

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $(7777, 707, 11)$

Реш: $A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$, $0 \leq a \leq 9$.

Если $A \cdot B \cdot C$ - квадрат \Rightarrow если $A \mid 101$, то $A \cdot B \cdot C \mid 101^2$,
если $A \mid 11$, то $A \cdot B \cdot C \mid 11^2$. Проверка $11a \cdot B \cdot C \mid 101$, но
 $11, a, C < 101$ и $\neq 0$, $\Rightarrow B \mid 101$ (м.к. 101 - простое). П.к.

Значение числа $\mid 101$ будем искать \overline{XOX} , $10 \leq X \leq 9$, и

1 из цифр = 7, то $B = 707 = 7 \cdot 101$. Теперь заметим,
что $A \cdot B \cdot C \mid 11^2 \Rightarrow 101a \cdot 101 \cdot 7 \cdot C \mid 11$, $a \mid 11$, так как $101^2 \cdot 7 \nmid$
 $\Rightarrow C \mid 11$, а м.к. C - 2-значное и содержит 1, то $C = 11$ (м.к. ищем фигуру \overline{gg} и $g \neq 11$). Проверка $A \cdot B \cdot C =$
 $= a \cdot 101 \cdot 11^2 \cdot 7$ - квадрат $\Rightarrow a \cdot 7$ - квадрат $\Rightarrow a = 7$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1~~ № 1 Ombeek: 64

$$\text{Реш. } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4+3}{(x-4)(y+4)} ; y+x+3 > 0 \text{ т.к. } x, y < 0 \Rightarrow$$

→ можно сократить на $x+y+3$.

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{xy+4x-4y-16} ; xy > 0 \Rightarrow \text{равенство лево-} \\ \text{сторону можно}$$

$$xy = xy + 4x - 4y - 16$$

$$16 = 4(x-y)$$

$$x-y = 4.$$

$$\text{Заменим, что } (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y), \\ = x^3 - y^3 - 12xy, \text{ т.к. } x-y=4. \text{ Тогда } M = (x-y)^3 = 64.$$

Проверим достаточность: $x=5; y=1$.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{1} + \frac{3}{5 \cdot 1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{3}{1 \cdot 5}, \text{ подходит.}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = 125 - 1 - 12 \cdot 5 = 64, \text{ т.к. г.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$0 = (\cos^2 \pi y - \sin^2 \pi y) + (\cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y)$$

$$0 = \cos(2\pi(y-x)) + \cos(\pi(x-y))$$

$$0 = x \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}(3y-x)$$

$$\cos \frac{\pi(x+y)}{2} = 0$$

$$\cos \frac{\pi(3y-x)}{2} = 0$$

$$\frac{\pi(x+y)}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi(3y-x)}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \pm 1 + 4k, k \in \mathbb{Z} \\ 3y-x = \pm 1 + 4n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, d \in \mathbb{R} \\ 2y = \pm 1 + 4k - 2, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \beta, \beta \in \mathbb{R} \\ 2y = \pm 1 + 4n + \beta, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ответы к п. 1 и п. 2.

№3. Запишем, что $\arccos x \in [0; \pi]$, а $\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.

Последовательность $\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} \leq -\frac{\pi}{2}$ только при ~~$x < 0$~~

$$\begin{cases} \arccos \frac{x}{7} \geq 0 \\ \arcsin \frac{y}{4} \leq -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{7} \geq 0 \\ \frac{y}{4} \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq -4 \end{cases} \text{ Запишем основные}$$

все целые значения ~~x, y~~ и получим 8.

$$\begin{cases} x = d, d \in \mathbb{Z} \\ y = \pm 1 + 4k - 2, k \in \mathbb{Z} \text{ и } k \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \beta, \beta \in \mathbb{R} \\ y = \pm 1 + 4n + \beta, n \in \mathbb{Z} \text{ и } n \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = d, d \in \mathbb{Z} \\ y = \pm 1 + 4n + d, n \in \mathbb{Z} \text{ и } n \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$$

доказано симметрия к линии 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(2\pi y) = -\cos(\pi(x-y))$$

$$2\pi y = \pi - \pi(x-y) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi y = \pi - \pi(x-y) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} x-y = 1+2k, k \in \mathbb{Z} \\ 3y = 1+2k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=d, d \in \mathbb{R} \\ y=1+2k-d, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\beta, \beta \in \mathbb{R} \\ y=\frac{1+2n+\beta}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

①

$$\Leftrightarrow \left\{ (d, 1+2k-d); \left(d, \frac{1+2n+\beta}{3}\right) \right\}$$

где $\beta \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$.

②

$$\begin{cases} x=d, d \in \mathbb{R} \\ y=1+2k-d, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\beta, \beta \in \mathbb{R} \\ y=\frac{1+2n+\beta}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: а) $\left\{ (d, 1+2k-d); \left(d, \frac{1+2k+\beta}{3}\right) \right\}, \beta \in \mathbb{R}, d \in \mathbb{R}$
 б) $\left\{ (d, 1+2k-d); \left(d, 2m+1+\beta\right) \right\}, \beta \in \mathbb{R}, d \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{Z}$, но без пары $(7, -4)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть к однаждцатикласснику n дадим k .

Можно идти, когда Первый и Второй идёшь одни - $C_{k-2}^{(n-2)}$

а всего идёшь - C_k^n . Тогда вероятность $= \frac{C_{k-2}^{(n-2)}}{C_k^n}$

$$= \frac{(k-2)! (k-n)! / n!}{k! (k-n)! \cdot (n-2)!} = \frac{n(n-1)}{k(k-1)}. В \text{ началье} \text{ пишут } n=4$$

$$\text{а в конце } x. \text{ Тогда } \frac{12 \cancel{\times} k(k-1)}{k(k-1) n(n-1)} = \frac{1}{11} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 12 \cdot 11 \text{ и } n>4 \Rightarrow n=12.$$

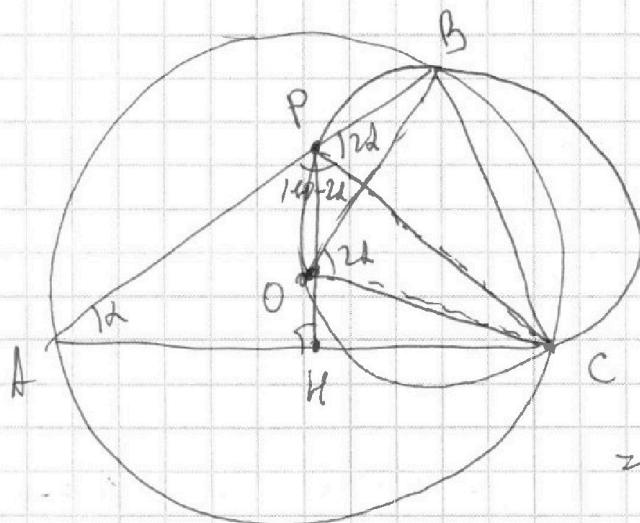
Ответ: 12.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пускай $\angle BAC = \alpha$.

Тогда $\angle BOC = 2\alpha$.

М.к. $\angle BPC = \angle BOC$

они лежат на 1

стороне \overline{BC} , то $\angle BPC =$

$= 2\alpha$. Тогда следитъ

с именем $\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$, а

$\angle ACP = 180^\circ - \angle APC - \angle PAC = \alpha = \angle PAC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APC = \alpha$ неизвестна РН-известна. Тогда

$$\sin \angle AHC = \frac{1}{2} AC = \frac{11}{16}, \cos \alpha = \frac{AH}{AP} = \frac{11}{16}; \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \\ = \frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{3\sqrt{15}}{16}.$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{(AP + PC)(AC) \cdot 3\sqrt{15}}{32}$$

$$= \frac{24 \cdot 22 \cdot 3\sqrt{15}}{32} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{99\sqrt{15}}{2}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Используем максимум $\sqrt{36-16x} + \sqrt{20+16x}$. Изв. осталась 2 корней ≥ 0 , то боковые дюймы в квадрате, (мож. соблюдаются).

$$36-16x + 20+16x + 2\sqrt{(36-16x)(20+16x)} = 56 + 2\sqrt{45+16x-16x^2}$$

Рассмотрим $y(x) = -16x^2 + 16x + 45$ — парабола вида \downarrow
Виши корни $b = \frac{-16}{2 \cdot (-16)} = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$ \Rightarrow максимум $x = \frac{1}{2}$.

$$\text{Макс} = 56 + 2\sqrt{45+8-4} = 56 + 2\sqrt{48} = 64$$

$$\text{Последнее } \frac{1}{2}(2\sqrt{R_1}) + 2(\sqrt{36-16x} + \sqrt{20+16x}) = 64 + \\ 2\sqrt{2}(\sqrt{36-8} + \sqrt{20+8}) = 64 + 2\sqrt{28} = 64 + 4\sqrt{7}$$

$$\text{Ответ: } 64 + 4\sqrt{7}, \quad x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Ответ: } 64 + 4\sqrt{7}, \quad \boxed{\sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\boxed{d = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}}$$

$$d = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$d = -\frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$d = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } 64 + 4\sqrt{7}; \quad \boxed{d = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; d = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; d = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k;}$$

$$d = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad \boxed{k \in \mathbb{Z}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

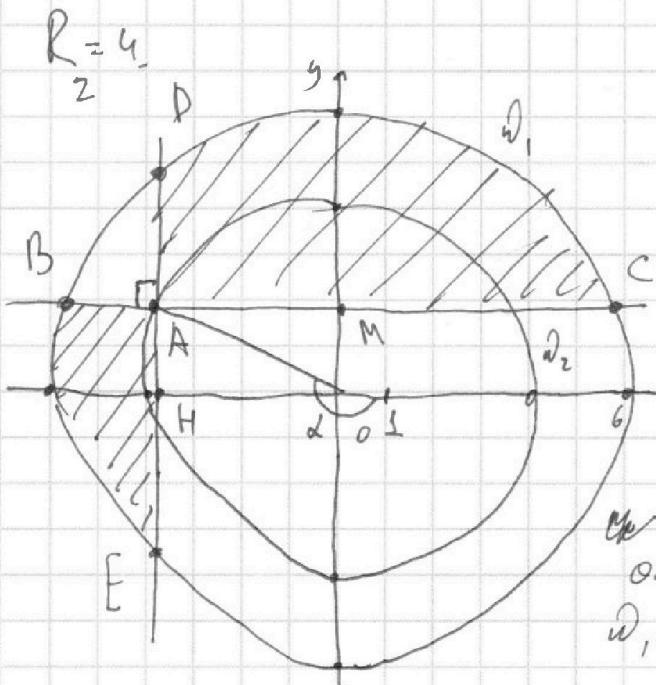
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x+4\sin \alpha) (y - 4\cos \alpha) \leq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 \leq 36 & (2) \end{cases}$$

(2) - окр. ω_1 с центром $O_2(0,0)$ и $R_1 = 6$.

$$(1) \begin{cases} x \leq -4\sin \alpha \\ y \leq 4\cos \alpha \\ x \geq -4\sin \alpha \\ y \geq 4\cos \alpha \end{cases} - 2 \text{ полуквадранта с центром на окр } \omega_2 \text{ с центром в } O_2(0,0),$$



Заметим, что оде
ськалие дуги с ци-
цею соединены в пол-окруж-
н. к. ие полуокружн. \angle
 $= 90^\circ$ перп. оси ω_1 .

Пусть точка на $\omega_1 = A$,
ч. пересечения прямые \parallel
оси x через A пересечено
 ω_1 в B, C, D, E (см. рис), а

DE пересекает ось Ox в точке H . Тогда, $BC \cup O_2 - 6$ и

$$AH = MO \text{ и.к. АНОМ - прямоуг.} \Rightarrow BH^2 + MH^2 = BO^2 - MO^2 =$$

$$= 36 - 16 \sin^2 \alpha. Аналогично $DH^2 = 36 - 16 \cos^2 \alpha$.$$

$BC = 2BH$, $DE = 2DH$ (по симм.) Тогда первое ур \Leftrightarrow
 $\frac{1}{2}(2\pi R_1) + 2\sqrt{36 - 16x} + 2\sqrt{20 + 16x} \text{ где } x \in [0; 1]$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

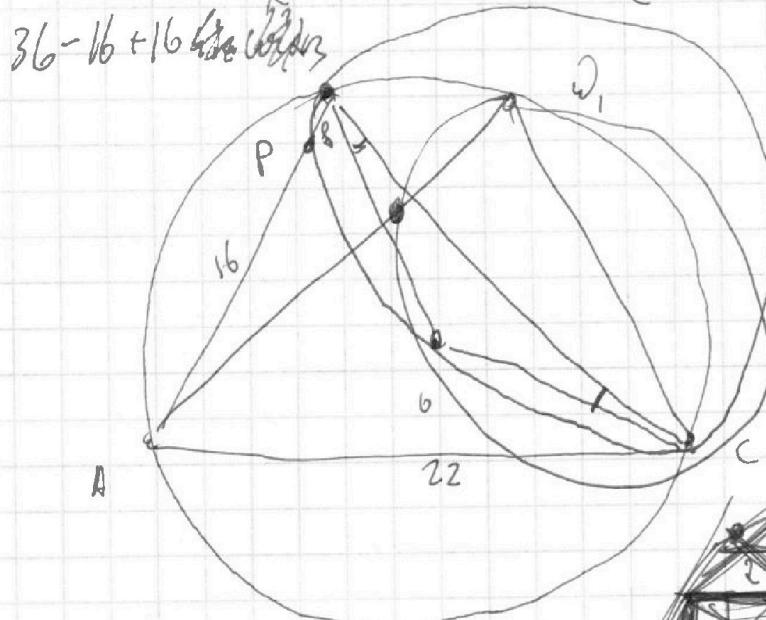
4

k чдм.
 n дм.

$$\frac{(k-2)(k-3) \cdot 4!}{2! \cdot k(k-1)(k-2)(k-3)} = \frac{4!}{k(k-1)}$$

$$\frac{\binom{k-2}{2}}{\binom{n}{k}} = \frac{(k-2)! \cdot (k-4)! \cdot 4!}{2! \cdot (k-4)! \cdot k!} = \frac{4! \cdot 12}{k(k-1)}$$

$$\frac{\binom{n-3}{k-2}}{\binom{n}{4}} = \frac{(k-2)! \cdot (k-n)! \cdot n!}{(n-2)! \cdot k! \cdot (k-n)!} = \frac{n(n-1)}{k(k-1)}$$

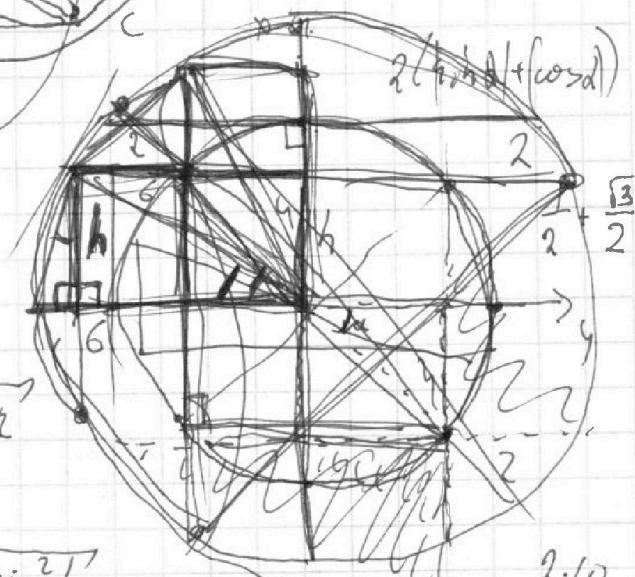


$$\frac{12}{n(n-1)} = \frac{1}{11} \Rightarrow$$

$$132 = n^2 - n$$

$$n(n-1)$$

$$n = 12$$



$$\begin{cases} x = -4 \sin d \\ y = 4 \cos d \end{cases}$$

$$d_1 + d_2 = \sqrt{20+16 \sin^2 d} \quad \sqrt{36-16 \sin^2 d}$$

$$\frac{16}{2\sqrt{36-16x}} + \frac{(-16)}{2\sqrt{20+16x}} = 0$$

$$d_1 = \sqrt{36-16 \sin^2 d}$$

$$d_2 = \sqrt{36-16 \cos^2 d}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aaaa} = A = a \cdot \underbrace{1111}_{\text{арскос}} =$$

$$+ - - - + - - - + \frac{1}{11}$$

$$1 - - 1$$

$$17 \cdot 6 = 60 + 42 = 102$$

$$11 \cdot 101$$

$$x, y.$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$$

$$\cancel{x} + \cancel{y}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$x^3 - y^3 - 12xy$$

$$\frac{(x-4) + (y+4) + 3}{xy + 4x - 4y - 16} = \frac{x+y+3}{xy}$$

$$(\sin \bar{\alpha}y - \sin \bar{\alpha}x) \sin \bar{\alpha}y = \\ = (\cos \bar{\alpha}y + \cos \bar{\alpha}x) \cos \bar{\alpha}y$$

$$\frac{x+y+3}{xy + 4x - 4y - 16} = \frac{x+y+3}{xy} \quad \cancel{x+y+3}$$

$$\sin^2 \bar{\alpha}y - \sin^2 \bar{\alpha}x \sin \bar{\alpha}y = \\ = \cos^2 \bar{\alpha}y + \cos^2 \bar{\alpha}x \cos \bar{\alpha}y$$

$$xy + 4x - 4y - 16 = xy$$

$$4(x-y) = 16$$

$$x-y = 4$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

$$+ 3xy(y-x)$$

$$- 12xy$$

$$(\cos^2 \bar{\alpha}y - \sin^2 \bar{\alpha}y) = 60$$

$$3 \cdot 8 = 64$$

$$= -(\sin^2 \bar{\alpha}x \sin \bar{\alpha}y + \cos^2 \bar{\alpha}x \cos \bar{\alpha}y)$$

$$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{matrix} \quad (k_3,$$

$$y = \pm \frac{1}{4} \pm \frac{1}{4} + k$$

$$2$$

$$0$$

$$-2$$

$$\cos 2\bar{\alpha}y = - \cos \bar{\alpha}(x-y)$$

$$4y = \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} + 4k \quad \cancel{4y}$$

$$y = k_1$$

$$x = \pm 2 + 2k$$

$$\cos 2\bar{\alpha}y + \cos \bar{\alpha}(x-y) = 0$$

$$2 \cos \frac{\bar{\alpha}(x+y)}{2} \cos \frac{3y-x}{2} = 0$$

$$x+y = \pm \frac{1}{2} + 2k_1$$

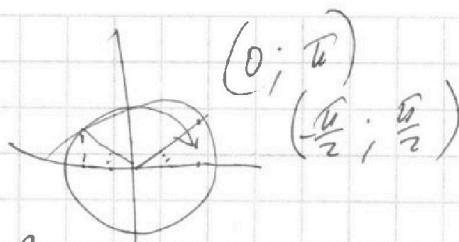
$$x = \pm 2 + 4k_1 + k_3$$

$$\frac{\pi(x+y)}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k_1$$

$$3y - x = \pm \frac{1}{2} + 4k_2$$

$$\frac{\pi(3y-x)}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k_2$$

$$y = \frac{1}{2} + 4(k_1 + k_2) \quad \underline{\underline{3+12k_1 - 14k_2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2\sqrt{36-16x} + \sqrt{20+16x}$$

$$16 \cdot 36 = \frac{1}{360}$$

$$36 - 16x + 20 + 16x + \sqrt{(36-16x)(20+16x)}$$

$$\frac{180}{576}$$

56

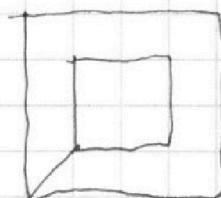
$$720 - 32x + 576x - 256x^2$$

4.4.4.4

~~20286~~

$$1^8 = 256$$

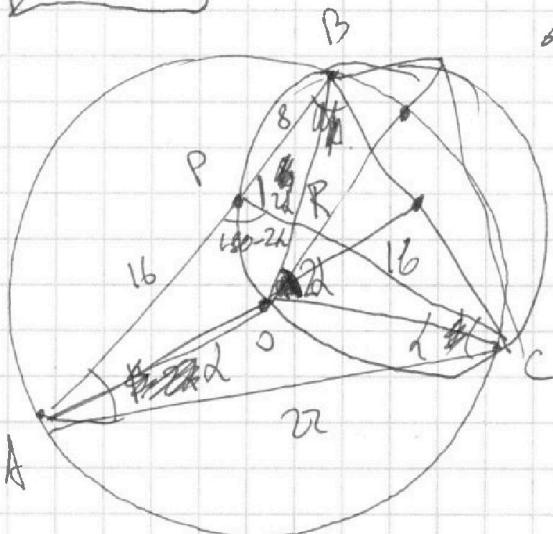
$$36 = 4 \cdot 9 \quad 20 = 4 \cdot 5$$



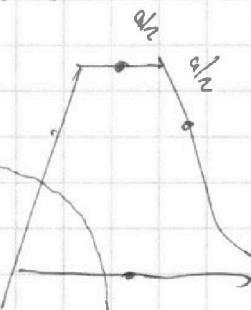
$$45 - 20 + 36x - 16x^2$$

$$\boxed{16x^2 - 16x - 45} \approx 7$$

$$\frac{16}{32} = \frac{1}{2} \quad 0 \dots 1$$



$$R = \frac{22}{24 \sin 2} = \frac{27}{24 \sin 2}$$



$$S = P \cdot r^2$$

