



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 4



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 4, а  $y$  — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 12xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 16$ ,  $BP = 8$ ,  $AC = 22$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~Случай~~ Проверка  $m^2 = 9 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 101^2 \cdot 11 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 1 \cdot 7$

(\*)  $\Rightarrow a : 7$ . Но так  $a$  - четырехзначное число, где  $a=7$

Итого получаем:

$$A = 7777,$$

$$B = 707,$$

$$C = 11.$$

Ответ:  $(A, B, C) = (7777, 707, 11)$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

По условию,

$A$  - четырёхзначное число, состоящее из одинаковых цифр.

Значит,  $A$  имеет вид:  $\overline{aaaa}$  ( $a$  - цифра) и

$$A = 1000a + 100a + 10a + a = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101. \quad (1)$$

Пусть  $A \cdot B \cdot C = m^2$  ( $m$  - натуральное).

$$(1) \Rightarrow m^2 = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot B \cdot C.$$

Согласно основной теореме арифметики, в разложении числа  $m^2$

на простые множители каждое простое множество имеет чётную степень. Такие 11 и 101 - простые. Значит,

$$\begin{cases} BC : 11 \\ BC : 101 \end{cases} \quad (a \times 11 \text{ и } a \times 101, \text{ т.к. } a \leq 9) \quad \text{и } a \neq 0$$

$C$  - однозначное. Значит,  $10 \leq C \leq 99$ . При этом  $C \neq 0$ .

Поскольку  $C \nmid 101$ . ~~Но это~~ Значит,  $B : 101$ .

$$\Rightarrow B = 101k, \text{ где } k \in \{1, 2, \dots, 9\} \text{ т.к. } B \text{ однозначное.}$$

По условию,  $B$  имеет цифру 7. Значит,  $B = 707$ .

$$\text{Получаем: } m^2 = a \cdot 11 \cdot 7 \cdot 101^2 \cdot C$$

$$\begin{cases} a \text{ - цифра} \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ a = 1 \end{cases} \text{ т.к. } 7 \nmid 101^2.$$

~~Следовательно~~  $a = 7$ . ~~тогда~~  $m^2 = 7^2 \cdot 101^2 \cdot 11 \cdot C$ .

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} C \text{ имеет вид} \\ C : 11 \end{cases} \quad \text{т.к. } C \text{ - однозначное и } \cancel{\text{не имеет}} \text{ цифру 1.} \quad \text{Значит, } C = 11.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N=2$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}, \quad \text{ где } x, y > 0$$

По условию,

$$\left\{ \begin{array}{l} K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-y)(y+4)} \\ x, y > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+y+x-y+3}{(x-y)(y+4)} \\ x, y > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-y)(y+4)} \\ x, y > 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x+y+3) \frac{(x-y)(y+4) - xy}{xy(x-y)(y+4)} = 0 \\ x, y > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x+y+3)(4x - 4y - 16) = 0 \\ xy(x-y)(y+4) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{(x+y+3)(x-y-4)}{xy(x-y)(y+4)} = 0 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-y-4=0 \\ x-y \neq 0 \\ y+4 \neq 0 \\ x>0 \\ y>0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=y+4 \\ x>0 \\ y>0 \end{array} \right.$$

Поэтому  $\left\{ \begin{array}{l} M = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y \\ y > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M = y^3 + 12y^2 + 48y + 64 - y^3 - 12y^2 - 48y \\ y > 0 \end{array} \right. \Rightarrow M = 64$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M = 64 \\ y > 0 \end{array} \right.$$

Значит,  $M = 64$  - единственное возможное значение

Ответ: 64.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пара чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющая уравнению  
и неравенству  $y \leq 3$ , что

$$x \in [-7, 6]$$

$$y \in [-4, 3]$$

$$y = \pm x + 2m + 1, m \in \mathbb{Z}$$

Диапазон значений  $x$  больше кол-во  
возможных значений  $y$ :

$x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
кельбознак.	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
$y$														

Диапазон  $y$  - условие  $y \leq 3$   
от  $[-4, 3]$  и противоположность четности

Проверь было пар:  $14 \cdot 4 = 56$

Ответ: 56

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение (3)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) &= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \pi y\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2}(y-x) \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2} - \pi y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}y &\quad \begin{cases} y \notin \mathbb{Z} \\ y-x = 1 - 2y + 2\ell, \ell \in \mathbb{Z} \\ x \neq y-1-2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = x+1+2\ell, \ell \in \mathbb{Z} \\ y \notin \mathbb{Z} \\ x \neq y-1-2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} &\quad \Rightarrow \begin{cases} 3y = x+1+2\ell, \ell \in \mathbb{Z} \\ y \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ:  ~~$(n, n+2m+1)$~~ ,  ~~$(3y-1-2\ell, y)$~~

$(n, n+2m+1)$ ,  $n, m \in \mathbb{Z}$ ,

$(3y-1-2\ell, y)$ ,  $y \notin \mathbb{Z}$ ,  $\ell \in \mathbb{Z}$

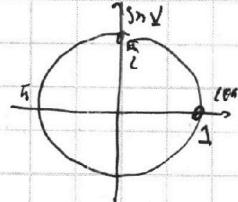
$(y, -x+2k+1)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

d)  $\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \arccos \frac{x}{7} > \arcsin \frac{y}{4} - \frac{\pi}{2}$  (\*)

$$\arccos \frac{x}{7} \in [0, \pi],$$

$$\arcsin \frac{y}{4} \in [-\pi, 0].$$

Значит, (\*)  $\Rightarrow \begin{cases} \arccos \frac{x}{7} \neq 0 \\ \arcsin \frac{y}{4} \neq \frac{\pi}{2} \end{cases}$



$$\begin{cases} \frac{x}{7} \in [-1, 1] \\ \frac{y}{4} \in [-1, 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [-7, 7] \\ y \in [-4, 4] \end{cases}$$

Учитывая, что  $x, y \in \mathbb{Z}$ :

$$\begin{cases} x \in \{-7, 6\} \\ y \in \{-4, 3\} \end{cases}$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$a) (\sin \frac{\pi}{2}y - \sin \frac{\pi}{2}x) \cdot \sin \frac{\pi}{2}y = (\cos \frac{\pi}{2}y + \cos \frac{\pi}{2}x) \cos \frac{\pi}{2}y$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{2}y - \frac{\pi}{2}x}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{2}y + \frac{\pi}{2}x}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2}y = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{2}y + \frac{\pi}{2}x}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{2}y - \frac{\pi}{2}x}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2}y$$

$$\left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) = 0 \right]$$

$$\left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) \cdot \sin \frac{\pi}{2}y = \cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) \cdot \cos \frac{\pi}{2}y \right]$$

$$\left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) = 0 \right]$$

$$\left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}y\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}y\right) \right]$$

||

$$\left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) = 0 \right] \quad (1)$$

$$\left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}y\right) = 0 \right] \quad (2)$$

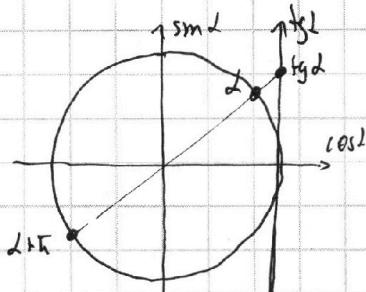
$$\left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) = 0 \right]$$

$$\left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}y\right) \right] \quad (3)$$

Решение (1):

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2}(x+y) = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x+y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$



Решение (2):

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}y\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}y = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2}(y-x) = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = n, n \in \mathbb{Z} \\ y-x = 1 + 2m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = n, n \in \mathbb{Z} \\ x = n-1-2m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = n, n \in \mathbb{Z} \\ x = n-1-2m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{x(x-1)}{m(m-1)} = \frac{11 \cdot 12}{14(14-1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 11 \cdot 12 = 0 \Leftrightarrow (x-12)(x+11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=-11 < 0 \text{ - не} \end{cases}$$

Получаем:  $x = 12$ .

удовлетворяет  
условию

Ответ: 12.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Пусть  $M$  - количество одиннадцатиклассников,  $p_1$  и  $p_2$  - вероятности, что Гром и Вася оба попадут на концерт в начале вечера и в конце вечера соответственно.

По условию,  $p_2 = 11 \cdot p_1$ . (1)

Пусть в конце вечера было **одинаково** и **дешево**.

Вычислим  $p_1$ :

$p_1$  равно отношению количества возможных распределений билетов таким, что и Гром, и Вася достанут по билету, к общему количеству возможных распределений билетов между  $M$  способами. Кол-во распределений билетов с учетом количества способов распределения 2 билетов между  $M-2$  людьми

$$\text{Полагаю } p_1 = \frac{\binom{M-2}{2}}{\binom{M}{4}} = \frac{(M-2)!}{2!(M-4)!} \cdot \frac{(M-4)! \cdot 4!}{M!} = \frac{12}{M(M-1)} \quad (2)$$

Аналогично вычислим  $p_2$ :

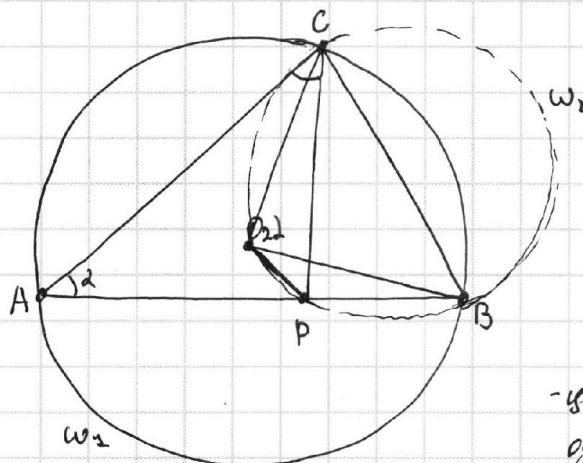
$$p_2 = \frac{\binom{M-2}{x-2}}{\binom{M}{x}} = \frac{(M-2)!}{(x-2)!(M-x)!} \cdot \frac{(M-x)! \cdot x!}{M!} = \frac{x(x-1)}{M(M-1)} \quad (3)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$n = 5.$

$$AP = 16, \quad BP = 8, \quad AC = 22.$$

Пусть  $\angle CAB = \alpha$ .

$\angle CAB$  - вписанный,  $\angle COB$  -

- центральный опирающийся на  
одну дугу. Значит,  $\angle COB = 2\angle CAB =$

$$= 2\alpha.$$

$P \in w_1$ . Тетраграммник  $COPB$  - вписанный

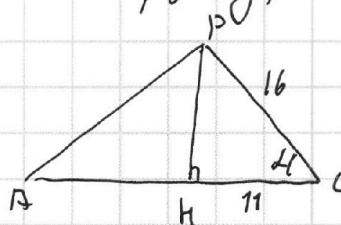
6 окружности  $w_2$ . Значит, по свойству,  $\angle CPB = \angle COB = 2\alpha$ .

$\angle CPB$  - вписанный для  $\triangle CAP$ . Значит,  $\angle CPB = \angle CAB + \angle ACP$

$$\Rightarrow \angle ACP = \angle CPB - \angle CAB = 2\alpha - \alpha = \alpha$$

По признаку,  $\triangle APC$  - равнобедренный. Значит,  $PC = AP = 16$

Определим высоту PH в  $\triangle APC$ . Она



также является медианой. Значит,  $HC = 11$ .  
По Т-правилу,  $PH = \sqrt{PC^2 - HC^2} = \sqrt{16^2 - 11^2}$

Из  $\triangle PHC$ :

$$\sin \alpha = \frac{PH}{PC} = \frac{\sqrt{16^2 - 11^2}}{16} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot (16+8) \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} =$$

$$= 11 \cdot 24 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} = \frac{11 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{15}}{2} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

Ответ:  $\frac{99\sqrt{15}}{2}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.












СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 + \sqrt{35} < 2\sqrt{35 + \frac{1}{2}} \Rightarrow 71 + 12\sqrt{35} < 4(35 + \frac{1}{2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 71 + 12\sqrt{35} < 142 \Rightarrow 12\sqrt{35} < 71 \Rightarrow 12^2 \cdot 35 < 71^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 144 \cdot 35 < 71^2 \Rightarrow 5040 < 5041$$

Вывод:  $\sin \theta = 6 \text{ т. } \pm \frac{1}{4\sqrt{2}}$ .

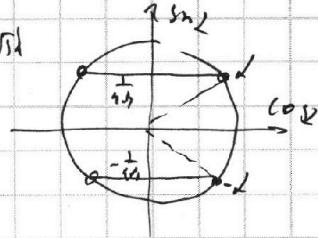
Найти  $\sin \varphi(\theta)$  и  $\theta$  в градусах, если

$$\sin(-\theta) = \pm \frac{1}{4\sqrt{2}} \Rightarrow -\theta = \pm \arcsin \frac{1}{4\sqrt{2}} + \pi k$$

$$\Rightarrow \theta = \pm \arcsin \frac{1}{4\sqrt{2}} + \pi k$$

$$\sin \varphi(\theta) = 2 \cdot 2\sqrt{35 + \frac{1}{2}} + 6\sqrt{2} =$$

$$= 4\sqrt{\frac{71}{2}} + 6\sqrt{2} = 2\sqrt{142} + 6\sqrt{2}$$



Ответ:  $2\sqrt{142} + 6\sqrt{2}$ , получается  $\theta$  если  $\theta = \pm \arcsin \frac{1}{4\sqrt{2}} + \pi k$ ,  
где  $k \in \mathbb{Z}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит,

$$|\vec{r}_1 \cdot \vec{x}_1| + |\vec{r}_2 \cdot \vec{x}_2| = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{1} \cdot 6 = 6\sqrt{1}$$

Помимо образца,  $P(P_{(1)}) = 2 \sqrt{36-x_0^2} + 2\sqrt{36-y_0^2} + 6\sqrt{1}$ ,

$$\text{т.е. } x_0 = 4 \sin(-\alpha), \quad y_0 = 4 \cos(-\alpha) \quad (x_0^2 + y_0^2 = 1)$$

$$\text{Пусть } f(x) = \sqrt{36-16x^2} + \sqrt{36-1+16x^2}$$

Найдем максимум этой функции на отрезке  $[-1, 1]$

$$f(x) = \sqrt{36-16x^2} + \sqrt{35+16x^2}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{-32x}{2\sqrt{36-16x^2}} + \frac{32x}{2\sqrt{35+16x^2}} = \frac{16x}{\sqrt{35+16x^2}} - \frac{16x}{\sqrt{36-16x^2}} = \\ &= 16x \frac{\sqrt{36-16x^2} - \sqrt{35+16x^2}}{\sqrt{35+16x^2} \cdot \sqrt{36-16x^2}} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{36-16x^2} = \sqrt{35+16x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 36-16x^2 = 35+16x^2 \end{cases} \\ x \in [-1, 1] \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 = 32x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{4\sqrt{2}} \end{cases}$$

Значит, максимум  $f$  среди значений:

$$f(-1) = \sqrt{20} + \sqrt{51} = f(1)$$

$$f(0) = 6 + \sqrt{35}$$

$$f\left(\frac{1}{4\sqrt{2}}\right) = \sqrt{36-\frac{1}{8}} + \sqrt{35+\frac{1}{8}} = 2\sqrt{35,5} = \underline{\underline{\sqrt{35+\frac{1}{2}}}}$$

$$\sqrt{20} + \sqrt{51} < 6 + \sqrt{35} \Rightarrow 71 + 2\sqrt{20} \cdot \sqrt{51} < 71 + 12\sqrt{35} \Rightarrow 10 \cdot 51 < 36 \cdot 35 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 17 < 12 \cdot 7 \Rightarrow 68 < 84$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть прямая  $x_1 = x_0$  пересекает окружность  $x^2 + y^2 = 36$  в точках  $X_1$  и  $X_2$  (одна из которых есть  $X_1$ , биссектриса), пусть прямая  $y = y_0$  пересекает окр.  $x^2 + y^2 = 36$  в т.  $Y_1$ ,  $Y_2$ , (один из т.  $Y_1$ ,  $Y_2$  лежит).

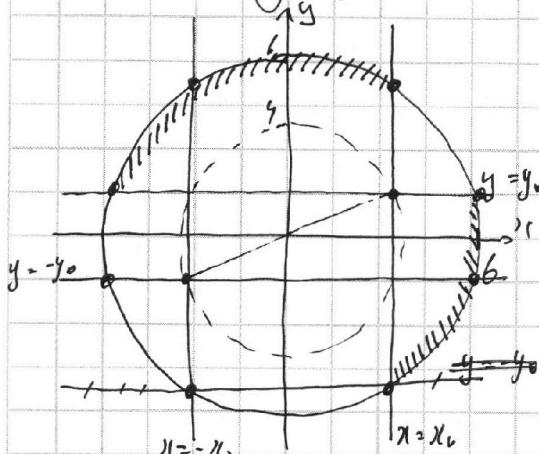
Площадь параллелограмма  $\Phi(z)$  равен  $|X_1 X_2| + |Y_1 Y_2| + |Y_2 X_1| + |Y_1 X_2|$

$$|X_1 X_2| = \sqrt{(x_0 - x_0)^2 + (\sqrt{36 - x_0^2} + \sqrt{36 - x_0^2})^2} = \sqrt{x_0 \cdot x_0 + 2}$$

$$= 2 \sqrt{0 + (\sqrt{36 - x_0^2})^2} = 2 \sqrt{36 - x_0^2}$$

$$|Y_1 Y_2| = 2 \sqrt{36 - y_0^2}$$

Заметим, что сумма длин горизонтальных отрезков, соединяющих вершины параллелограмма с центром окружности, задается уравнением  $x^2 + y^2 = 36$ .



П.п. если прямая прямая

$x = x_0$  и  $y = y_0$ , то она,

бывает с прямой  $x = x_0$  и  $y = y_0$  разделяют окружность

$x^2 + y^2 = 36$  на пары радиусов

и это хватает пары

радиусов одна входит в гранецу  $\Phi(z)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N=6.

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \vartheta)(y - 4 \cos \vartheta) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} (x - 4 \sin(-\vartheta))(y - 4 \cos(-\vartheta)) \leq 0 \quad (1) \\ x^2 + y^2 \leq 36 \quad (2) \end{cases}$$

(2): тиривенство задает круг с центром в г. (0,0)  
и радиусом 6.

(1): Пусть  $x_0 = 4 \sin(-\vartheta)$ ,  $y_0 = 4 \cos(-\vartheta)$ .

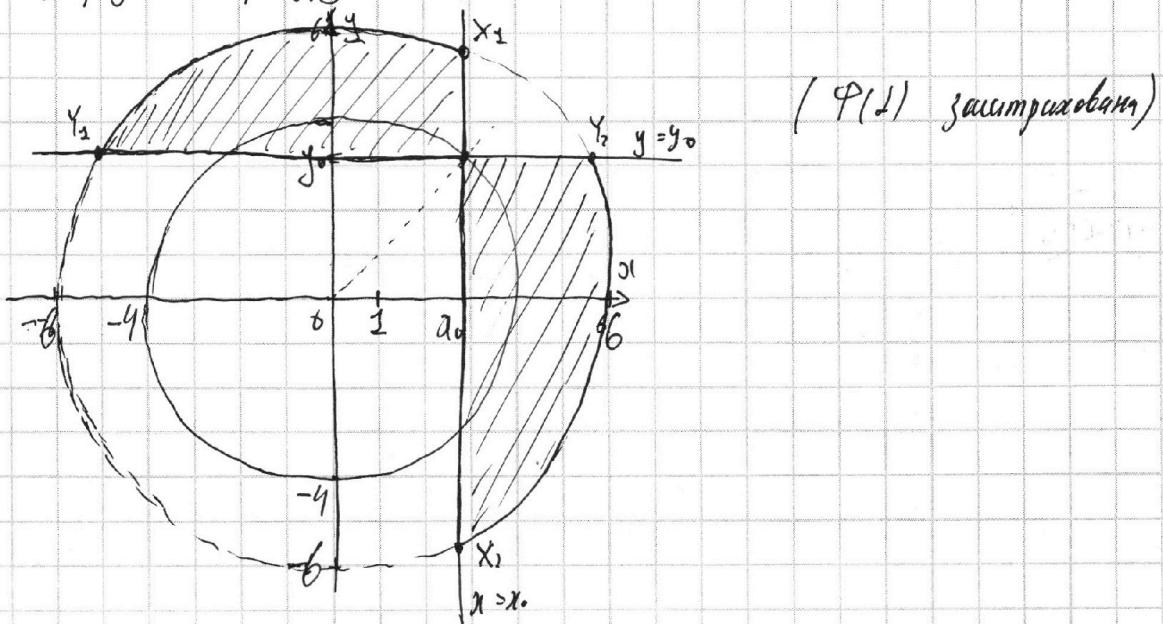
$$x_0^2 + y_0^2 = 16 \sin^2(-\vartheta) + 16 \cos^2(-\vartheta) = 16.$$

(1) задает единство пространства, ограниченного

примити  $x = x_0$ ,  $y = y_0$ ,

причем  $(x_0, y_0)$  — точка на окружности с центром в г. (0,0),  
радиусом 4.

Изобразим фигуру  $\Phi(\vartheta)$  на плоскости:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

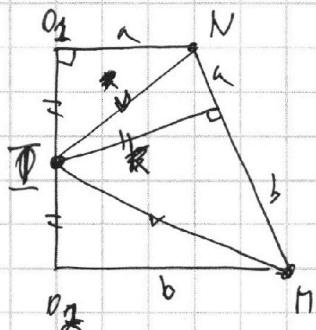
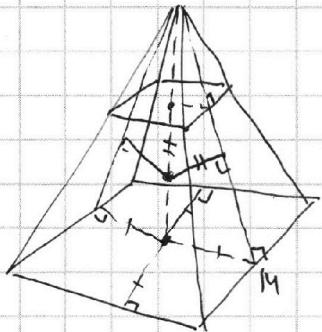
СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Пусть  $O$  - центр шара  $\Gamma$

П.п. он находит ~~в~~ радиус прям. угл. пирамиды, то  $O$  проектирует с центра вписанной окр. каждой из грани. боковы граны имеют форму угл. пирамиды - ромбодекр. трапеции.  $I$  - центр  $\omega$ .



Центр шара на оси пирамиды.

Отвт:  $60^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

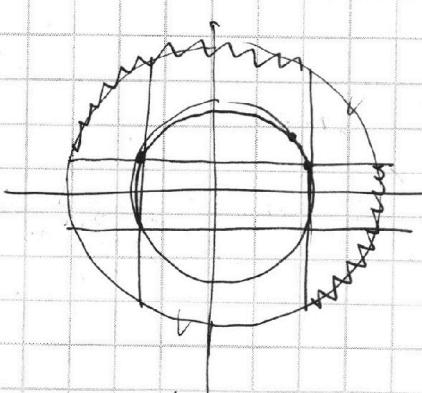


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$36 - \frac{1}{2}$$

1

$$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

36

$$n^2 = \frac{1}{32}$$

$x^2$

$\begin{cases} 1 \\ +2 \end{cases}$

$$\frac{\cancel{32x}}{\cancel{36-16n^2}} + \frac{\cancel{8x}}{\cancel{35+16n^2}} = \cancel{8x} (\sqrt{36-16n^2})$$

$$\sqrt{36-16n^2} = \sqrt{35+16n^2}$$

-7

$$\sqrt{51} + \sqrt{20} < 6 + \sqrt{35}$$

$$36-16n^2 = 35+16n^2$$

$$\begin{aligned} y &= 7 + 4n \\ y &= -7 \\ 36 & \end{aligned}$$

$$71 + 2\sqrt{51 \cdot 20}$$

$$36+35+12\sqrt{35}$$

$$1 = 16n^2$$

-7

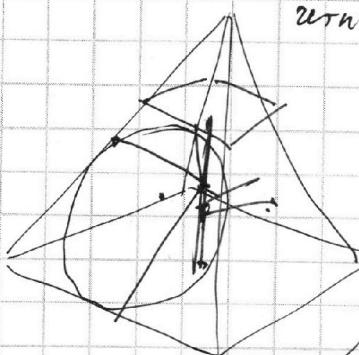
$$\sqrt{51 \cdot 20}$$

$$6\sqrt{35}$$

$$\begin{array}{ccccccc} (-) & -3 & (-) & -2 & -1 & 0 & (+) \\ \checkmark & & \checkmark & & \checkmark & & \checkmark \\ 17 \cdot 4 & & & & & & 12 \cdot 7 \\ 78 & & & & & & 84 \end{array}$$

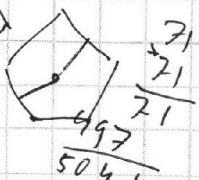
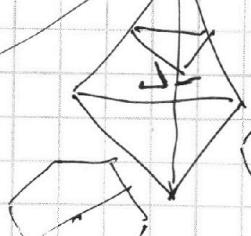
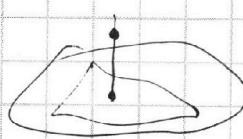
$$51 = 3 \cdot 17$$

$$12 \cdot 7$$



штук

$$71 + 12\sqrt{35} \quad 9 \cdot (35+1)$$



$$71 + 12\sqrt{35} \quad 140 + 2$$

$$12\sqrt{35}$$

$$71$$

$$12^2$$

$$\begin{array}{r} 142 \rightarrow \\ 144 \cdot 35 \\ \hline 71 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 35 \\ \hline 179 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ 5040 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1	+	+	1000n + 1..
2	+	+ (100n + 1..)	$x \rightarrow x-4, y \rightarrow y+4$
3	+	- +	Решает син tg, перенести табл - 100n
4	+	+	10(A), 10(B)
5	??	+	заре sin? ..
6	+ 5d6n	+	(2) опр однокр. д-р
7	"	"	easy

$x, y > 0$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{3+x+y}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$(x+y+3) = 0$$

$$xy = xy + 4x - 4y - 16 \quad x = y+4$$

$$0 = x - y - 4$$

$$\frac{(x+y+3)(xy - 4x + 4y - 16 + 24)}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x+y+3 \\ x-4 \\ y+4 \end{cases}$$

$$x, y \neq 0, x \neq 4, y \neq 4$$

$$x = -y-3$$

$$x = -y$$

$$x = -y-3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a-b}{2} \cdot \cos \frac{a+b}{2}, \quad \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\sin \pi y - \sin \pi x = 2 \sin \frac{\pi}{2}(y-x) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x+y)$$

$$\cos \pi y + \cos \pi x = 2 \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(y-x)$$

$$\cancel{2 \cos \frac{\pi}{2}(x+y)} \left( \sin \frac{\pi}{2}(y-x) \cdot \sin \pi x = \right)$$

$$\cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{2}(y-x) \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(y-x) \cdot \cos \pi x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \\ \cos \pi x = 0 \\ \sin \frac{\pi}{2}(y-x) = 0 \end{array} \right.$$

$$\tan \pi y \cdot \tan \frac{\pi}{2}(y-x) = 1$$

$$\tan \left( \frac{\pi}{2} - \pi y \right) = \tan \frac{\pi}{2}(y-x)$$

$$\frac{\pi}{2} - \pi y = \frac{\pi}{2} y - \frac{\pi}{2} x + \pi k$$

$$\frac{\pi}{2} - 2\pi y = \pi y - \pi x + \pi k$$

$$\pi x + \pi y = \pi y - \pi x + 2\pi k$$

$$3\pi y = \pi x + 2\pi k$$

$$3y = x + 2k$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{2k}{3}$$

$$n-2m = k$$

$$\arctan \cos \frac{\pi}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

$$\arctan \cos \frac{\pi}{7} > \arcsin \frac{y}{4} - \frac{\pi}{2}$$

$$[0, \pi] \quad (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \quad x \in [-1, 0]$$

$$\arctan \cos \frac{\pi}{7} \neq 0$$

$$\arcsin \frac{y}{4} - \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\frac{4}{3}x + 2k$$

$$\frac{n-2m}{3} \in \left\{ -\frac{4+2k}{3}, \frac{4+2k}{3} \right\}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{7} \neq 1$$

$$\frac{3}{7} \in (-1, 1)$$

$$\frac{4}{3} \in (-1, 1)$$

$$\frac{4+2k}{3} \in (-$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                                     |                          |                                     |                          |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

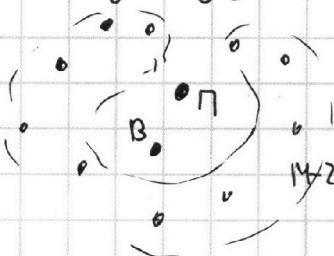
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Верхний круг на 45:

1+1=50

M - диагональности.



$$P_1 = \frac{C_{M-2}^2}{C_M^4} = \frac{(M-2)(M-3)}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{(M-2)(M-3)(M-1)(M-5)}$$

$$P_1 = \frac{C_{M-2}^2}{C_M^4} = \frac{(M-2)(M-3)}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{M(M-1)(M-2)(M-3)}$$

$$P_2 = \frac{C_{M-2}^x}{C_{M-2}^{x+2}} = \frac{36-y^2}{-36-(1-x^2)} = \frac{12}{35+x^2}$$

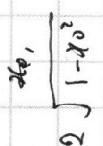
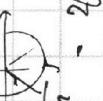
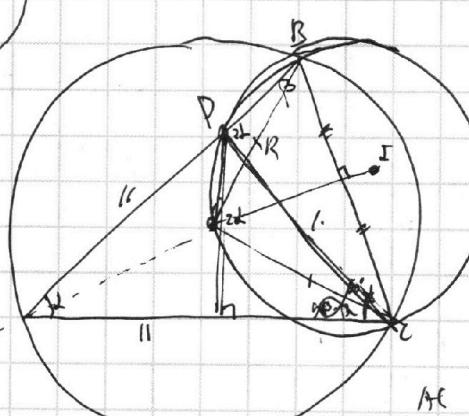
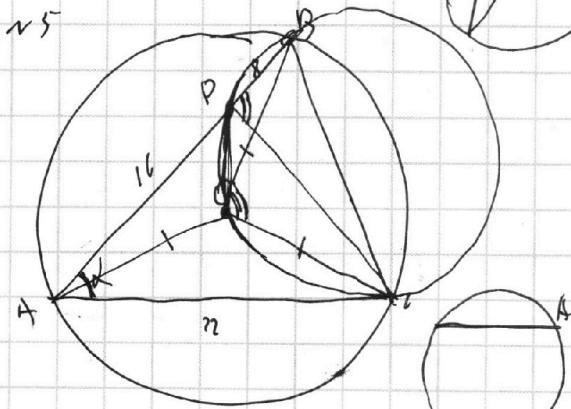
$$= \frac{(M-2)!}{(M-2-x)!} \cdot \frac{(x+1)(x+2) \dots (M-2-x)!}{M(M-1)(M-2)!} = \frac{(x+1)(x+2)}{35+x^2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 11 = \frac{x^2+3x+2}{12} \Rightarrow x^2+3x+11 \cdot 12 + 2 = 0$$

$$x = \frac{-3+27}{2} = 12$$

$$x^2+3x+130 = 0$$

$$0 = 9 + 720 = 729 = (27)^2$$



$$PC = \frac{AC}{\sin \beta} \cdot \frac{AR}{\sin (180^\circ - \beta)}$$

$$\frac{1}{2} AC \cdot AR \cdot \sin \beta$$

$$(16-11) \cdot (16+11) = \frac{BC}{\sin \beta} = 2R \Rightarrow \sin \beta = \frac{BC}{2R}$$

$$= 5 \cdot 27 = 15 \cdot 9$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| x | x | x | x | x | x | x |

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

