



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} - \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

П.к. число A - четырехзначное из одинаковых цифр, то $A = x \cdot 1111$ (x - цифра от 1 до 9)

$$\Rightarrow A \cdot B = x \cdot 11 \cdot 101$$

101 - простое

C - двузначное

$A \cdot B \cdot C$ - полный квадрат

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow B : 101 \\ B - \text{трехзначное} \\ \text{в } B \text{ есть цифра } 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 101$$

$$\left. \begin{array}{l} x : 11 \\ x \cdot 11 \cdot 101^2 \cdot C - \text{полный квадрат} \end{array} \right\} \Rightarrow C : 11$$

$$\left. \begin{array}{l} C - \text{двузначное} \\ \text{в } C \text{ есть цифра } 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = 55$$

$$\text{Тогда } x \cdot 11 \cdot 101^2 \cdot 55 - \text{полный квадрат} \quad \left. \begin{array}{l} 1 \leq x \leq 9 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 5$$

Получим, что $A = 5555$

$$B = 101$$

$$C = 55$$

- эти тройка подходит

$$5555 \cdot 101 \cdot 55 = 5^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 - \text{полный квадрат.}$$

Ответ: $(5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} \quad | : (x+y+1), \quad \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x+y+1 > 0$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$xy = (x-3)(y+3)$$

$$xy = xy + 3x - 3y - 9$$
$$3x - 3y = 9$$
$$x - y = 3$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3(3xy) =$$
$$= 3(x^2 + xy + y^2 - 3xy) = 3(x-y)^2 = 3 \cdot 9 = 27$$

$$\Rightarrow M = 27$$

(например, при $x = 4$ и $y = 1$)

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1}$$

$$M = 64 - 1 - 9 \cdot 4 = 63 - 36 = 27$$

Ответ: 27.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3(a)

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\begin{cases} \cos \frac{\pi(x+y)}{2} = 0 \\ \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\frac{1}{2} \left(\cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} - \pi x \right) - \cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} + \pi x \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} - \pi x \right) + \cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} + \pi x \right) \right)$$

$$0 = 2 \cos \frac{\pi(x-y) + 2\pi x}{2}$$

$$\cos \frac{\pi(3x-y)}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \cos \frac{\pi(x+y)}{2} = 0 \\ \cos \frac{\pi(3x-y)}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi(x+y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi(3x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = 1+2k \\ 3x-y = 1+2k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} y = -x + 1 + 2k \\ y = 3x - 1 - 2k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Получив решением является любая пара

$(n; -n+1+2k)$ или $(n; 3n-1-2k)$
для любого действительного n и целого k .

Ответ: $(n; -n+1+2k) \quad n \in \mathbb{R}$
 $(n; 3n-1-2k) \quad k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3(б)

$\arccos(a)$ - принимает значения от 0 до π

\Rightarrow нам не подойдут только

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} = 2\pi$$

при этом $\begin{cases} \frac{x}{4} = -1 \\ \frac{y}{9} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -9 \end{cases}$

Все остальные пары чисел будут подходить под это неравенство.

$$(n; -n+1+2k) \quad (n; 3n-1-2k)$$

если $n \in \mathbb{Z}$, то и второе число пары тоже целое.

Положим все целые n , и посчитаем подходящие пары:

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{9} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ -9 \leq y \leq 9 \end{cases}$$

$x = -4 \Rightarrow \begin{cases} y = -n+1+2k \\ y = n-1+2n+2k \end{cases}$ - любое нечетное, кроме -9 .

итого: 9 чисел

$x = -3 \Rightarrow y$ - любое четное = 9 вариантов

$x = -2$ - 10 вариантов пар

$x = -1$ - 9 пар

$x = 0$ - 10 пар

$x = 1$ - 9 пар

$x = 2$ - 10 пар

$x = 3$ - 9 пар

$x = 4$ - 10 пар

Итого $9 \cdot 5 + 10 \cdot 4 = 95$ пар подходящих пар.

Ответ: 95.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

Пусть всего a одноклассников и b билетов на концерт выделены в конце месяца.

Посчитаем вероятность того, что Вась и Нете вместе пойдут на концерт, если всего 4 билета: количество способов добраться к ним двоим 2 одноклассников и $(a-2)$ билет на все варианты выбрать 4 из a .

Получаем:

$$\frac{C_{a-2}^2}{C_a^4} = \frac{\frac{(a-2)!}{2 \cdot (a-4)!}}{\frac{a!}{24 \cdot (a-4)!}} = \frac{12}{a(a-1)}$$

Аналогично посчитаем для b билетов ($b > 4$):

$$\frac{C_{a-2}^{b-2}}{C_a^b} = \frac{\frac{(a-2)!}{(b-2)! \cdot (a-b)!}}{\frac{a!}{b! \cdot (a-b)!}} = \frac{b(b-1)}{a(a-1)}$$

По условию, вероятность возрастала в $3,5$ раза

$$\Rightarrow \frac{b(b-1)}{a(a-1)} = 3,5 \cdot \frac{12}{a(a-1)}$$

$$b^2 - b = 42$$

$$b^2 - b - 42 = 0$$

$$(b-7)(b+6) = 0$$

$$\begin{cases} b = 7 \\ b = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 7 \\ b = -6 \end{cases}$$

Поскольку $b > 4$, то $b = 7$.

Ответ: 7.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

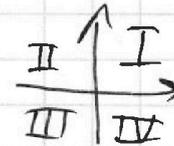
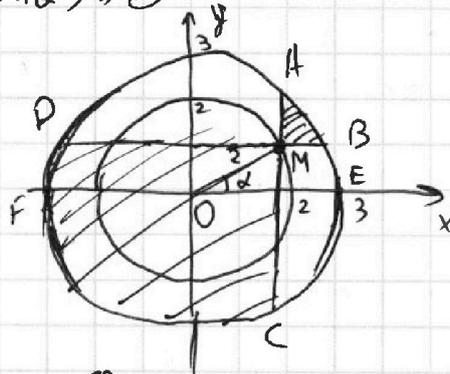
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6

$x^2 + y^2 \leq 9$ - круг, с центром в ~~(0;0)~~ ~~(0;0)~~
и радиусом 3.

$(x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0$

$$\begin{cases} x \geq 2 \cos \alpha \\ y \geq 2 \sin \alpha \\ x \leq 2 \cos \alpha \\ y \leq 2 \sin \alpha \\ x = 2 \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$$



Построим кривую $\varphi(\alpha)$.

Не менее очевидно $0 \leq \alpha \leq 45^\circ$

т.к. при $45^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ $\varphi(\alpha)$ будет симметрична $\varphi(\beta)$ относительно прямой $y = x$
при $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ $\varphi(\alpha)$ будет симметрична $\varphi(\beta)$

$\varphi(\beta)$ $45^\circ < \beta \leq 90^\circ$ симметрична $\varphi(\alpha)$ относительно $y = x$

$\varphi(\gamma)$ $90^\circ < \gamma \leq 180^\circ$ симметрична $\varphi(\alpha)$ или $\varphi(\beta)$ относительно Oy

$\varphi(\rho)$ $180^\circ < \rho < 360^\circ$ симметрична $\varphi(\alpha)$, или $\varphi(\beta)$, или $\varphi(\gamma)$

относительно Ox \Rightarrow ~~прямая~~ приметр будет такой же)

Периметр состоит из нескольких отрезков и двух дуг. Тасанотурум сущину двух дуг.

Пусть $\cup AB$ - в I четверти, $\cup CD$ во всех остальных
 $\cup CD \cap Ox = F$.

Пусть E - симметрична F относительно Oy .

т.к. $\cup DF$ симметрична $\cup BE$ относительно Oy , то $\cup DF = \cup BE$.

A и C - симметричны относительно Ox \Rightarrow
 $E \in Ox$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6 (градуирование 1)

$\Rightarrow \sphericalangle A E$ симметрична $\sphericalangle E C \Rightarrow \sphericalangle A E = \sphericalangle E C$

Тогда $\sphericalangle A B + \sphericalangle C D = \sphericalangle A E + \sphericalangle C F = \sphericalangle E C F$ -
- половина окружности радиуса $\frac{3}{2} \Rightarrow$
сумма длин наименее дуг равна $\frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{2} = 3\pi$.

$$A C \cap B D = M$$

Тогда оставшаяся часть периметра равна
 $A M + M D + B M + M C = A C + B D$.

$2 \cos d = k$ Тогда $A C = 2 \cdot A_y$

A_y - ордината м. А.
 $A_y = \sqrt{9 - k^2}$

$$A C = 2\sqrt{9 - k^2}$$

~~2 \sin d = k~~ $B D = 2 \cdot B_x$ (B_x - абсцисса м. В)

~~2 \sin d = k~~ $2 \sin d = \sqrt{4 - k^2}$

$B_x = \sqrt{9 - (2 \sin d)^2} = \sqrt{5 + k^2} \Rightarrow B D = 2\sqrt{5 + k^2}$

$B D + A C = 2\sqrt{9 - k^2} + 2\sqrt{5 + k^2}$ - найдем максимум

$$\left(2\sqrt{9 - k^2} + 2\sqrt{5 + k^2}\right)' = \frac{-2k}{\sqrt{9 - k^2}} + \frac{2k}{\sqrt{5 + k^2}}$$

Экстремумы: $k = 0$ или $\frac{-1}{\sqrt{9 - k^2}} + \frac{1}{\sqrt{5 + k^2}} = 0$

$$\sqrt{5 + k^2} = \sqrt{9 - k^2}$$

$$2k^2 = 4$$

$$k = \sqrt{2}$$

$k = -\sqrt{2}$ - не подходит, т.к. при $0 \leq d \leq 45^\circ$

$$k = 2 \cos d > 0$$

$$z = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$$

$$2\sqrt{7} \sqrt{3 + \sqrt{5}}$$

$$28 \sqrt{14 + 6\sqrt{5}}$$

$$\text{или } 7 \sqrt{3\sqrt{5}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6 (продолжение 2)

$49 > 45 \Rightarrow$ при $\alpha = \sqrt{2}$ периметр максимален,
то есть при $\alpha = 45^\circ$ | при $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$

Тогда периметр равен:

$$3\pi + BD + AC = 3\pi + 4\sqrt{7}$$

Также значения будут при ~~$\alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$~~

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\alpha = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\alpha = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\alpha = \frac{7\pi}{4} + 2\pi k$$

или же $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $3\pi + 4\sqrt{7}$

достигается при

~~$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$~~
 $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$



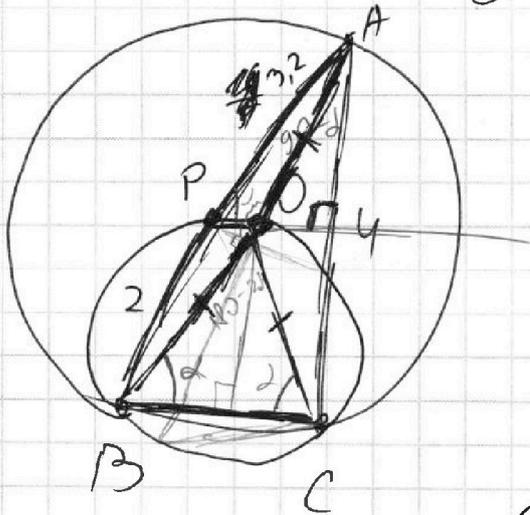
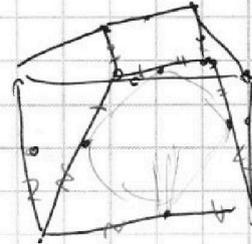
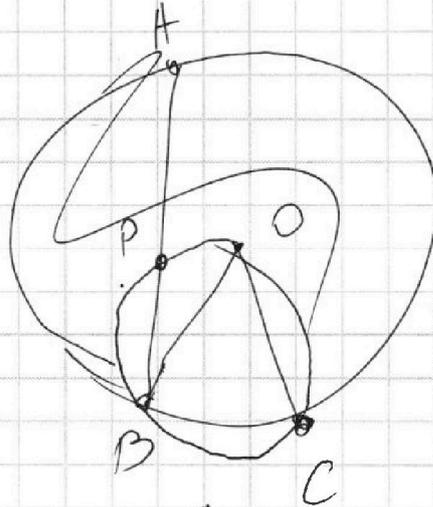
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА ___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



~~3,2~~

$$\frac{a \cdot b \cdot c}{4R} = S$$

~~$a \cdot b \cdot c = 4R \cdot S$~~

~~$a \cdot b \cdot c = 4R \cdot S$~~

$$\frac{a \cdot b \cdot c}{4} = \frac{c}{R}$$

~~A~~
L; R

$$c = 2R \cos \alpha$$

~~$2R = \frac{c}{\cos \alpha}$~~

$$\frac{c}{\cos \alpha} = 2R$$

~~$\cos \alpha = \frac{c}{2R}$~~

~~$c^2 = 4R^2 \cos^2 \alpha = 4R^2 \left(\frac{c}{2R} \right)^2 = c^2$~~

$$R^2 \cdot \sin^2 \beta + R^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3} + 1}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 15$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = \sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}}$$

$$\sqrt{3} + 2 =$$

$$= \frac{1}{2} (2\sqrt{3} + 4) = (\sqrt{3} + 1)^2$$

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{3} + 1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{3} + 2}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x =$$

$$= 2 \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\cos \frac{\pi(x+y)}{2} = 0$$

$$\sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\frac{\pi(x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\cos \frac{1}{2} (\cos(\frac{\pi x - \pi y}{2} - \pi x) - \cos(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x)) = \frac{1}{2} (\cos(\frac{\pi x - \pi y}{2} - \pi x) + \cos(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x))$$

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = 1$$

$$\frac{\pi(x+y)}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$x+y = 1 + 4\pi n$$

$$y = -x + 1 + 4\pi n$$

$$\cos(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x) = 0$$

$$(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\pi(\frac{x-y}{2} + x) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{3x-y}{2} = \frac{1}{2} + 2\pi k$$

$$3x - y = 1 + 4\pi k$$

$$y = 3x - 1 - 4\pi k$$

$$\arccos \cos \frac{x}{4} + \arccos \cos \frac{y}{9} \leq 2\pi$$

$$-4 \leq x \leq 4$$

$$-9 \leq y \leq 9$$

$$\frac{x}{4} = -1$$

$$\frac{y}{9} = -1$$

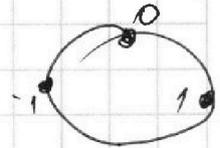
$$x = -4 \Rightarrow y = 9; 9; 7; -3; -7.$$

$$-3 \Rightarrow$$

$$x = -4$$

$$\cos \pi = -1$$

$$\arccos \cos \pi = \pi$$



$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -x + 1 + 4\pi k \end{pmatrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Условия

$2\cos\alpha = k$
 $4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha = 4$
 $4\sin^2\alpha = 4 - k^2$

$12 \cdot 12 \cdot 5 =$
 $= 12 \cdot 60 =$
 $= 720$

$\frac{83}{83} \cdot 71 \cdot 6400$
 $\frac{26 \cdot 119}{416}$
 $\frac{156}{416}$
 $\frac{26}{416}$

$HF = AC = \frac{16}{5} \cdot \frac{26}{5}$
 $x(4-x) = \frac{16 \cdot 26}{25}$
 $4x - x^2 = \frac{16 \cdot 26}{25}$
 $x^2 - 4x + 4 + \frac{16 \cdot 26}{25} - 4 = 0$
 $(x-2)^2 + \frac{216}{25} = 0$

$\sqrt{x} = 2\sqrt{x}$
 $(x^{0.5})' = 0.5 \cdot x^{-0.5}$
 $= \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$x^2 + y^2 \leq 9$
 $\frac{-2x}{\sqrt{9-x^2}} + \frac{2x}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$
 $x=0$
 $(2\cos\alpha - x, 2\sin\alpha - y)$
 $(x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geq 0$

$2\pi r$
 3π
 $x = \sqrt{2} = y$
 $-\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}$
 $4\sqrt{2}$
 $3 + 2\sqrt{5}$
 $y^2 \leq 5$
 2

$y^2 \leq 7$
 $-\sqrt{7} \leq y \leq \sqrt{7}$
 $10 - 2 = \sqrt{7}$
 $2\sqrt{7} + 2\sqrt{9} = 4\sqrt{7}$
 $\frac{2\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{9-x^2}} = \pi$
 $= \frac{2}{\sqrt{9-x^2}} \cdot (-2x)$

$\begin{cases} x \geq 2\cos\alpha \\ y \geq 2\sin\alpha \\ x \leq 2\cos\alpha \\ y \leq 2\sin\alpha \end{cases}$
 $x = 2\cos\alpha$
 $y = 2\sin\alpha$
 $x^2 + y^2 = 2^2$
 $y^2 = \sqrt{9-x^2}$
 $2\sqrt{9-x^2} + 2\sqrt{9-y^2}$
 $2\sqrt{9-x^2} + 2\sqrt{5+x^2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

~4

$\pi; B$

a - отрицат.

$$C_a^{24} = \frac{a \cdot (a-1) \cdot (a-2) \cdot (a-3)}{24}$$

$$C_{a-2}^2 = \frac{(a-2)(a-3)}{2} - \text{вместе}$$

$$\frac{(a-2)(a-3)}{2}$$

$$\frac{\frac{(a-2)(a-3)}{2}}{\frac{a(a-1)(a-2)(a-3)}{24}} = \frac{12}{a(a-1)} - \text{вместе.}$$

$$C_a^b = \frac{a \cdot (a-1) \cdot \dots \cdot (a-b+1)}{b!}$$

$$C_{a-2}^{b-2} = \frac{(a-2)(a-3) \cdot \dots \cdot (a-b+1)}{(b-2)!}$$

$$\frac{C_{a-2}^{b-2}}{C_a^b} = \frac{\frac{1}{(b-2)!}}{\frac{a(a-1)}{b!}} = \frac{b \cdot (b-1)}{a(a-1)} = 3,5 = \frac{12}{a \cdot (a-1)}$$

$$b(b-1) = 42$$

$$b^2 - b - 42 = 0$$

$$(b-7)(b+6) = 0$$

$$b = 7, \text{ т.к. } b > 0$$

-3

~~-9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9~~

-8; -6; -4; -2

8

$$5 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = 45 + 40 = 95$$

$$\frac{-2x}{\sqrt{9-x^2}} + \frac{2x}{\sqrt{7-x^2}} = 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{7+x^2} &= \sqrt{9-x^2} \\ 7+x^2 &= 9-x^2 \\ x^2 &= 1 \\ x &= \pm 1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1 $A = \frac{11 \cdot 101 \cdot X}{101 \cdot X} = 11 \cdot 101 \cdot X$ *цифра 101* *уравнение*
 $B_A : 101$
 $C : 11$

$(x-3)(y+3) = xy + 3x - 3y - 9$

№2 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$ $(\cdot xy(x-3)(y+3))$

$y(x-3)(y+3) + x(x-3)(y+3) + (x-3)(y+3) = xy(y+3) + xy(x-3) + xy$

~~$xy^2 + 3xy - 3y^2 - 3y + x^2y + 3x^2 - 3xy - 9x + xy + 3x - 3y - 9 =$~~

~~$= xy^2 + 3xy + x^2y - 3xy + xy$~~

$3x^2 - 3y^2 - 6x - 12y - 9 = 0$

$x^2 - y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$

$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)}$

$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$

4; 1.

~~$xy = (x-3)(y+3)$~~

~~$xy = xy + 3x - 3y - 9$~~

~~$0 = x - y - 3$~~

$x - y = 3$

$x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy =$

$= 3(x^2 + xy + y^2) - 9(3xy) = 3(x^2 - 2xy + y^2) =$

$= 3(x-y)^2 = 3 \cdot 9 = 27.$