



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим число $A = \overline{aaaa} = 11 \cdot 101 \cdot a$, где $1 \leq a \leq 9$

$$ABC = x^2 \Rightarrow A : 101 \Rightarrow x^2 : 101^2 \Rightarrow BC : 101 \rightarrow$$

$B : 101$ или $C : 101 \Rightarrow$ т.к. C - 2-значное ($C < 101 \Rightarrow C \neq 101 \Rightarrow$

$\Rightarrow B : 101 \Rightarrow B = \overline{101 \cdot b}$ $1 \leq b \leq 9$ т.к. иначе

B - не 3-значное. Нам известно, что 1 из цифр B

это 2 $\Rightarrow b = 2 \Rightarrow B = 202$

$$A : 11 \Rightarrow x^2 : 11^2 \Rightarrow BC : 11, B = 202 \neq 11 \Rightarrow C : 11 \rightarrow$$

$C = 11 \cdot c$, где $1 \leq c \leq 9$ т.к. иначе C - не 2-значное.

нам известно, что 1 из цифр C это 3 $\Rightarrow c = 3 \Rightarrow$

$$C = 33$$

$$ABC = 101^2 \cdot 11^2 \cdot a \cdot 3 \cdot 2 = x^2 \Rightarrow 6a = k^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow a : 6 \Rightarrow a = 6$, т.к. $1 \leq a \leq 9 \Rightarrow$ единственная

подходящая тройка : $(6666; 202; 33)$

Ответ: ~~6666; 202; 33~~ $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Дано: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$x, y > 0 \Rightarrow x+y+2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{можно сократить} \Rightarrow \frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)} \Rightarrow$$

$$xy = xy - y + x - 1 \Rightarrow y - x + 1 = 0.$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 3xy + 3x^2y + 3xy^2 =$$
$$= (x-y)^3 - 3xy(1-x+y)$$

$$y - x + 1 = 0 \Rightarrow (x-y)^3 = 1^3 = 1, -3xy(1-x+y) = -3xy \cdot 0 = 0$$

$$\Rightarrow M = 1 - 0 = 1$$

Ответ: $M = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

113

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

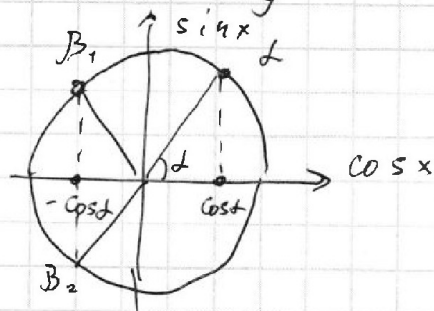
$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y \Rightarrow$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y$$

$$- \cos 2\pi x = \cos \pi(x+y)$$

$$\text{или } \cos \alpha = -\cos \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \pi + 2\pi k \\ \alpha - \beta = \pi + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\text{П.к. } -\cos 2\pi x = \cos \pi(x+y) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + x + y = 2k + 1 \\ 2x - x - y = 2k + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + y = 2k + 1 \\ x - y = 2k + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = (2k+1) - 3x \\ y = x - (2k+1) \end{cases} \Rightarrow \text{подходят пары:}$$

$$(x; (2k+1) - 3x) \text{ и } (x; x - (2k+1)) \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: а) } (x; (2k+1) - 3x), (x; x - (2k+1)), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч

Вероятность что Петя выиграет билет если билетов k а людей n составляет $\frac{k}{n}$

Вероятность что Васа выиграет билет если билетов k а людей n и Петя выиграл билет составляет $\frac{k-1}{n-1}$ (Т.к. если Петя выиграл свой билет, билетов и участников конкурса стало на один меньше)

Пусть A - событие Петя выиграл билет, событие B - Васа выиграла билет $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B|A) =$
 $= \frac{k}{n} + \frac{k-1}{n-1} \Rightarrow$ вероятность что Петя и Васа вдвоем выигранным билет $\frac{k(k-1)}{n(n-1)}$ Тогда пусть p_2 - вероятность

$\frac{p_2}{p_1} = 2,5$ в июле месяце, p_1 - в августе $\Rightarrow$
 $\frac{p_2}{p_1} = 2,5 \Rightarrow \frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 2,5 \Rightarrow k(k-1) = 30 \Rightarrow$

$$k^2 - k - 30 = 0 \Rightarrow (k-6)(k+5) = 0 \Rightarrow k = 6 \text{ или } k = -5$$

$k = -5$, k - это кол-во билетов $\Rightarrow k > 0 \Rightarrow k = 6$

Ответ: 6 билетов.



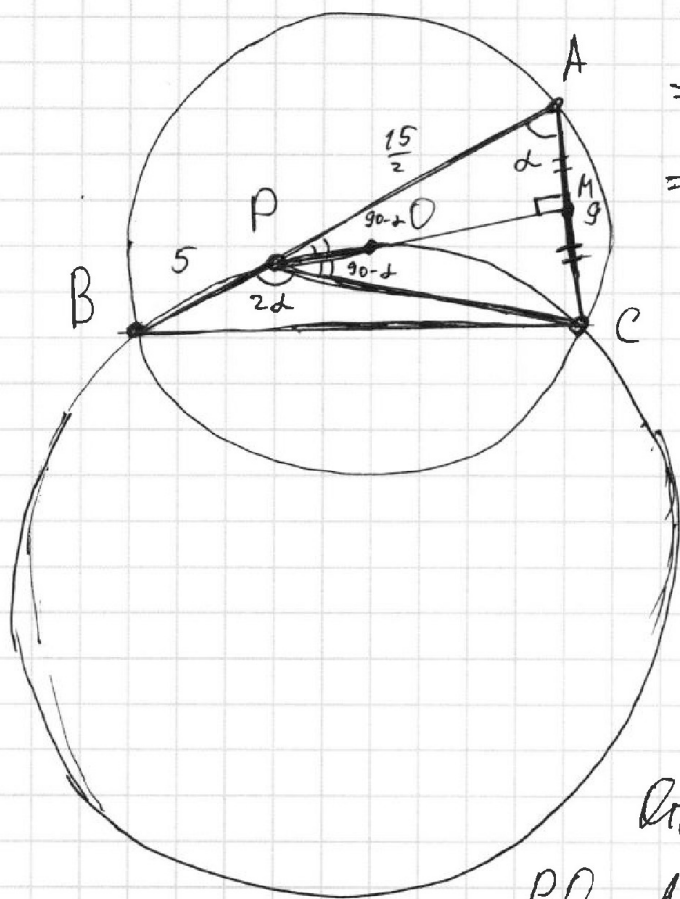
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



~~Заметим~~ Пусть $\angle BAC = \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BOC = 2\alpha$ (как центр. угол) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BPC = 2\alpha$ (т.к. B, P, O, C вписаны в ω_2)

Заметим: O - середина дуги BC на $\omega_2 \Rightarrow PO$ - внешняя биссектриса $\angle BPC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle APO = \angle CPO = \frac{180 - 2\alpha}{2} = 90 - \alpha$.

Отметим точку M пересечения PO и AC, ~~Заметим~~

$$\begin{aligned} \angle PMO &= 180 - \angle MAP - \angle MPA = 180 - \alpha - (90 - \alpha) = 90 \Rightarrow \\ &\Rightarrow PO - \text{бисс и высота в равнобедренном } APC \Rightarrow APC - \text{р/б} \Rightarrow \\ &\Rightarrow PO - \text{еще и медиана} \Rightarrow AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{9}{2} \\ PM &= \sqrt{AP^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{5^2 - 3^2} = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6 \\ \Rightarrow \sin \alpha &= \frac{PM}{AP} = \frac{4}{5} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{25/2 \cdot 9 \cdot 4/5}{2} = \\ &= \frac{25 \cdot 9 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 5} = 45 \end{aligned}$$

Отв: $S_{ABC} = 45$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 6.

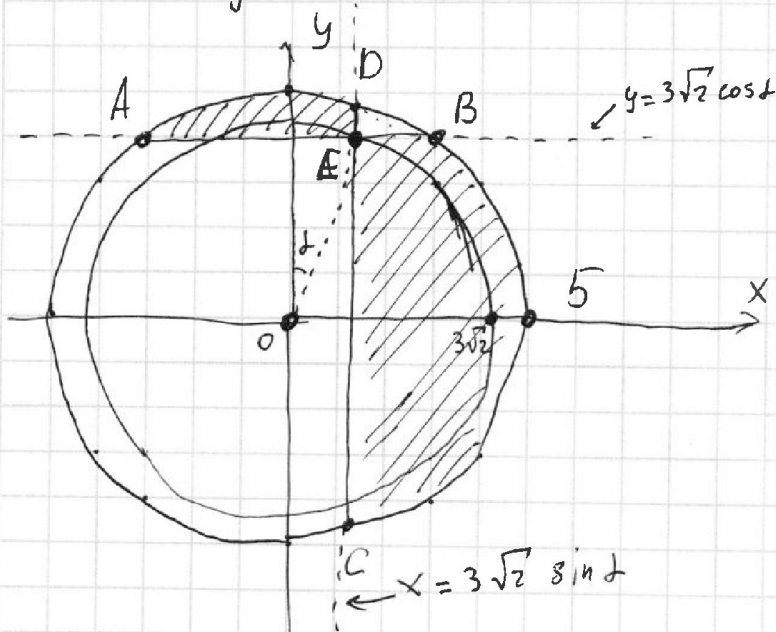
$x^2 + y^2 \leq 25$ — это уравнение круга с центром в $(0;0)$

и $r = 5$.

Заметим, точка $(3\sqrt{2}\sin t; 3\sqrt{2}\cos t)$ лежит на окр с центром в $(0,0)$ и $R = 3\sqrt{2} \Rightarrow$ график $\Phi(t)$

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin t)(y - 3\sqrt{2}\cos t) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

выглядит так:

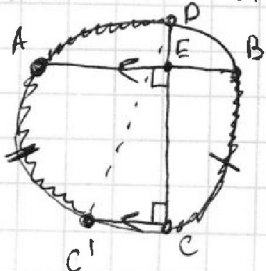


~~Тогда $M = AB + CD + \text{дуга } BC + \text{дуга } AD$~~

~~Заметим~~

Тогда $M = AB + CD + \text{дуга } BC + \text{дуга } AD$

Заметим, что $(\text{дуга } BC + \text{дуга } AD)$ всегда равно 5π



Проведем $CC' \parallel AB \Rightarrow \text{дуга } AC' = \text{дуга } BC \Rightarrow$

$\text{дуга } BC + \text{дуга } AD = \text{дуга } DC'$

$\angle C'CD = 90^\circ \Rightarrow C'D - \text{диаметр} \rightarrow \text{дуга } PC' -$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

это половина длины окружности, что равно $\frac{2\pi r}{2} = \pi r = 5\pi$, т.к. $r=5$, $\Rightarrow$

$$M = AB + CD + 5\pi$$

по теореме Пифагора $AB = 2\sqrt{25 - 18\cos^2\alpha}$,

$$CD = 2\sqrt{25 - 18\sin^2\alpha}$$

$$\left(\frac{AB+CD}{2}\right)^2 = 25 - 18\sin^2\alpha + 2\sqrt{(25 - 18\sin^2\alpha)(25 - 18\cos^2\alpha)} + 25 - 18\cos^2\alpha$$

$$\left(\frac{AB+CD}{2}\right)^2 = 50 - 18(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + 2\sqrt{25^2 - 18 \cdot 25(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + 18^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}$$

$$\left(\frac{AB+CD}{2}\right)^2 = 32 + 2\sqrt{7 \cdot 25 + 81\sin^2\alpha} \Rightarrow$$

$$AB+CD = 2\sqrt{32 + 2\sqrt{7 \cdot 25 + 81\sin^2\alpha}}$$

замечим, что функция монотонно возрастает, поэтому $\sin^2\alpha$ тем больше $AB+CD$ $\forall 0 \leq \sin^2\alpha \leq 1 \Rightarrow$

$$\sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \max(AB+CD) = 2\sqrt{32 + 2\sqrt{256}} = 2\sqrt{32 + 32} =$$

$$= 2\sqrt{64} = 16 \Rightarrow M = 5\pi + 16 \text{ и этот максимум}$$

достигается при $\sin^2 2\alpha = 1 \Rightarrow \sin 2\alpha = \pm 1 \Rightarrow 2\alpha = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow$

$$\Rightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } M = 5\pi + 16; \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$



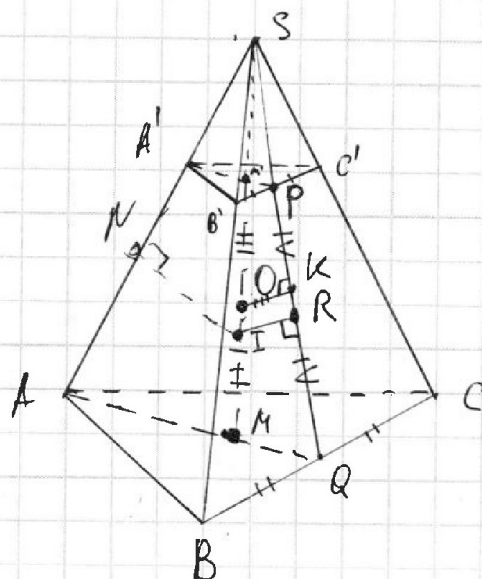
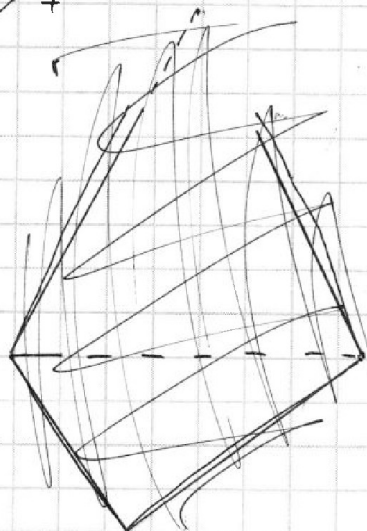
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 7



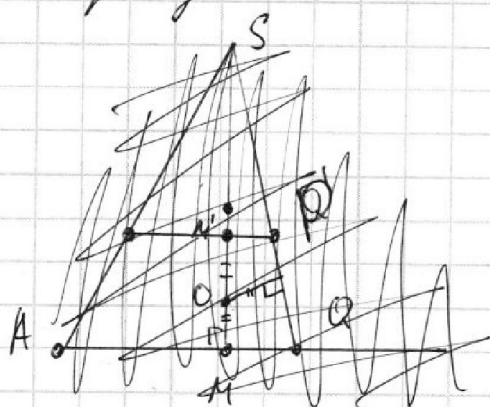
~~Реш.~~ I - центр Ω , O - центр ω

т.к. Ω касается всех ребер и I её центр $\Rightarrow$

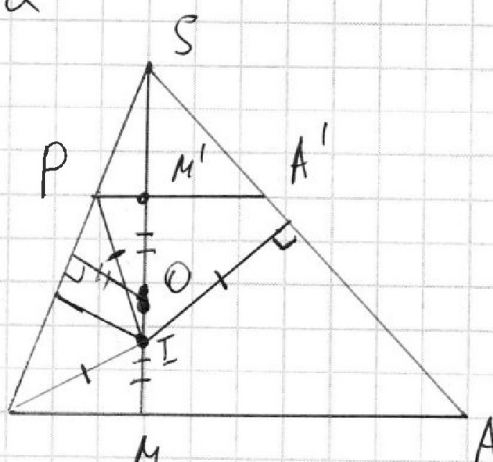
в частности $IQ = IP = IN$

анал с $\omega \Rightarrow OM' = OM = OK$

Нарисуем плоскость SAQ



Q



M - центр масс $AB \Rightarrow QM/MA = 1/2$



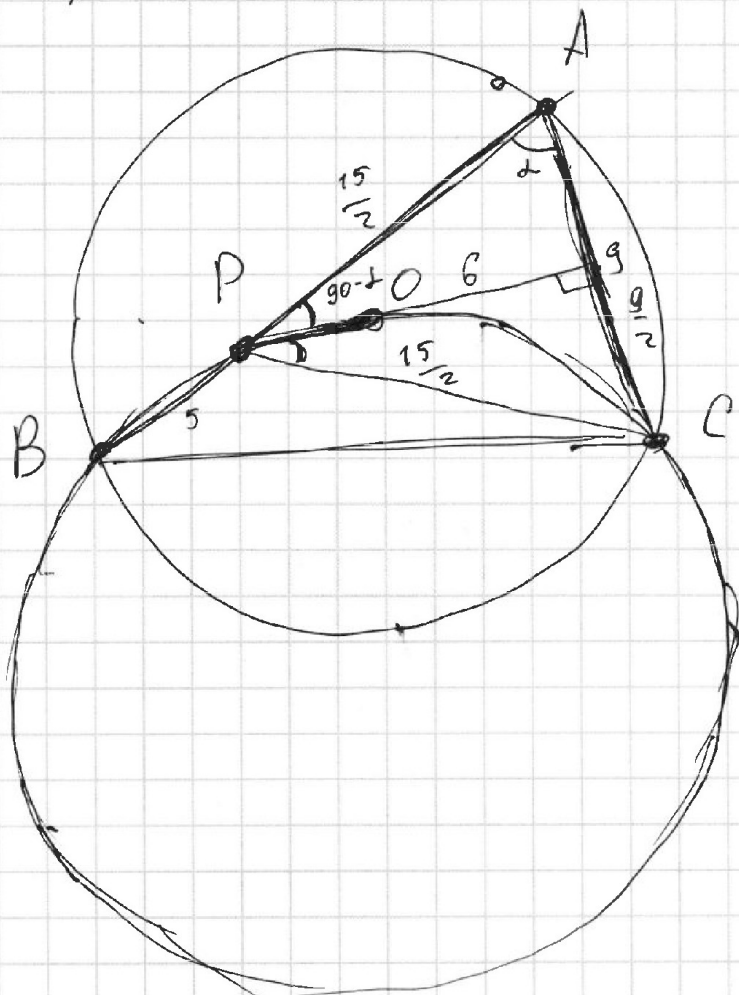
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\frac{3 \cdot 3}{2}$$

$$\frac{3 \cdot 9}{2}$$

$$\frac{4 \cdot 3}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч

Черновик

Условие Пусть всего n -однажды у пятиклассников $\Rightarrow$

Вероятность Пете и Васе вдвоем пойти на концерт

$$p(k) = \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1}, \text{ где } k - \text{кол-во билетов.} \Rightarrow$$

$$\frac{p(4)}{p(k)} = \frac{1}{2,5} \Rightarrow \frac{k(k-1)}{n(n-1)} = \frac{1}{2,5} \Rightarrow p(k) = 2,5 p(4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 2,5 \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} \Rightarrow k^2 - k = 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (k-6)(k+5) = 0 \Rightarrow k = 6 \text{ или } k = -5 \text{ и, к. } k -$$

это кол-во билетов. $k > 0 \Rightarrow k = 6$.

P.S. $p(k)$ вычисляется по такой формуле, мож.

мож $\frac{k}{n}$ - вероятность Пете получить билет из k

билетов, разделив общий фонд n человек, а $\frac{k-1}{n-1}$ -

вероятность

$$p(A) = \frac{k}{n}$$

$$p(B) = \frac{k}{n}$$

$$p(A|B) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

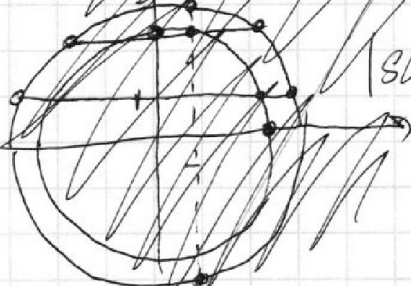
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- Это половина длины окружности ^{Черновик} ~~то~~ ~~то~~, что равно $\frac{2\pi r}{2} = \pi r = 5\pi$, т.к. $r = 5 \Rightarrow$

$$M = 5\pi + AB + CD$$

Заметим: условия симметричны на $\sin t$ и $\cos t \Rightarrow$
максимум очевидно достигается при $|\sin t| = |\cos t|$.



$$AB = 2\sqrt{25 - 18\cos^2 t} + \sqrt{18}$$

$$CD = 2\sqrt{25 - 18\sin^2 t}$$

$$\left(\frac{AB+CD}{2}\right)^2 = 50 - 18 + 2\sqrt{25^2 - 18 \cdot 25 + 18^2 \sin^2 t \cos^2 t} =$$

$$= 32 + 2\sqrt{7 \cdot 25 + 81 \sin^2 t \cos^2 t}$$

$$0 \leq \sin^2 t \leq 1 \Rightarrow \max \left(\frac{AB+CD}{2} \right)^2 \text{ при } \sin^2 t = 1$$

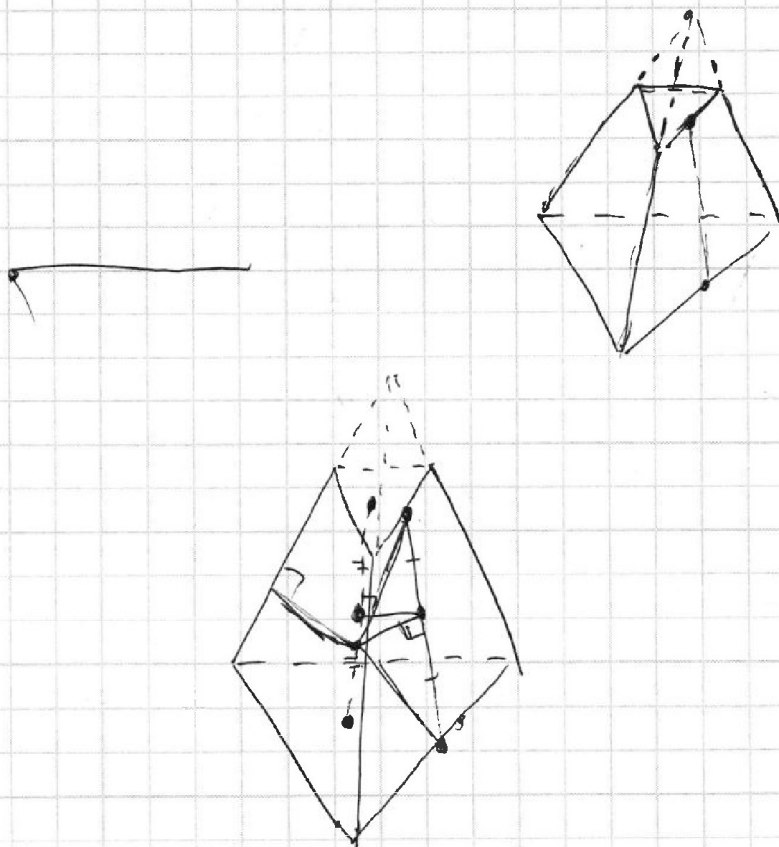


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

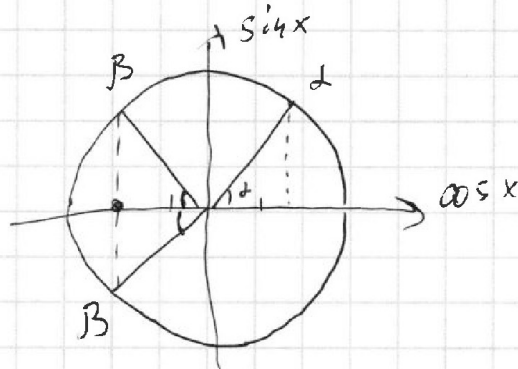
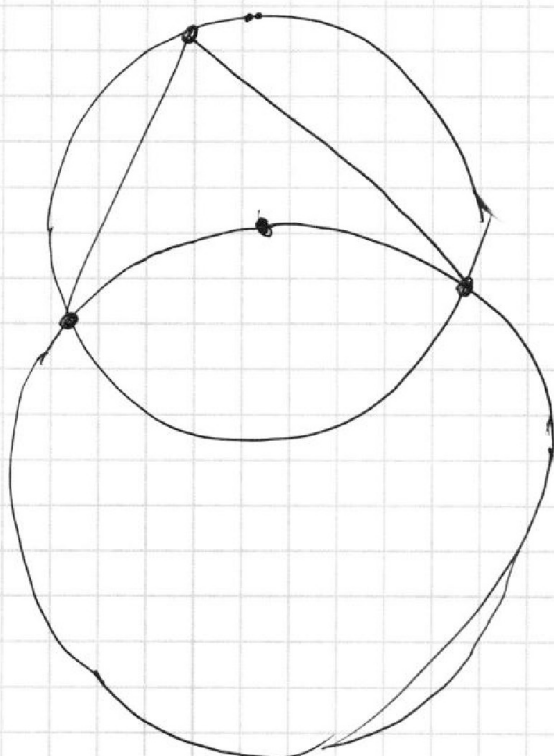
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$- \cos \pi(x+y) = \cos 2\pi x$$

Черновик



$$\begin{cases} \alpha + \beta = \pi + 2\pi k \end{cases}$$

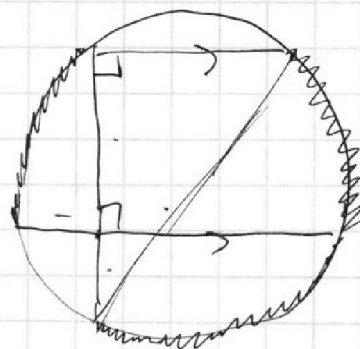
$$\begin{cases} \alpha - \beta = \pi + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 2k + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 2k + 1 \end{cases}$$

$$(x, x + (2k+1)) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$(x, -(2k+1) - 3x) \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = 1$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

С П В Х У Ъ
X

X

X X X



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 Черновик

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1} = p_1$$

$$\frac{2}{n} \cdot \frac{2-1}{n-1} = p_2$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 2,5 \Rightarrow \frac{2(2-1)}{12} = 2,5$$

$$2(2-1) = 30$$

$$2^2 - 2 - 30 = 0$$

$$(2-6)(2+5) = 0$$

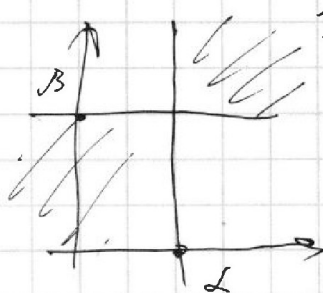
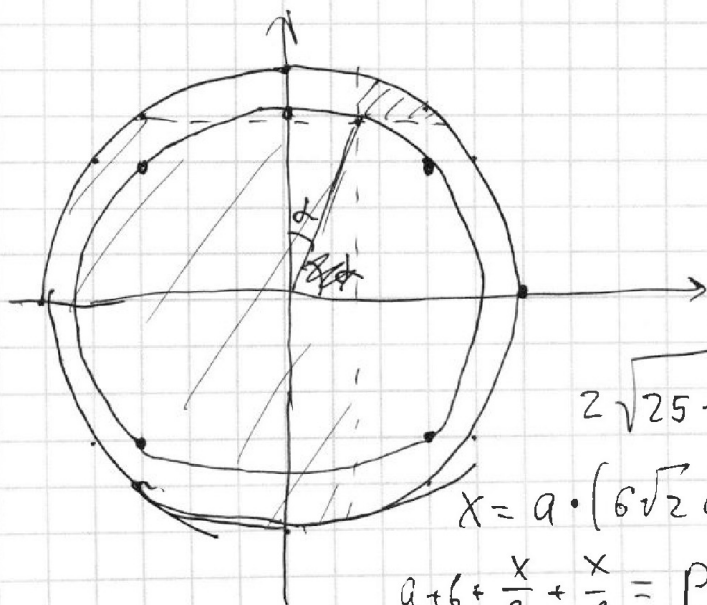
$$2 = 6$$

$$\frac{6 \cdot 5}{4 \cdot 3} = 12$$

$$3\sqrt{2}$$

$$(x-2)(y-3) \leq 0$$

$$18 - 25 = 7$$



$$2\sqrt{25-18\cos^2\alpha} + 2\sqrt{25-18\sin^2\alpha}$$

$$x = a \cdot (6\sqrt{2}\cos\alpha + \frac{7}{a} + a) = b(6\sqrt{2}\sin\alpha + b)$$

$$a + b + \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = p$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{a a a a} = 11 \cdot 101 \cdot a$$

Черновики

$$B = \overline{b_1 b_2 b_3} : \exists i: b_i = 2$$

4x25

$$C = \overline{c_1 c_2} : \exists i: c_i = 3 \quad \sqrt{175+81}$$

256

$$A \cdot B \cdot C = x^2$$

$$A: 101 \Rightarrow x: 101 \Rightarrow x^2: 101 \Rightarrow BC: 101$$

$$C: 101 \Rightarrow B: 101 \Rightarrow B = \overline{202} \Rightarrow C = 33 \Rightarrow A = \overline{6666}$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}$$

$$k' = \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x-1+y+1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$xy = xy - y + x - 1 \Rightarrow x = y + 1$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy - 3x^2y + 3xy^2 + 3x^2y - 3xy^2 =$$

$$= (x-y)^3 - 3xy(1+x+y)$$

$$k = \frac{x+y+2}{xy}$$

$$k' = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$k = k' \Rightarrow \frac{x+y+2}{xy} - \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} = 0$$

$$\begin{cases} x+y+2=0, \\ xy=(x-1)(y+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+2=0 \quad (2) \\ y-x+1=0 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow M = 1^3 - 3xy \cdot 0 = 1$$

$$-2y^3 - 3y^2 - 6y + 8 \neq 0 = ?$$

$$(2) \Rightarrow M = (-y-2)^3 - y^3 + 3(y+2)y = -y^3 - 6y^2 - 12y + 8 - y^3 + 3y^2 + 6y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение~~

~~Решение~~

Черновики

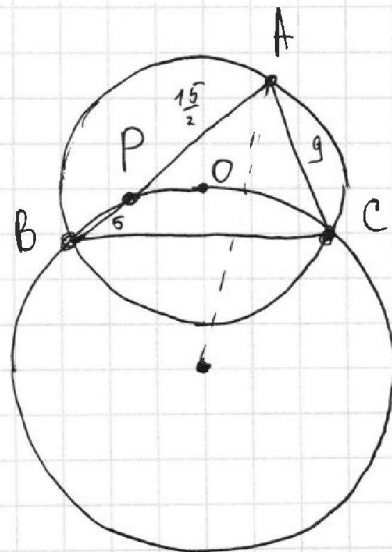
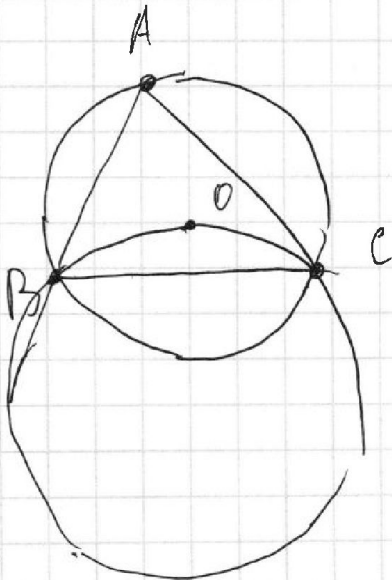
...

4

$$(\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

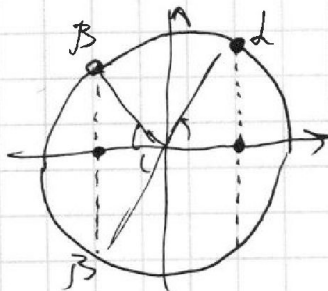
$$\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = 9 \cdot x$$

$$\frac{125}{4} = 3 \cdot x$$



$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$0 = \cos 2\pi x + \cos \pi(x+y)$$



$$\cos \alpha = -\cos \beta \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \pi + 2\pi k \\ \alpha + \pi + 2\pi k = \beta \end{cases}$$

$$2x + x + y = 1 + 2k$$

$$2x + 1 + 2k = x + y$$

$$y = 1 + 2k - 3x$$

$$y = x + 1 + 2k$$