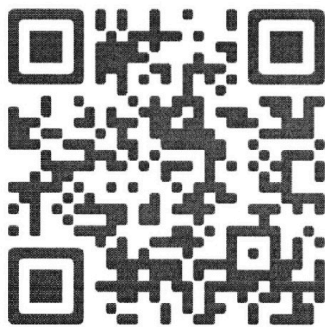




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

A, B, C - натуральные. $A \cdot B \cdot C$ - квадрат натурального числа. $\Rightarrow$ Пусть $A \cdot B \cdot C = X^2$, $X \in \mathbb{N}$.

По условию A имеет вид $\overline{aaaa}$, где $a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$
 $\Rightarrow A = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$, так как a - ~~цифра~~ ~~цифра~~, $a \neq 11$, $a \neq 101$.

$A \cdot B \cdot C : (11 \cdot 101)$, т.к. $A : (11 \cdot 101)$

$$X^2 : 11 \cdot 101 \Rightarrow X : (11 \cdot 101) \Rightarrow X^2 : 11^2 \cdot 101^2$$

(так как 11 и 101 - простые).

$\Rightarrow B \cdot C : 11 \cdot 101$. C двузначное, поэтому оно ^{точно} не делится на 101 $\Rightarrow B : 101 \Rightarrow B$ имеет вид $\overline{b0b}$, где $b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Так как хотя бы одна из цифр B равна $b \Rightarrow b = b \Rightarrow B = b0b$.

$b0b \neq 11 \Rightarrow C : 11 \Rightarrow C$ имеет вид $\overline{cc}$, где $c \in \{1; 2; \dots; 9\}$
 Так как хотя бы одна из цифр C равна $c \Rightarrow c = c \Rightarrow C = cc$.

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot b0b \cdot cc = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot a = X^2$$

$\Rightarrow 2a$ - квадрат какого-то числа.

$2 \cdot 1 = 2$ - не подходит

$2 \cdot 2 = 4$ - подходит

$2 \cdot 3 = 6$ - не подходит

$2 \cdot 4 = 8$ - не подходит

$2 \cdot 5 = 10$ - не подходит

$2 \cdot 6 = 12$ - не подходит

$2 \cdot 7 = 14$ - не подходит

$2 \cdot 8 = 16$ - подходит

$2 \cdot 9 = 18$ - не подходит

Значит, либо $A = 2222$,
 либо $A = 8888$.

Троек $(A; B; C)$ всего две.

Ответ: $\{(2222; 606; 33),$
 $(8888; 606; 33)\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W2

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{5+x+y}{xy} = \frac{5+x-2+y+2}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{5+x+y}{xy} = \frac{5+x+y}{(x-2)(y+2)}$$

$$\begin{cases} 5+x+y=0 & \text{— не может быть, так как } x, y > 0 \\ xy, (x-2)(y+2) \neq 0 \end{cases}$$

$$xy = (x-2)(y+2) \neq 0$$

Значит $xy = (x-2)(y+2)$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

$$4 = 2(x-y)$$

$$x-y=2.$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy = \\ &= 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = 2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x-y)^2 = \\ &= 2 \cdot 4 = 8. \end{aligned}$$

Ответ: $M=8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3.

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = -2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x = -\sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x$$

$$\left[\sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \right.$$

$$\left[\cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x = -\sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x \right.$$

$$\text{II либо } \cos \pi x \neq 0 \text{ и } \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \neq 0, \text{ либо } \cos \pi x = 0$$

$$\left[\sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \quad (*) \right. \Rightarrow \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x \neq 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin \pi x = 0 \\ \cos \frac{\pi}{2}(x-y) = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\operatorname{tg} \pi x = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}(x-y) \quad (*) \right.$$

$$\left[\cos \pi x = \cos \frac{\pi}{2}(x-y) = 0 \quad (*) \right.$$

не может быть,
так как $\cos \pi x = 0$,
 $\sin^2 \pi x + \cos^2 \pi x = 1$

Решим (*1):

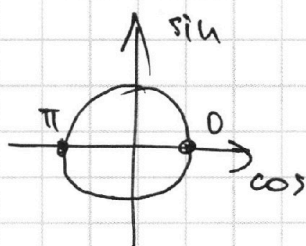
$$\sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0$$

$$\frac{\pi}{2}(x+y) = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -y + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -x + 2k, k \in \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из ~~7~~

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим (*2):

$$\operatorname{tg} \pi x = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (x-y)$$

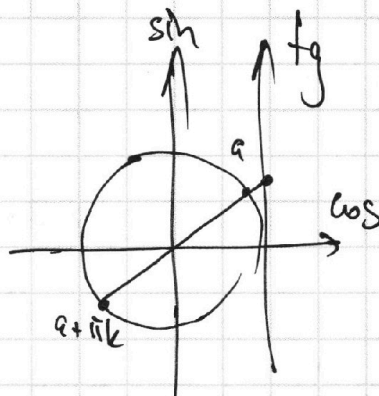
$$\operatorname{tg} \pi x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (y-x)$$

$$\pi k + \pi x = \frac{\pi}{2} (y-x), k \in \mathbb{Z}$$

$$2x + 2k = y - x, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = y - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 3x + 2k, k \in \mathbb{Z}$$



Решим (*3):

$$\cos \pi x = 0$$

$$\cos \frac{\pi}{2} (x-y) = 0$$

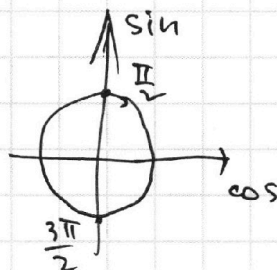
$$\pi x = \frac{\pi}{2} + \pi k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{2} (x-y) = \frac{\pi}{2} + \pi k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 1 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$x-y = 1 + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$\Downarrow$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{II} \\ & \begin{cases} x = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{1}{2} + k_1 - y = 1 + 2k_2, k_1 \text{ и } k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ & \begin{cases} x = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = -\frac{1}{2} + k_1 - 2k_2, k_1 \text{ и } k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$x-1$

Вернемся к системе совокупности:

$$\begin{cases} y = -x + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 3x + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = x - 1 - 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $(x, y) \in \{ (x; -x + 2k), (x; 3x + 2k_3), (\frac{1}{2} + k_1; -\frac{1}{2} + k_1 - 2k_2) \}$, где $k, k_1, k_2 \text{ и } k_3 \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} & \delta) \\ & \sin t \in [-1; 1] \\ & \arcsin t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \quad \text{при всех } x \text{ и } y \text{ на области определения}$$

$\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2}$

Равенство достигается тогда и только тогда, когда $\begin{cases} \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Следовательно $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$

$$\begin{cases} (x, y) \neq (6; 2) \\ x \in [-6; 6] \quad (\text{т.к. } \frac{x}{6} \in [-1; 1]) \\ y \in [-2; 2] \quad (\text{т.к. } \frac{y}{2} \in [-1; 1]) \end{cases}$$

Пересберем все целые x на $[-6; 6]$:

при $x = -6$

$$\begin{cases} y = -18 + 2k, k \in \mathbb{Z} \quad ① \\ y = 6 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \quad ② \\ y = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = -6 - 1 + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

невозможно
подходит, т.к. $\frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$
не является целым числом

$$① y = -18 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

при $k \leq 8 \quad y < -2$

при $k = 8 \quad y = -2$

$k = 9 \quad y = 0$

$k = 10 \quad y = 2$

$k > 10 \quad y > 2$

$\Rightarrow$ подходят $(-6; -2), (-6; 0)$ и $(-6; 2)$

$$② y = 6 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$

при $k_3 > -2 \quad y > 2$

$k_3 = -2 \quad y = 2$

$k_3 = -3 \quad y = 0$

$k_3 = -4 \quad y = -2$

$k_3 < -4 \quad y < -2$

$\Rightarrow$ подходят $(-6; 2), (-6; -2)$ и $(-6; 0)$

при $x = -5$

$$y = -15 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \quad ①$$

$$y = 5 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \quad ②$$

$$y = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$y = -5 - 1 + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$$

невозможно
подходит, т.к. $\frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$
не целое число.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① $y = -15 + 2k, k \in \mathbb{Z}$

при $k < 7$ $y < -2$

$k = 7$ $y = -1$

$k = 8$ $y = 1$

$k > 8$ $y > 2$

$\Rightarrow$ пары $(-5; -1)$ и $(-5; 1)$ подходят

② $y = 5 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$

при $k_3 > -2$ $y > 2$

$k_3 = -2$ $y = 1$

$k_3 = -3$ $y = -1$

$k_3 < -3$ $y < -2$

$\Rightarrow$ пары $(-5; -1)$ и $(-5; 1)$ подходят

при $x = -4$

$y = -12 + 2k, k \in \mathbb{Z}$ ①

$y = 4 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$ ②

$\begin{cases} -4 = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = -4 - 1 + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} + k_1 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{невозможно}$

③ $y = -12 + 2k, k \in \mathbb{Z}$

при $k < 5$ $y < -2$

$k = 5$ $y = -2$

$k = 6$ $y = 0$

$k = 7$ $y = 2$

$k > 7$ $y > 2$

$\Rightarrow$ пары $(-4; -2)$, $(-4; 0)$ и $(-4; 2)$ подходят

④ $y = 4 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$

при $k_3 > -1$ $y > 2$

$k_3 = -1$ $y = 2$

$k_3 = -2$ $y = 0$

$k_3 = -3$ $y = -2$

$k_3 < -3$ $y < -2$

$\Rightarrow$ пары $(-4; -2)$, $(-4; 0)$ и $(-4; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
6 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $x = -3$

$$\begin{cases} y = 3x + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -x + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

(случай аналогично не рассматриваем, т.к. $\frac{1}{2} + k_1 \notin \mathbb{Z}$ при $k_1 \in \mathbb{Z}$)
далее не будем его рассматривать

$$\text{① } y = -9 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} k = 4 &\Rightarrow y = -1 \\ k = 5 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пары } (-3; -1) \text{ и } (-3; 1)$$

$$\text{② } y = 3 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} k_3 = -2 &\Rightarrow y = -1 \\ k_3 = -1 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пары } (-3; -1) \text{ и } (-3; 1)$$

при $x = -2$

$$\begin{cases} y = -6 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = 2 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{① } y = -6 + 2k, k \in \mathbb{Z} \quad \begin{aligned} k = 4 &\Rightarrow y = 2 \\ k = 3 &\Rightarrow y = 0 \\ k = 2 &\Rightarrow y = -2 \end{aligned} \Rightarrow \text{пары } (-2; 2), (-2; 0), (-2; -2)$$

$$\text{② } y = 2 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \quad \begin{aligned} k_3 = 0 &\Rightarrow y = 2 \\ k_3 = -1 &\Rightarrow y = 0 \\ k_3 = -2 &\Rightarrow y = -2 \end{aligned}$$

при $x = -1$

$$\begin{cases} y = -3 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 1 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{aligned} \text{① } k = 1 &\Rightarrow y = -1 \\ k = 2 &\Rightarrow y = 1 \\ \text{② } k_3 = -1 &\Rightarrow y = -1 \\ k_3 = 0 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пары } (-1; -1) \text{ и } (-1; 1)$$

при $x = 0$

$$\begin{cases} y = 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{значит } y \in \{-2; 0; 2\} \Rightarrow \text{пары } (0; -2), (0; 0) \text{ и } (0; 2)$$

при $x = 1$

$$\begin{cases} y = 3 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -1 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases} \quad \begin{aligned} \text{① } k = -1 &\Rightarrow y = 1 \\ k = -2 &\Rightarrow y = -1 \\ \text{② } k_3 = 1 &\Rightarrow y = 1 \\ k_3 = 0 &\Rightarrow y = -1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пары } (1; 1) \text{ и } (1; -1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $x=2$

$$\begin{cases} y = 6 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -2 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{① } k = -3 \Rightarrow y = 0 \quad k = -4 \Rightarrow y = -2 \\ k = -2 \Rightarrow y = 2 \\ \text{② } k_3 = 0 \Rightarrow y = -2 \quad k_3 = 2 \Rightarrow y = 2 \\ k_3 = 1 \Rightarrow y = 0 \end{aligned} \Rightarrow \text{напр } (2; 2), (2; -2) \text{ и } (2; 0)$$

при $x=3$

$$\begin{cases} y = 9 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -3 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{① } k = -5 \Rightarrow y = -1 \quad k = -4 \Rightarrow y = 1 \\ \text{② } k_3 = 1 \Rightarrow y = -1 \quad k_3 = 2 \Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{напр } (3; 1) \text{ и } (3; -1)$$

при $x=4$

$$\begin{cases} y = 12 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -4 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{① } k = -5 \Rightarrow y = 2 \quad k = -6 \Rightarrow y = 0 \\ k = -7 \Rightarrow y = -2 \\ \text{② } k_3 = 1 \Rightarrow y = -2 \quad k_3 = 2 \Rightarrow y = 0 \quad k_3 = 3 \Rightarrow y = 2 \end{aligned} \Rightarrow \text{напр } (4; 2), (4; 0) \text{ и } (4; -2)$$

при $x=5$

$$\begin{cases} y = 15 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -5 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{① } k = -7 \Rightarrow y = 1 \quad k = -8 \Rightarrow y = -1 \\ \text{② } k_3 = 2 \Rightarrow y = -1 \quad k_3 = 3 \Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{напр } (5; 1) \text{ и } (5; -1)$$

при $x=6$

$$\begin{cases} y = 18 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -6 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{① при } k = -8 \quad y = 2 \\ \text{при } k = -9 \quad y = 0 \quad \text{при } k = -10 \quad y = -2 \\ \text{② при } k_3 = 3 \quad y = 0 \quad \text{при } k_3 = 4 \quad y = 2 \\ \text{при } k_3 = 2 \quad y = -2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{напр } (6; -2) \text{ и } (6; 0)$$

Итого напр $7 \times 3 - 1 + 6 \times 2 = 32$
чётный $x \nearrow$

Ответ: 32 напр.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть m - число билетов в конце, n - число одинадзатиклассников.
Вероятность того, что и Петя, и Вася попадут на концерт равна $\frac{m}{n} \cdot \frac{m-1}{n-1}$ - в конце

$$\frac{4 \cdot (4-1)}{n \cdot (n-1)} - \text{в начале}$$

$$\Rightarrow \frac{m(m-1)}{n(n-1)} = 6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} \Leftrightarrow m^2 - m = 72 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -7 \end{cases}$$

Значит, в конце билетов было 9.

Ответ: 9 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

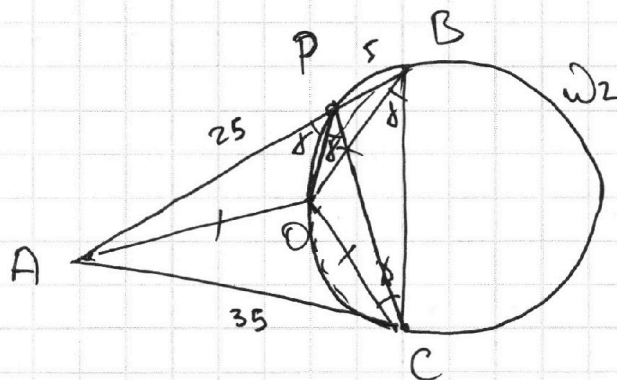
NS.

$$AP = 25$$

$$PB = 5$$

$$AC = 35$$

$$S_{ABOC} = ?$$



Пусть $\angle OCB = \alpha \Rightarrow \angle OBC = \alpha$ (т.к. $BO = OC \Rightarrow \Delta BOC$ равнобедренный)

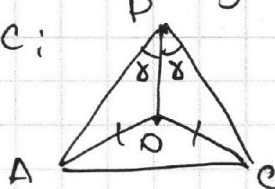
$OPBC$ - вписанный в ω_2 четырехугольник $\Rightarrow \angle OPB = 180^\circ - \alpha$

$\Rightarrow \angle APO = \alpha$ (т.к. $\angle APO$ и $\angle OPB$ смежные)

$$\angle OPC = \angle OBC = \alpha$$

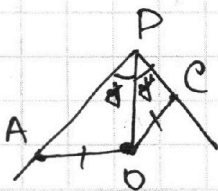
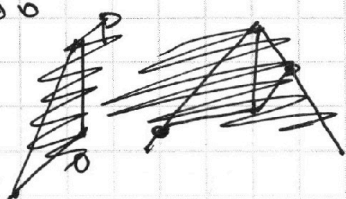
(т.к. они опираются на OC по св-ву вписанного в окр. углов)

Рассмотрим ΔAPC ;



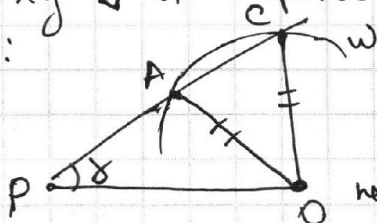
PO - общая сторона ΔAPO и ΔCPO
 $AO = OC$,
 $\angle APO = \angle OPC$.

либо $\Delta APO = \Delta CPO$,
либо



они имеют вот такое расположение: (*)

(*) Построим треугольник со стороной PO , прилегающую к ней углу α и стороне AO , ~~или~~ противоположной углу α :



PO фиксированно, α фиксирован
окружность ω с центром в точке O и радиусом $|OA|$ пересекает луч из P в 2 точках максимум.

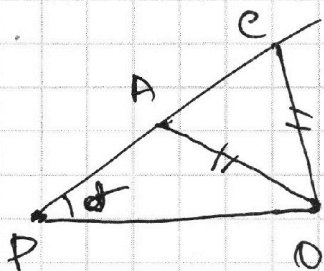


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

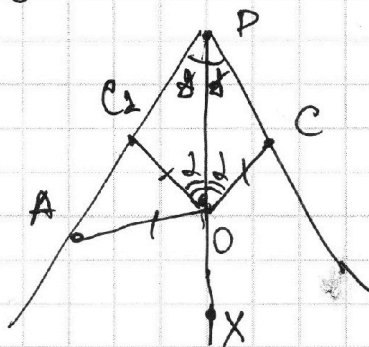
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Следовательно, существует максимум 2 треугольника, со стороной PO, прилегающими углом χ и стороной, равной по длине AO, накрывающим угол χ .

Если $\triangle APO \neq \triangle CPO$:



Пусть $PC < PA$, пусть $C_1 \in [PA]$, $C_1P = PC$
 $\Rightarrow \triangle PC_1O = \triangle PCO$ (по 3 сторонам)

Пусть $\angle C_1OP = d \Rightarrow \angle POC = d$

$\Rightarrow \angle AC_1O = \chi + d$ (т.к. он внешний)

$\Rightarrow \angle C_1AO = \chi + d$ (т.к. $OA = OC_1$)

$\triangle OAC_1$ равнобедренный

$\Rightarrow \angle AOX = 2\chi + d$ (так как $\angle AOX$ внешний к $\triangle APO$).

$\angle COX = 180 - d$

$\Rightarrow \angle AOX + \angle XOC = 180 + 2\chi > 180^\circ$.

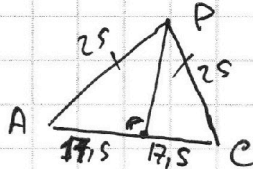
Так как O - центр описанной окружности $\triangle ABC$.

$\angle B = 90 + \chi$ - не острый угол.

Противоречие с условием

$\Rightarrow \triangle AOP = \triangle COP \Rightarrow AP = PC$

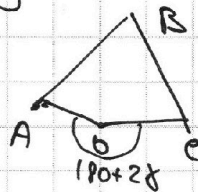
$\Rightarrow \triangle APC$ равнобедренный



$AC = 35 \Rightarrow \frac{1}{2}AC = 17.5$

$\Rightarrow \cos \angle PAC = \frac{17.5}{25} = \frac{7}{10}$

$\Rightarrow \sin \angle PAC = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$
 (т.к. $\angle PAC$ острый)



$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin \angle BAC \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} \cdot 30 \cdot 35 = \frac{21\sqrt{51}}{4}$
 Ответ: $\frac{21\sqrt{51}}{4}$.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

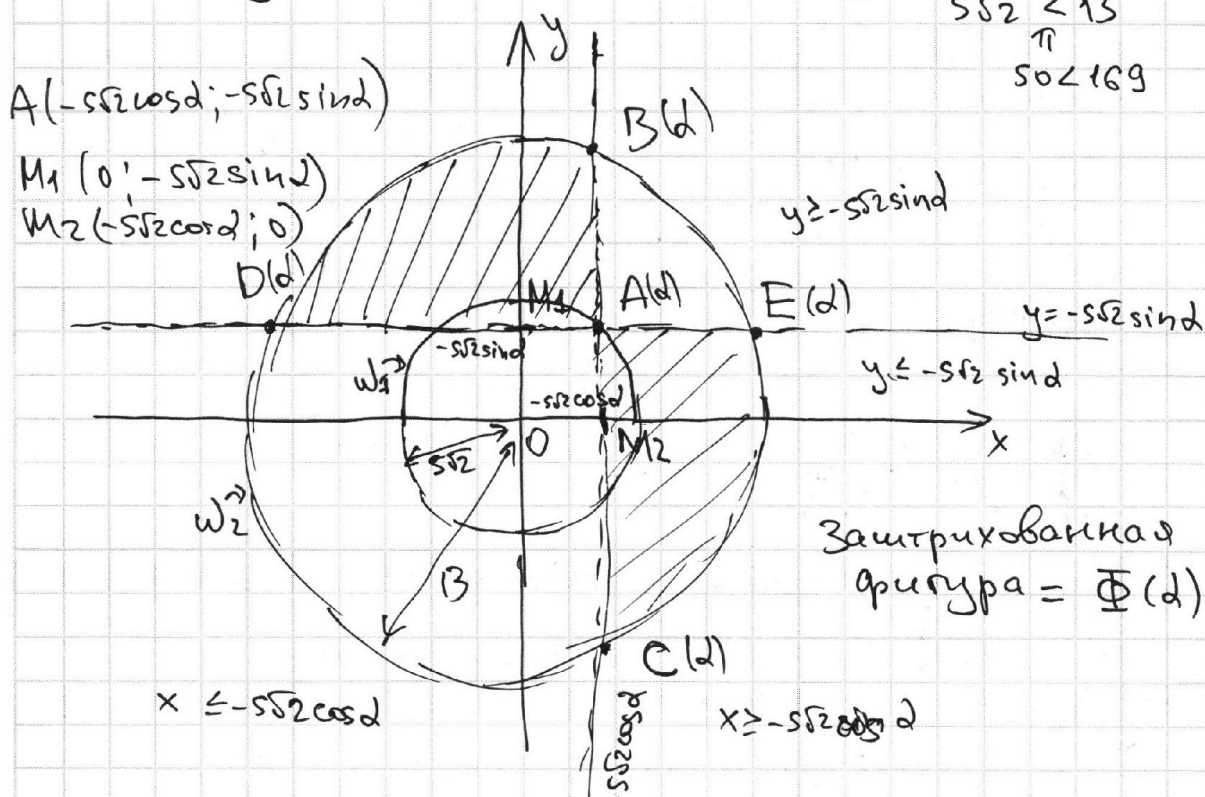
№6

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 & (*) \\ x^2 + y^2 \leq 169 & (**) \end{cases}$$

Решим на плоскости (x, y) :

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

$(**)$ - круг с центром в $(0; 0)$ и радиусом $R = 13$. Пусть это ω_2 .
 $5\sqrt{2} < 13$
 π
 $50 < 169$



Периметр $\Phi(\alpha) = DE + BC + |DB| + |CE|$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\text{угловая мера } \widehat{DB} + \text{угловая мера } \widehat{CE}}{2} = \angle CAF = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DB + \angle CE = 180^\circ = \pi \text{ рад.}$$

$$\Rightarrow |\widehat{DB}| + |\widehat{CE}| = |\widehat{DB} + \widehat{CE}| = \frac{\pi}{2\pi} \cdot 2\pi R = \pi R.$$

Значит периметр $\Phi(d)$ максимален при максимальном $(|DE| + |BC|)$. Пусть $f(d) = DE + BC =$

$$= 2\sqrt{R^2 - OM_1^2} + 2\sqrt{R^2 - OM_2^2} =$$

$$= 2(\sqrt{169 - 50\sin^2 d} + \sqrt{169 - 50\cos^2 d}).$$

Чтобы найти максимум функции продифференцируем, т.к. график симметричен относительно (O_x) и (O_y) , пусть $d \in [0; \frac{\pi}{2}]$.
(т.к. А движется по окружности ω_1)

$$f'(d) = 2 \cdot 100 \cdot \left(\frac{\cos d \sin d}{\sqrt{169 - 50\cos^2 d}} - \frac{\sin d \cos d}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d}} \right) =$$

$$= 200 \cos d \sin d \cdot \frac{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} - \sqrt{169 - 50\cos^2 d}}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} \cdot \sqrt{169 - 50\cos^2 d}} \quad \begin{matrix} \sqrt{169 - 50\sin^2 d} + \sqrt{169 - 50\cos^2 d} \\ = \text{т.к. оно } > 0 \text{ всегда} \end{matrix}$$

$$= 200 \frac{\sin d \cdot \cos d \cdot 50(\cos^2 d - \sin^2 d)}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} \cdot \sqrt{169 - 50\cos^2 d} (\sqrt{169 + 50\cos^2 d} + \sqrt{169 - 50\sin^2 d})} =$$

$$= \frac{1000 \cdot \sin d \cos d \cdot (\cos d - \sin d)(\cos d + \sin d)}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} \cdot \sqrt{169 - 50\cos^2 d} (\sqrt{169 - 50\cos^2 d} + \sqrt{169 - 50\sin^2 d})}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } \alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

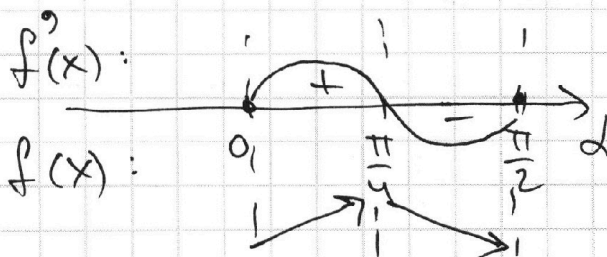
$$\cos \alpha \sin \alpha \geq 0$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha > 0$$

$$\text{т.к. } \sin^2 \alpha \leq 1, \cos^2 \alpha \leq 1$$

$$169 - 50 \sin^2 \alpha > 0$$

$$169 - 50 \cos^2 \alpha > 0$$



$$\text{при } \alpha \in [0; \frac{\pi}{4}] \cos \alpha \geq \sin \alpha$$

$$\text{при } \alpha \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}] \cos \alpha \leq \sin \alpha$$

Следовательно, $\alpha = \frac{\pi}{4}$ — точка максимума $f(\alpha)$ на $[0; \frac{\pi}{2}]$

$$f(\alpha) = 2(\sqrt{169 - 25} + \sqrt{169 - 25}) = 4\sqrt{144} = 48$$

$$\text{М-периметр } \Phi(\alpha) = f(\alpha) + 10\pi + 10\pi = 13\pi + 48$$

Ответ; $13\pi + 48$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

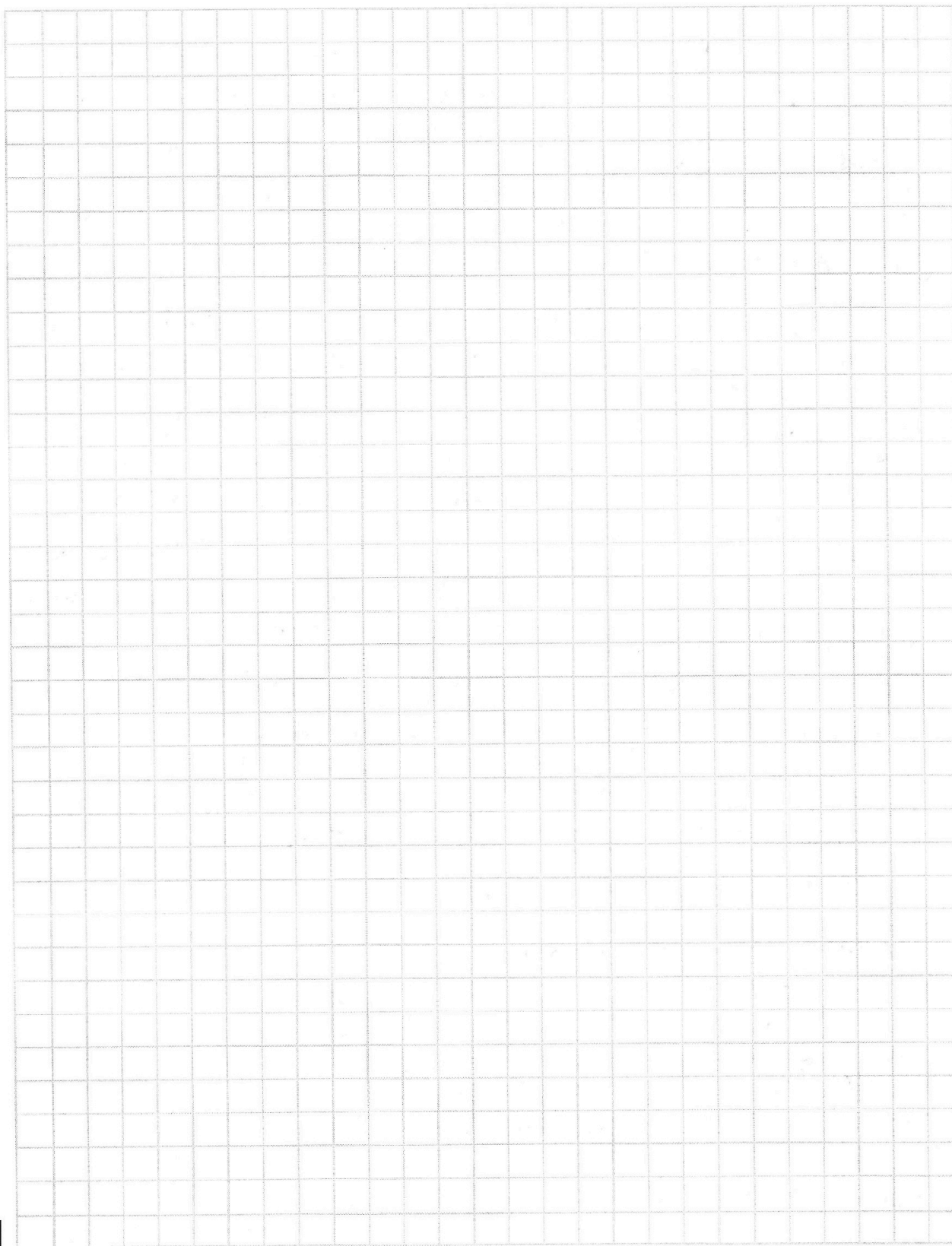
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{5+xy}{xy} = \frac{5+x-2+y+2}{(x-2)(y+2)} > 0 \quad \text{отлично.}$$

$$xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

$$2x - 2y = 4$$

$$x - y = 2$$

$$x^3 - y^3 - 6xy =$$

$$= (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 6xy =$$

$$= 2(x^2 + xy + y^2) - 6xy = 2x^2 + 2y^2 - 4xy = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2(x-y)^2$$

$$y+2=x$$

$$\frac{1}{y+2} + \frac{1}{y} + \frac{5}{(y+2)y} = \frac{1}{y} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{y(y+2)} \quad \text{всегда ок.}$$

A, B, C натуральные

~~33~~ $\overline{aaaa} : 11$ знамен

$$\begin{array}{r} 11111 \\ - 4444 \\ \hline 4444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10117 \\ - 31 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\overline{aaaa} : 11 = \overline{aaa}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 11 \\ \hline 111 \\ + 101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

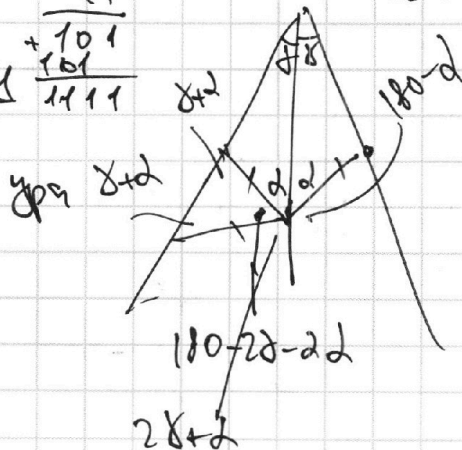
$$\begin{array}{r} 101 \\ 2 \\ \hline 13 \\ 12 \\ \hline 91 \\ + 91 \\ \hline 13 \\ 221 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 606 \\ \times 33 \\ \hline \end{array}$$

$$= 6 \times 3 \times 11 \times 101$$

$$9 \times 2$$

$$\begin{aligned} 180 - (180 - 2\alpha - 2\beta) - \alpha &= \\ &= 2\alpha + 2 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$21 - 1 + 12 = 32$$

$$\sin a + \sin b = \sin\left(\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\right) + \sin\left(\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}\right) =$$

$$= \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} + \sin \frac{a-b}{2} \cdot \cos \frac{a+b}{2} + \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} - \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$= 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x-y)$$

$$\cos a - \cos b = \cos\left(\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\right) - \cos\left(\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}\right) =$$

$$= \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} - \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} - \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} + \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$= -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} = -2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{2}(x-y)$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x = -2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x$$

$$\text{либо } \sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2}(x+y) = \pi k \Rightarrow x+y=2k \Rightarrow y=-x+2k$$

$$\text{либо } \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x = -\sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x$$

$$\Rightarrow \tan \pi x = -\tan \frac{\pi}{2}(x-y)$$

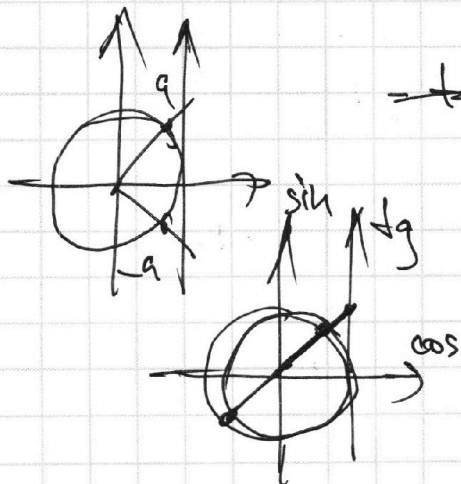
$$\tan \pi x = \tan -\frac{\pi}{2}(x-y)$$

$$\tan \pi x = \tan \frac{\pi}{2}(y-x)$$

или

$$\pi x = \pi k + \frac{\pi}{2}(y-x) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 2k + y - x \quad y = 3x + 2k$$



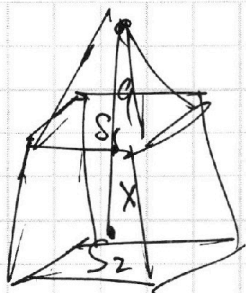


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$V_1 = \frac{1}{3} S_1 a$$

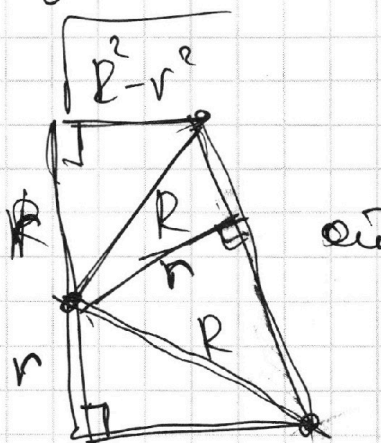
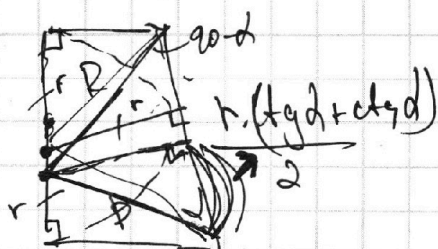
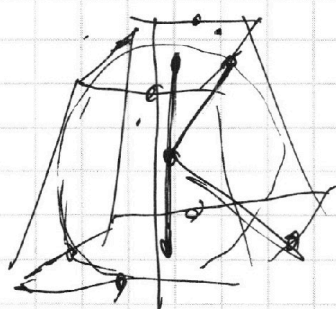
$$V_2 = \frac{1}{3} S_2 (a+x)$$

$$V = V_2 - V_1 = \frac{1}{3} a (S_2 - S_1) + \frac{1}{3} S_2 x$$

$$V = \frac{1}{3} r \cdot S_{бок} =$$

~~Для сферы такая формула не~~

Для нее какая-то другая





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

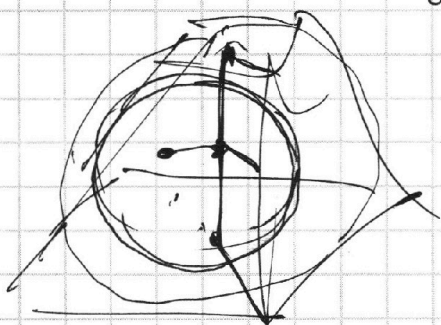
5
☐

6
☐

7
☐

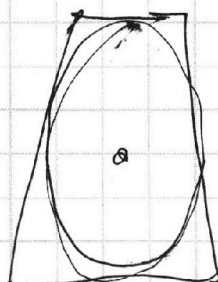
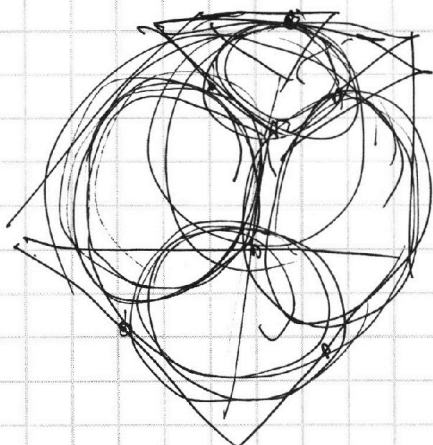
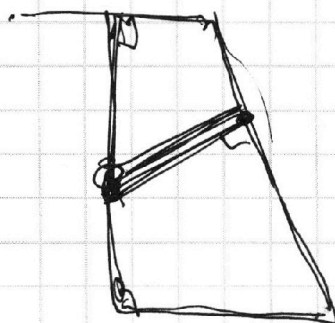
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

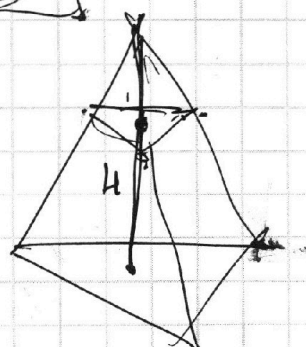
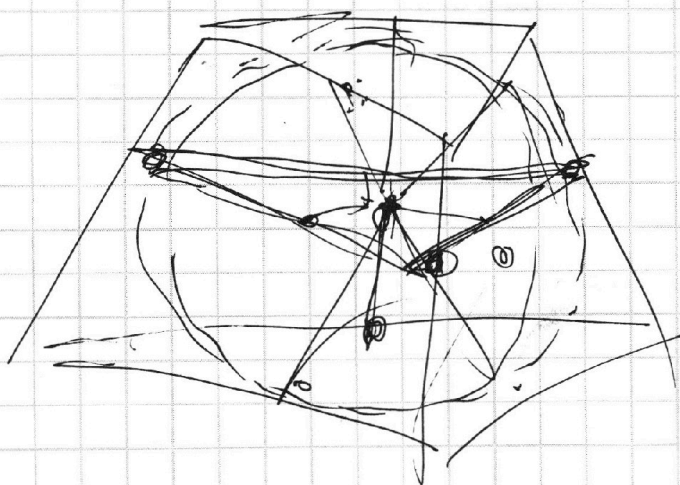


брух

$$(x-y)(x^2-xy+y^2)$$



$$V = \frac{1}{3} H \cdot S_{\text{осн}}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(169 - 50 \sin^2 d)' = -100 \sin d \cdot \cos d$
 $(169 - 50 \cos^2 d)' = 100 \cos d \cdot (-\sin d)$

функция от d
 $d \in [0; \frac{\pi}{2}]$
 $S = AB + CD$

$(\frac{AB}{2})^2 = R^2 - (-5\sqrt{2} \sin d)^2$
 $AB = 2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}$
 $CD = 2 \sqrt{169 - 50 \cos^2 d}$

$S(x) = 2 (\sqrt{169 - 50 \sin^2 d} + \sqrt{169 - 50 \cos^2 d})$
 $S'(x) = 2 \left(\frac{-100 \sin d \cdot \cos d}{2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} + \frac{-100 \cos d \cdot (-\sin d)}{2 \sqrt{169 - 50 \cos^2 d}} \right) =$

$\frac{d}{dx} \frac{AB + CD}{2} = 90$
 $= 100 \left(\frac{\cos d \sin d}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} - \frac{\sin d \cos d}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d}} \right)$ норм.

из соображений симметрии рассмотрим $d \in [0; \frac{\pi}{4}]$

$100 \cos d \sin d \frac{\sqrt{169 - 50 \sin^2 d} - \sqrt{169 - 50 \cos^2 d}}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} =$
 $= 100 \cos d \sin d \frac{169 - 50 \sin^2 d - (169 - 50 \cos^2 d)}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} =$
 $= 100 \cos d \sin d \frac{50 (\cos^2 d - \sin^2 d)}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} =$
 $= 100 \cos d \sin d (\cos^2 d + \sin^2 d) \frac{\cos d - \sin d}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}}$

$d'_{\max} = \frac{\pi}{4}$

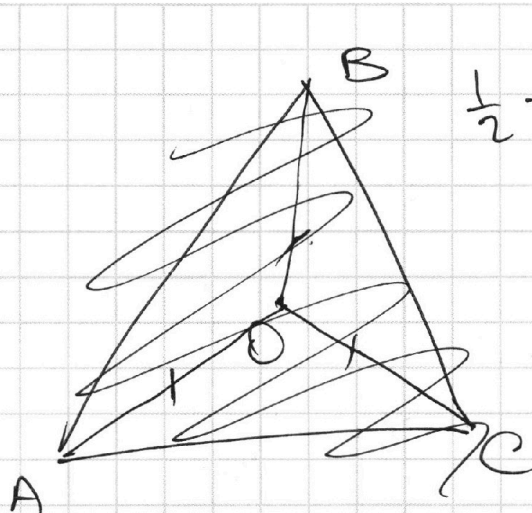


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{51}}{100} \cdot 30 \cdot 35 =$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 25 \\ 7 \\ \hline 175 \end{array}$$

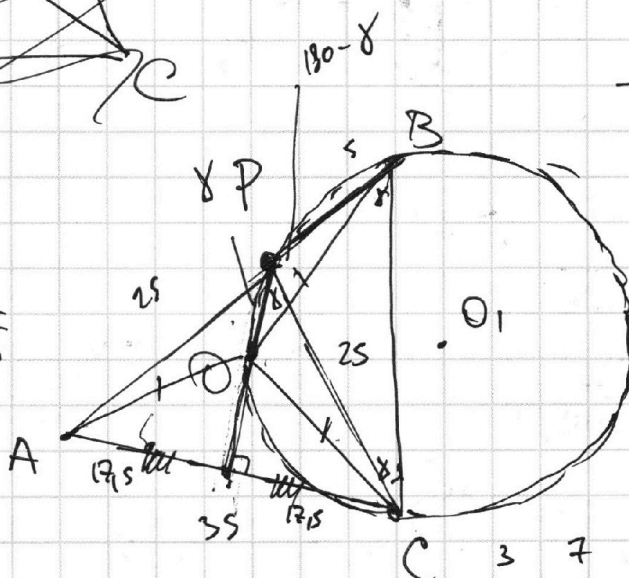
$$\begin{array}{r} 910 \\ 100 \\ - 49 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$\frac{175}{25} = 7$$

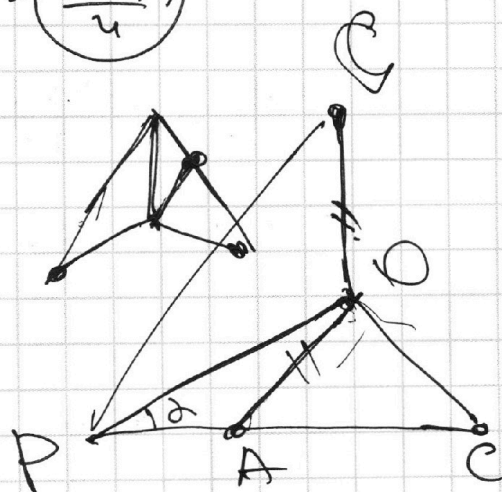
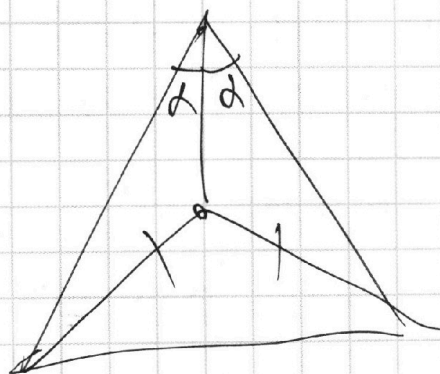
$$\cos A = \frac{175}{25} = \frac{175}{250} = \frac{7}{10}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{10}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{100 - 49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{51}}{100} \cdot 30 \cdot 35 =$$
$$= \frac{1455}{4}$$





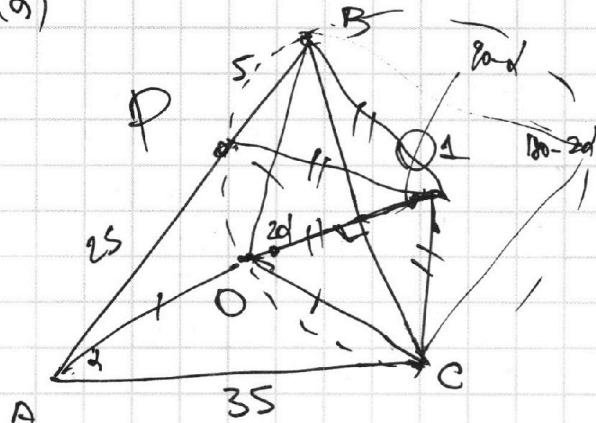
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

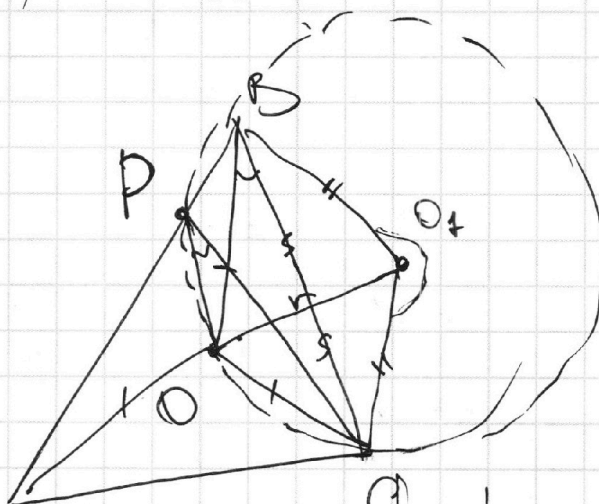
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Phi(\alpha)$



25.30



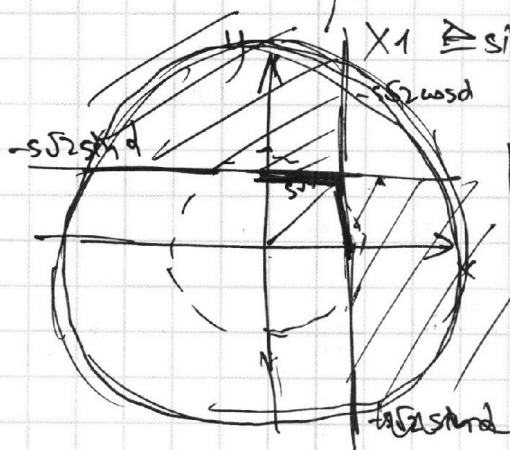
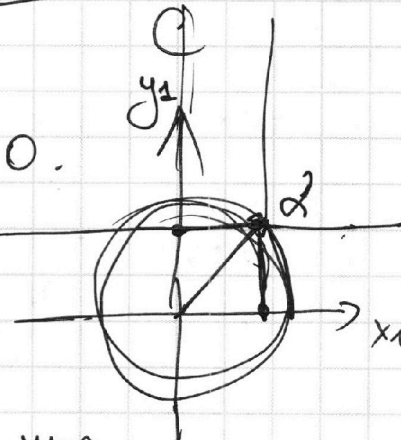
$$(x + \sqrt{2} \cos \alpha)(y + \sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 13^2$$

$$xy + \sqrt{2} \cos \alpha \sin \alpha + y \cdot \sqrt{2}$$

$$(x_1 - \sin \alpha)(y_1 - \cos \alpha) \leq 0.$$

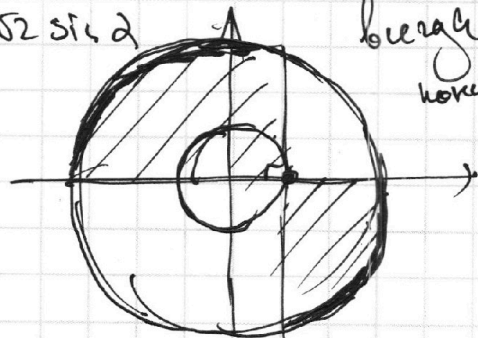
$$\begin{cases} x_1 \leq \sin \alpha, y_1 \geq \cos \alpha \\ x_1 \geq \sin \alpha, y_1 \leq \cos \alpha \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \leq -\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -\sqrt{2} \sin \alpha \\ x \geq -\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

ypa.

$(\sqrt{2})^2 = 2$
большая
константа





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \text{ всегда.}$$

Равенство достигается π и $\pi/2$

$$\arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq 6$$

$$\arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y \neq 2$$

а при этом из

область определения

$$\Rightarrow \frac{x}{6} \in [-1; 1]$$

$$\frac{y}{2} \in [-1; 1]$$

$$-1 \leq \frac{x}{6} \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{y}{2} \leq 1$$

$$-6 \leq x \leq 6$$

$$x \in [-6; 6)$$

$$y \in [-2; 2).$$

$$y = -x + 2k$$

$$y = 3x + 2k$$

целые. переберем все x такие.

$$(-6; -2), (-6; 0).$$

$$x = -6$$

$$y = 6 + 2k$$

$$k = -4 \Rightarrow y = -2$$

$$k = -3 \Rightarrow y = 0$$

$$k = -2 \Rightarrow y = 2 - \text{уже нет.}$$

$$y = -18 + 2k$$

$$k = 8 \Rightarrow y = -2$$

$$k = 9 \Rightarrow y = 0$$

$$k = 10 \Rightarrow y = 2 - \text{нет}$$

$$x = -5$$

$$y = 5 + 2k$$

$$k = -3 \Rightarrow y = -1$$

$$k = -2 \Rightarrow y = 1$$

$$y = 15 + 2k$$

$$k = -8 \Rightarrow y = -1$$

$$k = -7 \Rightarrow y = 1$$

$$(-5; -1), (-5; 1)$$

$x = -4$ больше
главнее.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 18 \\ \hline 72 \end{array}$$

и билетов, и человек.

$\Rightarrow m$ билетов, n человек

вероятность одним

попасом =

$$= \frac{m}{n} \cdot \frac{m-1}{n-1} = 6 \cdot \frac{4}{n} + \frac{3}{n-1}$$

$$\begin{array}{r} \times 72 \\ 288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 72 = 289$$

$$u_1 = \frac{1 \pm 17}{2} \Rightarrow \frac{18}{2} = 9$$

просто 9.

$$m(m-1) = 72$$

$$m^2 - m = 72$$

$$m^2 - m - 72 = 0$$