOC , мо

$\boxed{BPOC - \text{Burananin}} \Rightarrow \angle GPC = \angle GOC =$

3) ~~n/gump~~ $BC = n$; $PC = y$ $= 2d$

g) $\text{hom. in } \triangle ABC: \frac{BC}{m_d} = 2k;$

$$k = \frac{n}{2 \ln 2}$$

5) $\cos \Delta PR$ no m, cos;

$$y1 = \frac{182}{25} + 16 - 2 \cdot \frac{16}{5} \cdot 4 \cdot \cos 2, \quad y2 = \frac{256 + 400 - 640 \cos 2}{25} = \frac{656 - 640 \cos 2}{25}$$

$$g_2 = \frac{10(47 - 40 \cos 1)}{25}$$

$$u_1 - u_0 \cos \alpha = \frac{2592}{76} ; u_0 \cos \alpha = \frac{656 - 2592}{16} \quad \boxed{\cos \alpha = \frac{656 - 2592}{640}}$$



$$\text{w.r. cos: } n^2 = y^2 + y^2 + 4y \cos 2d = y^2 + y^2 + 4y(1 - 2 \sin^2 d) = y^2 + 4y + 8y \sin^2 d$$

$$n^1 = y^1 - y_5 + y + \cancel{8y \ln^2 d}; \quad n^2 = y^1 - y_5 + y + \cancel{8y} - \cancel{8y \ln^2 d} =$$

$$= y^2 + 4y + 4 - 8y \cdot \frac{(1450 - 1500) \text{ L}}{640 \text{ L}} = n^2$$

$$71 \text{ B} \Delta \text{ BOC} =$$

$$\frac{256}{25} + 2 \cdot \frac{195}{5} + 2 \cdot \frac{7}{5} = \frac{256 + 20}{25}$$

$$61 = 76 + \frac{676}{25} - 2 \cdot \frac{2 \cdot 13}{5} \cdot 5$$

$$16 + \frac{26 \cdot 26 - 26 \cdot 25}{5} = 16 + \frac{26}{5} = \frac{126}{5}$$



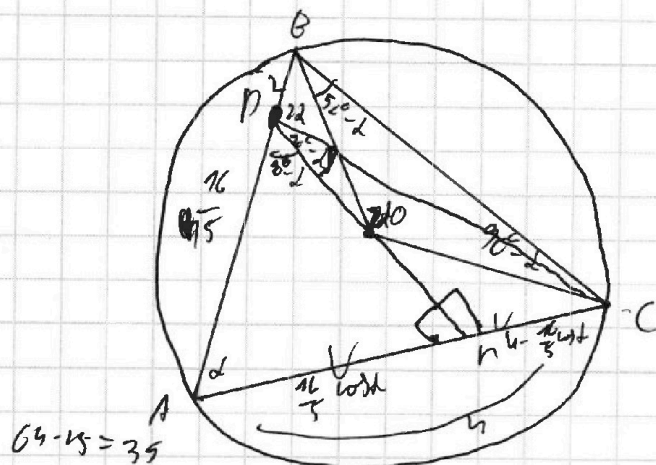
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

15 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$64 - 15 = 35$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 25 \\ \hline 39 \end{array}$$

$$AP = \frac{16}{5} \cos \alpha$$

$$AP = \frac{16}{5} \cos \alpha$$

$$\frac{\frac{16}{5}}{\frac{16}{5} \cos \alpha} = \frac{PC}{20}$$

$$\frac{16}{5} \cos \alpha = 20 - 16 \cos \alpha = \frac{16 \cos \alpha}{5} - \frac{5}{20 - 16 \cos \alpha} = \frac{1}{7}$$

$$1 \cdot \frac{20}{84} - 1 = \frac{20}{84} - 1 = \frac{15 - 32}{3} = \frac{-17}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
18 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n \leq 2m \leq 2m$$

$$n^2 - 2md \cdot n - 2md \cdot y + 4m^2 \leq 0$$

$$n \geq 2md \quad \text{or} \quad n \leq 2md$$

$$n \geq 2md \quad \text{or} \quad n \leq 2md$$

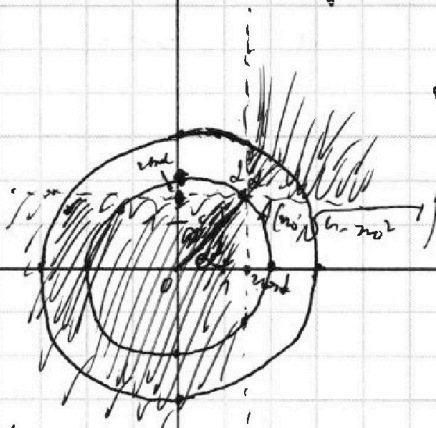
$$n^2 - 2md \cdot n - 2md \cdot y = 0 \quad \text{or} \quad n^2 - 2md \cdot n - 2md \cdot y = 0$$

$$n \geq 2md$$

$$n < 2md$$

$$n^2 - 2md \cdot n - 2md \cdot y = 0$$

$$n^2 - 2md \cdot n - 2md \cdot y = 0$$



$$(2y_0 | 2 + 2y_0) =$$

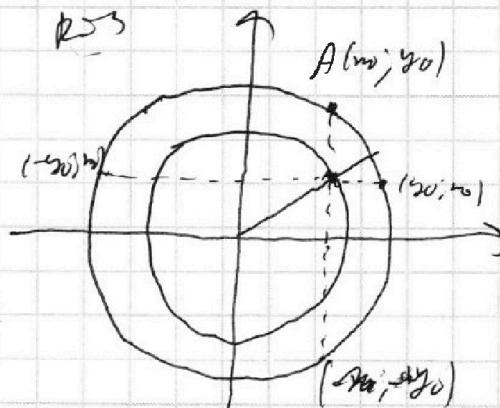
$$= 2y_0^2 + 2y_0$$

$$y > 0$$

$$n^2 - 2md \cdot n - 2md \cdot y = 0$$

$$y =$$

РЗЗ



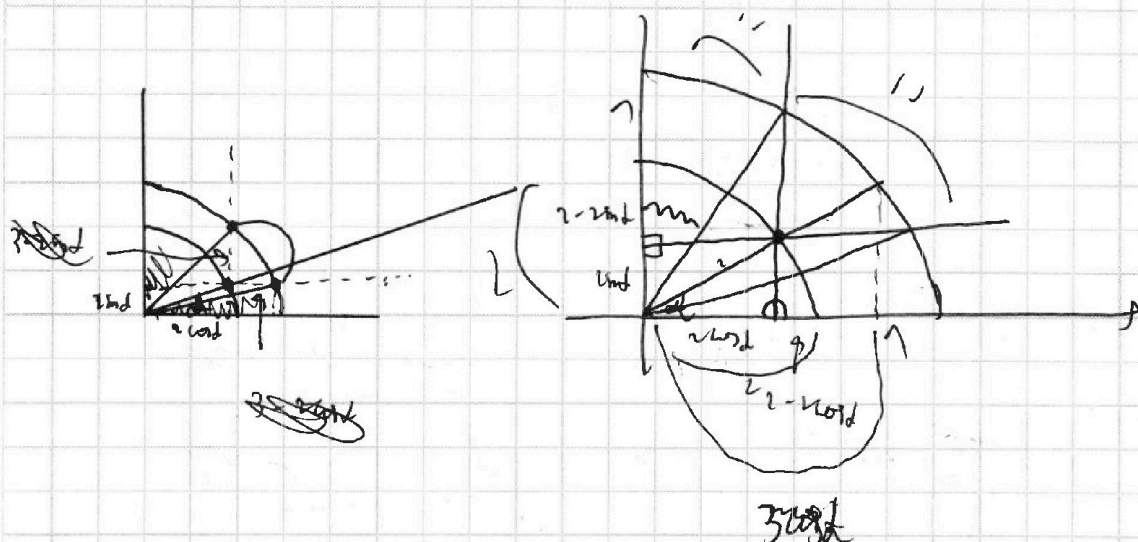


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
22 ИЗ 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

