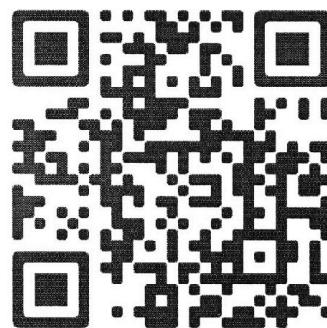


МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 1

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 1, а  $y$  — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 3xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = \frac{15}{2}$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 9$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

- Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.
- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa}$$

$$A \cdot B \cdot C = n^2 \quad n \in \mathbb{N}$$

$$B = \overline{bcd} ; 2 \in B$$

$$C = \overline{ef} ; 3 \in C$$

А можно представить в виде  $a \cdot 1111 = a \cdot 101 \cdot 11$  и

так как  $0 \leq a \leq 9$ , то  $B \cdot C$  должно содержать  $101 \cdot 11$  в

множителе,  $10 \leq C \leq 99$  значит  $B = 101 \cdot k$ , причем  $k=2$

т.к. иные 2 не будут в  $B$ ; 11 не может содержаться

в  $B$ , также потому что иные  $B$ -двузначные, значит

$$\text{тогда } C = 11 \cdot m ; m = 3 \text{ является } B.$$

$$\text{Возьмем } A \cdot B \cdot C = a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2 =$$

$$= 9 \cdot 6 \cdot 101^2 \cdot 11^2$$

а既然  $a$  равно 6, так как  $2 \cdot 3 \in a$  и  
девять хоть какой-нибудь множитель, который к тому же  
должен быть пятизначным и сканет  $\geq 10$ , значит  
единственный возможный вариант таких чисел  $A, B, C$ :

$$6666, 202, 33$$

Ответ:  $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = ?$$

ОГР:  $x \neq 0$   
 $y \neq 0$   
 $x \neq 1$   
 $y \neq -1$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+x+y-x+2}{(x-1)(y+1)}$$

$y, x > 0$ , значит знаменатель  $\neq 0$

$$\text{значит } xy = (x-1)(y+1)$$

$$xy = xy - y + x - 1$$

$$x - y = 1$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = \\ = x^3 - y^3 - 3xy = 1^3$$

$$M = 1$$

Ответ: 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y - \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x = 0$$

$$-\cos 2\pi x - \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x + \pi y)$$

$$\cos \alpha = -\cos \beta$$

$$\beta = \pi \pm \alpha + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \pi x + \pi y = \pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ \pi x + \pi y = \pi - 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad | : \pi$$

$$\begin{cases} y = 1 + x + 2k; k \in \mathbb{Z} \\ y = 1 - 3x + 2k; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{м.е. нам подходит также } (x, y) \text{ удовлетворяющие} \\ \text{условию симметрии}$$

$$0) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$-4 \leq y \leq 4, \text{ м.е.} \begin{cases} -4 \leq 1 + x + 2k \leq 4 \\ -4 \leq 1 - 3x + 2k \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 - 2k \leq x \leq 3 - 2k \\ \frac{5+2k}{3} \geq x \geq \frac{2k-3}{3} \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} < \frac{3\pi}{2} - \arccos \frac{y}{4} \quad \text{означает что обе части неравенства}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2} \quad 0 \leq \arccos \frac{y}{4} \leq \pi$$

$$\text{м.е. только если } \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \quad \text{перевешивание не будем} \\ \arccos \frac{y}{4} = \pi \quad \text{считаемся} \\ \text{правильн.} \rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

м.е.  $\frac{x}{5} \neq 1$  или;  $\frac{y}{4} \neq -1$ , тогда для того из этих условий на линии соблюдаются

$$\begin{cases} x \neq 5 \\ y \neq -4 \end{cases}; \text{ если } y = 1+x+2k, \text{ то } k \neq -5 \\ \text{если } y = 1-3x+2k, \text{ то } k \neq 5$$

~~м.к~~  $y = 1+x+2k$ ; то все  $y$  полученные при  $x:2$  будут нечетные и наоборот.

значит для любого  $-5 \leq x \leq 5$   $y$  нас существует

5  $y$  если  $x:2$ , и 4  $y$  если  $x:2$ , м.е всего

$5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 = 50$  комбинаций, и одна лишняя

$$50 - 1 = 49$$

б) Ответ: 49

в) Ответ:  $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} y = 1+x+2k; k \in \mathbb{Z} \\ y = 1-3x+2k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

В начале месяца у боярки и к однодневникам

В конце месяца у неё было и к однодневникам

$$P_1 = \frac{4 \cdot 3}{K(K-1)} \text{ в начале}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 2,5$$

$P_1, P_2$  - вероятности  
своевременного получения  
бумаги

$$P_2 = \frac{(4+m)(3+m)}{K(K-1)} \text{ в конце}$$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2,5}{K(K-1)} = \frac{m^2 + 7m + 12}{K(K-1)} \quad | \cdot (K-1) \cdot K \neq 0 \quad K \geq 2$$

$$30 = m^2 + 7m + 12$$

$$m^2 + 7m + 18 = 0$$

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &= -7 & m_1 &= 2 \\ m_1 \cdot m_2 &= -18 & m_2 &= -9 \end{aligned} \quad \text{т.к. не подходит}$$

$m = 2$  а значит всего  $4+m = 6$  билетов было выдано  
в конце месяца.

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

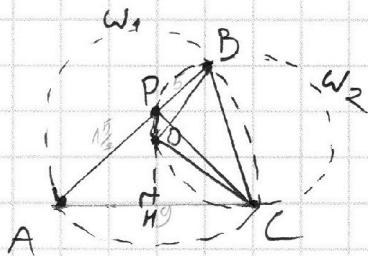
5

6

7

СТРАНИЦА  
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $O$  - центр  $w_1(ABC)$

$w_2$  - окружность  $(BOC)$

$$AP = \frac{15}{2}; PB = 5; AC = 9$$

$$w_2 \cap AB = P$$

Найти:  $S_{ABC}$

Решение: 1) так как  $\triangle OPB$  - висячий четырехугольник, то  
 $\angle BOC = \angle CPB = 2d$  (отражено на друг другу  $BC$ )

$$2) \angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = d \text{ (внешний)}$$

$$3) \angle APC = 180 - 2d \text{ (столбик), а значит}$$

$$\angle PCA = 180 - 180 + 2d - d = d$$

4)  $\angle PAC = \angle PCA$ , значит  $\triangle APC$  - равнобедренный,  
относим перпендикуляр  $PM$  на  $AC$ .

$$5) PM \text{ является медианой, значит } AM = MC = \frac{AC}{2} = 4,5$$

$$6) \cos d = \frac{AM}{PA} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{3}{5}; \sin d = \sqrt{1 - \cos^2 d} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$7) S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin d \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot (5 + 4,5) \cdot 9 = \frac{12,5 \cdot 4 \cdot 9}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{25 \cdot 9}{5} = 45$$

Ответ: 45

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\left\{ \begin{array}{l} (x - 3\sqrt{2} \sin d)(y - 3\sqrt{2} \cos d) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{array} \right.$$

Фигура  $\varphi(d)$  — это часть круга с радиусом 5, может явно найти периметр  $M$

$$M = \cancel{\frac{3\sqrt{2}-18\cos^2 d}{4}} - \cancel{3\sqrt{2} \sin d} + \cancel{3\sqrt{2} \cos d} + \cancel{\sqrt{25-18\sin^2 d}} + \cancel{\frac{10\pi}{4}} + 5\arcsin \left( \frac{3\sqrt{2} \cos d}{5} \right) + 5\arccos \left( \frac{3\sqrt{2} \sin d}{5} \right)$$

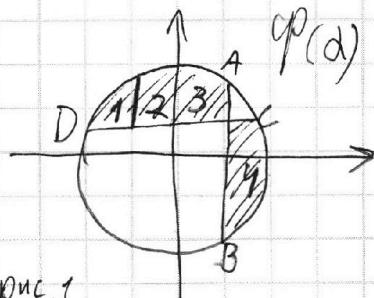


рис. 1

на рисунке части 1, 2, 3, 4 составляют

$\varphi(d)$  и периметр у нас есть  
длинны будут хорда  $AB$  <sup>горизонтальная</sup>, и

шаги сегментов 1, 2, 3, 4 совпадают

с кругом; при этом мы можем

отразить симметрию 1 части относительно  
оси ординат и 2 части относительно

диаметра координат, и тогда весь  
искомый периметр будет равен четырехугольнику

то есть  $\frac{2\pi \cdot 5}{2} = 5\pi$ .

Значит весь  $M = \sqrt{25-18\cos^2 d} + \sqrt{25-18\sin^2 d} + 5\pi$

продолжение

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



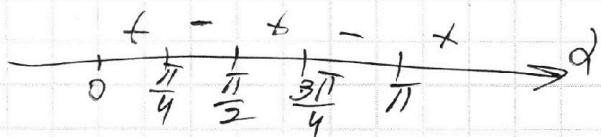
- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
8 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M' = \frac{1}{\sqrt{25 - 18\cos^2\alpha}} \cdot (-18) \cdot (2\cos\alpha) \cdot (-\sin\alpha) + \\ + \frac{1}{\sqrt{25 - 18\sin^2\alpha}} \cdot (-18) \cdot 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \\ = +18 \cdot 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha \left( \frac{1}{\sqrt{25 - 18\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{25 - 18\sin^2\alpha}} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin\alpha = 0 \\ \cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = 0 \\ \cos\alpha = 0 \\ \cancel{\sin^2\alpha = 25 - 18\cos^2\alpha} \end{cases}$$



м.е. максимум  $M \theta \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$

$$M = 16 + 5\pi$$

Отвем:  $M = 16 + 5\pi$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \\ A = \cancel{\text{номер}}$$

$$a \cdot 1000 + a \cdot 100 + a \cdot 10 + a$$

$$B = \cancel{текст} \quad \overline{b,c,d} = 2$$

$$a \cdot (1111) = a \cdot 101 \cdot 11$$

$$C = \cancel{ef} \quad \begin{cases} e=3 \\ f=3 \end{cases}$$

$$B \cdot C \in 11; 101$$

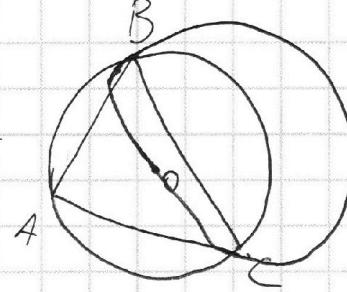
$$A \cdot B \cdot C = n^2$$

$$B = 101 \cdot k \quad k=2$$

$$ef = 11 \cdot j \quad j=3$$

$$a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 2$$

$$a \in 3^2 \quad 9=6$$



№2

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy \quad \frac{y+x+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+x+2}{xy}$$

$$(\sin \pi x \times \sin \pi y) \sin \pi x = \frac{y \cdot x + x - 1 + 2}{(x-1)(y+1)} xy - y + x - 1 = \cancel{xy}$$

$$= (\cos \pi x \times \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3x^2y - y^3$$

$$x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = 1$$

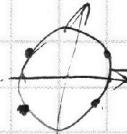
$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x =$$

$$= \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi y + \pi x)$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi(y+x))$$

$$x=0 \quad \cos 0 = -\cos \pi y$$



$$m^2 + 7m - 28 = 0$$

(0, 1)

$$(y+m)(3+m) = 12 \cdot 2,5$$

$$12 + 7m + m^2 = 12 \cdot 2,5$$

y=1

$$\frac{y}{k} \cdot \frac{3}{(k-1)} \quad m_1 \neq m_2 = -4 \quad | -9$$

$$m_1 - m_2 = -18 \quad | 2$$

$$\frac{(y+m)}{k} \cdot \frac{3+m}{k-1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.





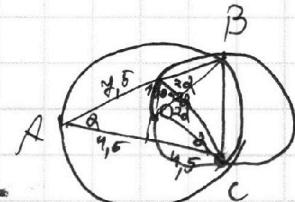
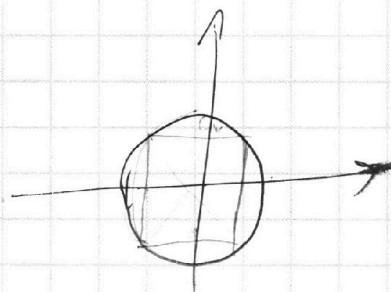
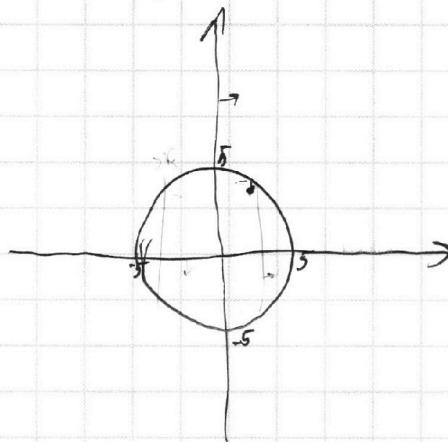





СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - 3\sqrt{2} \sin d)(y - 3\sqrt{2} \cos d) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{array} \right.$$



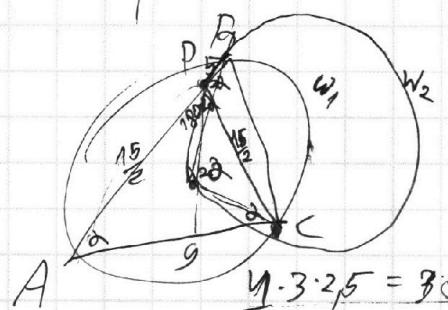
$$\cos = \frac{y,5}{5,5} = \frac{y}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\sin = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3\sqrt{2} \sin d \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos d \leq 0 \\ x - 3\sqrt{2} \sin d \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos d \geq 0 \end{array} \right.$$

$$x \geq 3\sqrt{2} \sin d$$

$$y \leq 3\sqrt{2} \cos d$$



$$1 \cdot 3 \cdot 2,5 = 30 = 6 \cdot 5 = 30$$

9 0 0 1 0 . 0

$\frac{y}{K}$   $\frac{y+m}{K}$   
одинаково

$\frac{y}{K}$

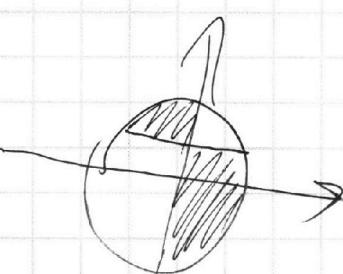
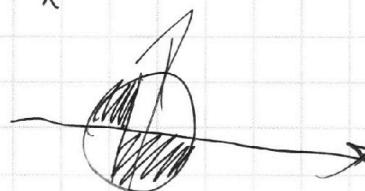
$\frac{y+m}{K}$   
исходя

$$\frac{y}{K} \cdot 2,6 = \frac{y+m}{K}$$

$$\frac{10}{K} = \frac{y+m}{K} \quad m = 10-y = 6$$

$$\frac{y}{K} ; \frac{10}{K}$$

$$\frac{\frac{10}{K}}{\frac{y}{K}} = \frac{10}{y} = 2,6$$





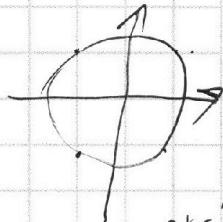
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x + \pi y)$$



$$\alpha \rightarrow \pi - \alpha$$

$$\cos 2\pi = -\cos \pi + \pi - 3\pi$$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2} \text{ или } y = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\cos \pi &= -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

$$2\pi x = \alpha$$

$$\frac{5}{3} + 2k \pi \times \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & -5 & -4 & -3 & \\ \hline -2 & & & & \\ \hline -1 & -3 & -2 & -1 & \\ \hline 0 & -1 & 0 & 1 & \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & \\ \hline 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} \pi x + \pi y = \pi - 2\pi x \\ \pi x + \pi y = \pi + 2\pi x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi y = \pi - 3\pi x \\ \pi y = \pi + \pi x \end{cases} \quad | : \pi$$

$$x = 5$$

$$\sin(\arcsin \frac{x}{5}) < \frac{\frac{3\pi}{2} - \arccos \frac{y}{9}}{\sin \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{y}{9}}$$

$$5 \pi x \geq 2\frac{1}{3}$$

$$-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1$$

$$-5 \leq x \leq 5 \quad -9 \leq y \leq 9$$

$$\frac{x}{5} < -\frac{y}{9} \quad x \cdot y < -5y$$

$$1) -y \leq \pi x \leq y \quad 2) -y \leq 1 - 3x \leq y \quad x \cdot y + 5y < 0$$

$$-5 \leq x \leq 3$$

$$-5 \leq -3x \leq 3$$

$$-5 \leq x \leq 3$$

$$\frac{5}{3} \geq x \geq -1$$

$$1 + 5 + 2k = -y$$

$$6 + 2k = -y$$

$$k = -5$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{1}{9} + \frac{x}{9} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{1}{9} + \frac{x}{9} < \pi + \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x}{5}$$

$$-19 + 2k = -y \quad k = 5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.








СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -5$$

$$y = \begin{cases} 1+5+2k \\ 1+15+2k \end{cases}$$

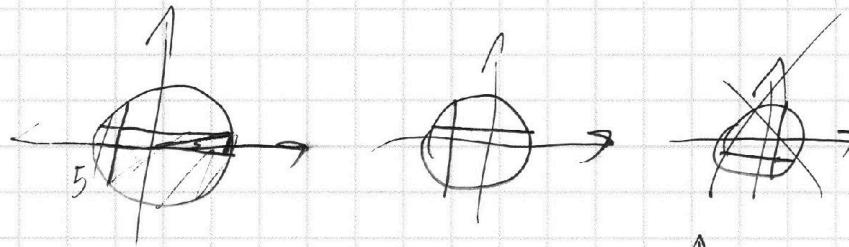
$$x = -1$$

$$y = \begin{cases} 1+4+2k \\ 1+12+2k \end{cases}$$

$$\begin{matrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{matrix}$$

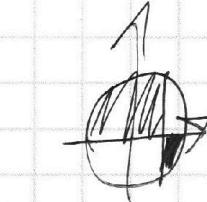
$$\begin{matrix} -3 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 3 & \end{matrix}$$



$$25 - \frac{(3\sqrt{2}\cos\alpha)^2}{2} =$$

$$= \sqrt{25 - 9\cos^2\alpha}$$



$$\begin{matrix} 1 \\ \sin\alpha \leq 0 \\ \cos\alpha \geq 0 \end{matrix}$$

$$+ \sqrt{25 - 18\sin^2\alpha} + 3\sqrt{2}\cos\alpha$$

$$\frac{10\pi}{9} + \frac{10\pi}{9} \cdot \arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\cos\alpha}{5}\right)$$

$$+ 5 \cdot \arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\sin\alpha}{5}\right)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{25 - 18\cos^2\alpha} - 3\sqrt{2}\sin\alpha + 3\sqrt{2}\cos\alpha + \sqrt{25 - 18\sin^2\alpha} + 5 \arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\cos\alpha}{5}\right) \\ & + 5 \arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\sin\alpha}{5}\right) + \frac{10\pi}{9} \end{aligned}$$