



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



✓ 1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что: ✓

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

✓ 2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

✗/✓ 3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

✓ 4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось? *нужна*

✓ 5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$. *13*

✓ 6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

✗ [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания. *не прочел*



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

По условию A состоял из одинаковых цифр \Rightarrow

$$A = 1111 \cdot a = 101 \cdot 11 \cdot a \quad \text{где } a \in \mathbb{N}, a \leq 9.$$

Тогда a ^{простое} _{простое},

если $A \cdot B \cdot C$ - полный квадрат.

То множители 101 и 11 должны встречаться

~~одинаковое~~ число раз, чтобы был полный квадрат.

Понятно, что $9 \leq a \leq 99 \Rightarrow a \neq 101$, тогда

$B : 101$. Заметим, что если $B : 11$, то

$B : 11 ; B : 101 \Rightarrow B \geq 111$ - противоречие, т.к. $B < 100^3$.

Значит из условия, что B \bar{B} есть 2^4 , а

$B : 11$. Получаем $B = 202$, $C = 33$.

Тогда B, C содержит доп. множители 2 и 3

$\Rightarrow a : 2 ; a : 3 \Rightarrow a : 6$, т.е. т.к. $a \neq 0$,

то $a = 6$. Получаем ед. реш. $(A; B; C)$

6666, 202, 33.

$101 \cdot 11 \cdot 6 \quad 101 \cdot 2 \quad 11 \cdot 3$.

Ответ: $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{No yarobus: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\text{Torgg: } \frac{x+y+2}{xy} = \frac{\cancel{y+1} + \cancel{x-1} + 2}{\cancel{(x-1)}(y+1)} \quad | : x+y+2 \cdot \text{T.K. } x, y > 0,$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)}, \text{ r.e. } xy = (x-1)(y+1), x \neq 1$$

$x_1y_1 = xy$ + $x - y - 1$, называем $D = x - y - 1$, т.е.

$x = y + 1$. Постройте $\delta M := x^3y^3 - 3xy$.

$$\begin{aligned} & (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1) \cdot y = \\ & 1 \left((y+1)^2 + y(y+1) + y^2 \right) - 3(y+1) \cdot y = (y+1-y)^2 = \boxed{1} \\ & \underline{(y+1)}^2 - 2\underline{(y+1)} \cdot y + \underline{y}^2 = (a-b)^2 // \end{aligned}$$

Orbeit: $(N=1)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$1) \cos \frac{\pi(x-y)}{2} = 0 ; 2) \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \neq 0$$

Однако рассмотрим

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{fg } \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \text{fg } \pi x = 1 \\ \text{fg } \left(\frac{\pi}{2} - \pi x \right) \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} 1) \cos \frac{\pi(x-y)}{2} = 0 \\ \frac{\pi(x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right]$$

$$\frac{\pi(x+y)}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi x + \pi n, \quad 1: \pi$$

$$\frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} + k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$(x-y) = 1 + 2k$$

$$(x+y) = 1 - 2x + n$$

$$3x + y = 1 + n, \quad \text{зде } n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{При этом. } \left[\begin{array}{l} y = 1 - 3x + n \\ y = -3x + 1 + n \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} x \neq \frac{1}{2} + m \\ x \neq \frac{n-1}{2} \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} k, n \in \mathbb{Z} \\ m, l \in \mathbb{Z} \end{array} \right] \quad \text{Обрат:}$$

$$\frac{\pi(x+y)}{2} \neq \frac{\pi}{2} + l, \quad \text{зде } l \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1-2x+n}{2} \neq \frac{1}{2} + l \quad 1-2x+n \neq l+2 \quad \left[\begin{array}{l} x \neq \frac{1}{2} + m \\ x \neq \frac{2l-n}{2} \end{array} \right] \quad \text{здесь } 0 < 3 \quad \text{зде } m \in \mathbb{Z}$$

P.S. случай
сочетанием
разных в отдельную
систему.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Пусть есть n одноклассников, пусть было k билетов \rightarrow стало $k+4$ билетов.

Посчитаем вероятность того, что одноклассник получает билет на концерт.

Нужем формировать группу из $k+4$ человек: Нужем с таким ребят.

На первое место - $\frac{4}{n}$ вероятность, на второе - $\frac{3}{n-1}$. Тогда для второго случая - Если билетов $k+4$, то

Получим на первое место - $\frac{k+4}{n}$, второе - $\frac{3+k}{n-1}$.
Составим ур-е: $\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1} = \frac{(k+4)(3+k)}{n(n-1)}$.

Домножим на $n(n-1) \neq 0$, т.к. $n > 1$

Получим: $30 = (k+4)(3+k)$. Отсюда $k=2$ ($30 = 6 \cdot 5$). Т.е. билетов стало $4+2=6$

Ответ: 6 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

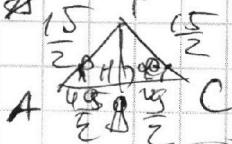
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 (продолжение)

Отсюда $AP = PC = \frac{15}{2}$. Посмотрим

на $\triangle APC$



Отсюда $\cos \beta = \frac{9}{15}$,

тогда $\sin \beta = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$. Найдём разр.

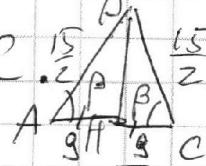
$$S_{ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{25 \cdot 9}{5} = 45.$$

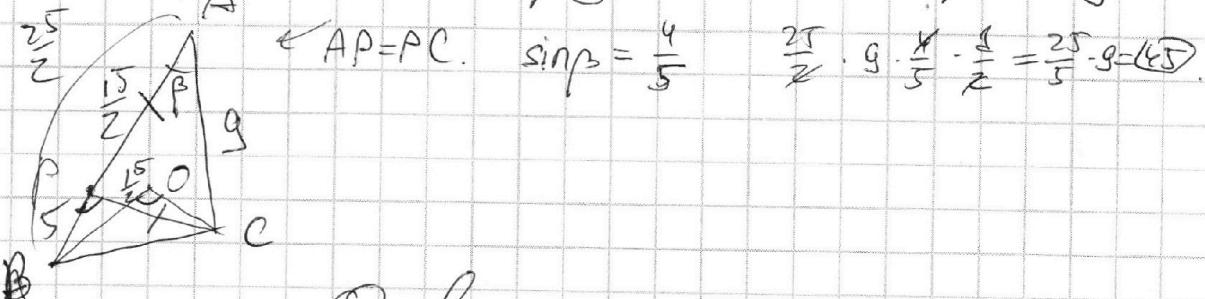
Замечание: $\angle BPC = \angle BOC = 2\beta$,

($\angle BPC = \angle BOC$ как равные, опир. на дугу BC). На рисунке \star опущен

внешу из P - медиана AB десс-а B равноделит $\triangle APC$.



Нарисуем ещё раз $\frac{15}{2} \frac{15}{2}$ картинку:



Ответ: $S_{ABC} = 45$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача

5

Решение:

Нужно найти S_{ABC} :

Продолжим $AC \cap w_2 = M$

Тогда пусть $AM = x$, тогда

$$AP \cdot AB = AC \cdot AM, \text{ т.е.}$$

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = g \cdot x, \text{ отсюда}$$

$$x = \frac{375}{36} \quad \text{Запишем подобие } \triangle APC \sim \triangle AMB.$$

$$\frac{AP}{AM} = \frac{AC}{AB} = \frac{PC}{BM} = \frac{18}{25}. \text{ Тогда } PC = 18 \text{ г}, \\ BM = 25 \text{ г.}$$

$\frac{2 \cdot 9}{25}$

Отсюда решаем

Пусть $\angle BCP = \alpha$, $\angle BAC = \beta$, тогда $\angle BOC = 2\beta$

(выгравировано) Запишем т.с. между треугольниками $\triangle APC$ и

$$\frac{5}{sin \alpha} = \frac{PC = 18 \text{ г}}{sin(\alpha + 2\beta)} = \frac{BC}{sin 2\beta} = \frac{25 \text{ г}}{sin \angle BCM}. \text{ т.е. } \triangle BMC.$$

$$\angle ABC = 180 - 2\beta - \alpha. \text{ Тогда } \angle ACP = 180 - \beta -$$

$$(\text{из } \triangle BPC) \quad \angle ACB - \angle PCB \quad 180 + 2\beta + \alpha - \alpha = \beta$$

Отсюда $\triangle APC$ - равнобедренный

$$\angle ACP = \angle PAC = \beta$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

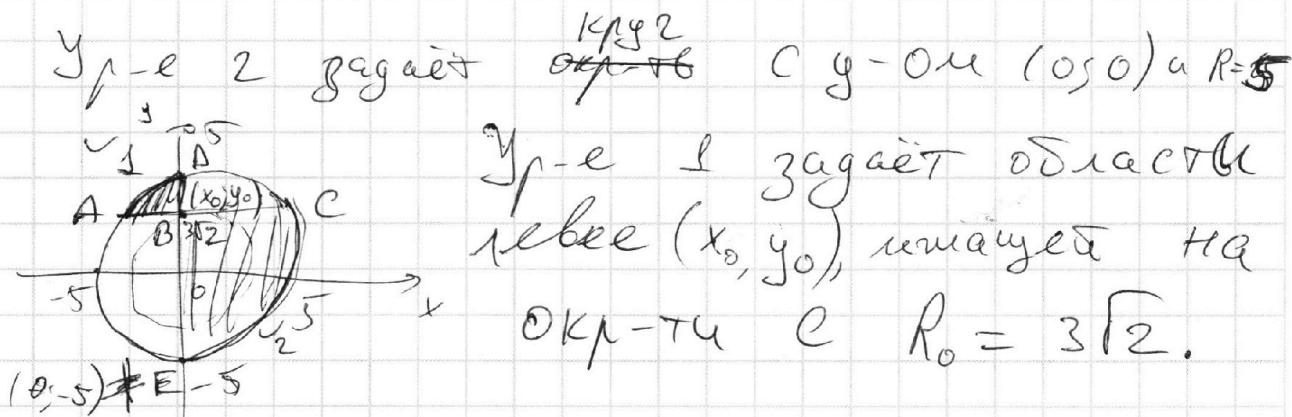
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Будем рисовать графически нашу фигуру

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$



Условно говоря, второй и четвёртый получим полуоскей

отм (x₀; y₀). Тогда заметим, что $\angle AOB = 180^\circ$ (угол между
(U₁ и U₂) постоянна, т.к. $= 180^\circ$ (угол между
прямими всегда $= 90^\circ \Rightarrow$ полусумма $= 90^\circ$ сумма))

и равна $\frac{10\pi}{2} = 5\pi$. Осталось найти такую
точку (x₀; y₀), что $AB + BC + BD + DE$ миним.

Заметим, что $AB \cdot BC = BD \cdot DE$ из 1-го свойства
хорошего. Тогда то и бы о средних максимум

если $AC = DE$, а это $\angle = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Т.к. рабочее зонга (к примеру) Р.С. симметрии, зонга $|\sin\alpha| = |\cos\alpha|$
проходит чз ТР-об.



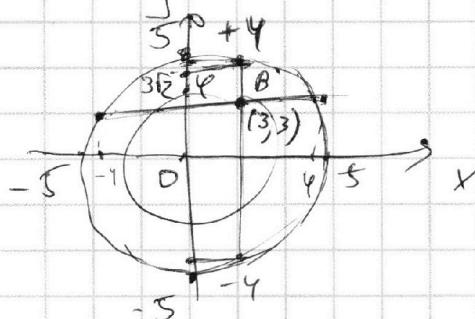
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Найдём длину хорд: Основные
свойства отрезков из симметрии.



Подставив $\angle = \frac{\pi}{4}$ в формулу, получаем $(x-3)(y-3) \leq 0$.

Т.е. исходная точка, например $(3; 3)$. Тогда найдём длины отрезков, подставив в

$x^2 + y^2 = 25$. $x=3, y = \pm 4$, отсюда длина каждого из отрезков $= 8$, т.е. исходная макс. сумма $8 + 8 + 5\pi = 16 + 5\pi$.

Ответ: $M_{\max} = 16 + 5\pi$, достигается в

$$\angle = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Число А - содержит из одних цифр = 1111 · a (Черновик)

Б Хочет быть одна цифра = $2 : 11$? $\frac{101 \cdot 11}{2}$ Число чётное

В - чтобы быть однозначной = 3, с двумя. 36 63

ABC - полный квадрат. $: 11^2$? 33, либо берутся делются

$$101 \cdot 11 \cdot a \cdot 33 \nmid 11^2 \cdot 3, \quad 101 \cdot 2,$$

$$a \leq 9, \quad a \in \mathbb{N} \quad (a=6)$$

7 одна

$$C = 33$$

$$B : 101 \quad B = 202$$

$$B \geq 1111$$

$$\checkmark \quad : 3$$

$$(6666, 202, 33)$$

$$D_{\text{прост}}.$$

$$C : 11, \quad B : 101$$

$$\frac{\frac{1}{x}}{} + \frac{\frac{1}{y}}{} + \frac{2}{xy} = \frac{\frac{1}{x}}{x-1} + \frac{\frac{1}{y}}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{(x-1)(y+1)}{(x-1)(y+1)} \quad y+1+x-1 = \frac{x+y}{(x-1)(y+1)}$$

$$(x+y)(xy) = ((x+y+2)(x-1))(y+1)$$

$$x^2y + xy^2 = (x^2 + xy + 2x - xy^2)(y+1)$$

$$\begin{aligned} & -y^3 - x^2y^3 - xy \\ & -y^3 - xy \\ & \hline -x^2y + xy^2 - 3xy \end{aligned}$$

$$x^2y + xy^2 = x^2y + xy^2 + 2xy - xy - y^2 - 2y + x^2 + xy + 2x - xy - 2$$

$$0 = \cancel{xy} - \cancel{y^2} - 2y + \cancel{x^2} + \cancel{xy} + 2x - xy - 2 \quad x^3 - y^3 \geq 3xy \quad x=y=0.$$

$$0 = x^2 - y^2 + 2xy - 2y + 2x - x - y - 2 \quad x^3 - y^3 - 3xy \quad |x+y|$$

$$0 = (x^2 - y^2 + 2xy - 3y + x - 2) \quad x^3 - y^3 - 3xy \quad |x^2 - y^2 + 2xy$$

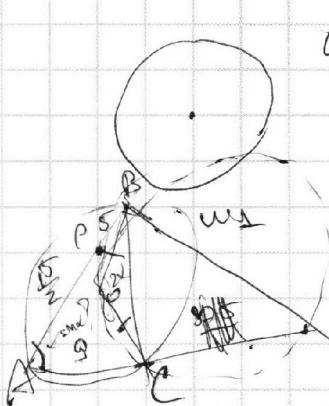
$$-y^3 - x^2y - 3xy$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Solve?

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = R_{ABC}$$

$$\frac{BC}{\sin 2\alpha} = R_{\text{max}}$$

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \cos \beta \\ y = 5 \sin \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases}$$

$$(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha)^2 \geq (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)^2$$

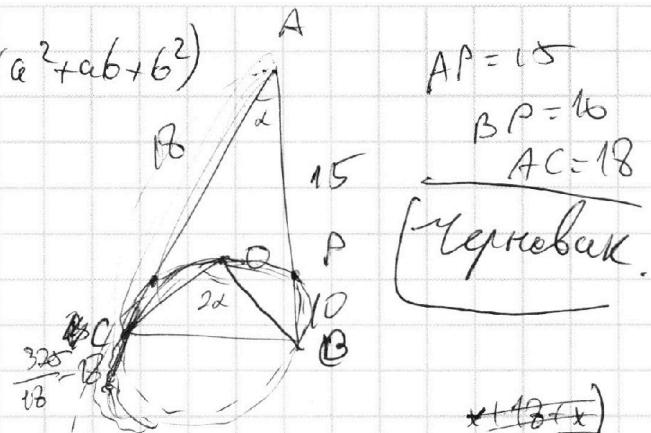
$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases}$$

$$(5 \cos \beta - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(5 \cos \beta - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

4 билета. Потом стало $y+n$ билетов. $n = ?$

$$C_k^4 \leftarrow y \text{ билета расп. } \frac{5}{2} \frac{C_k^2}{C_k^2} = \frac{C_k^2}{C_k^{4+n}} \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{k!}{4!(4+k)!} = \frac{k!}{(4+n)!(k+n)!} \text{ меньше} \\ \text{берегут на } 2,5 \text{ раза}$$



$$AP = 15 \\ BP = 16 \\ AC = 18$$

$$15 \cdot 25 = 18 \cdot x$$

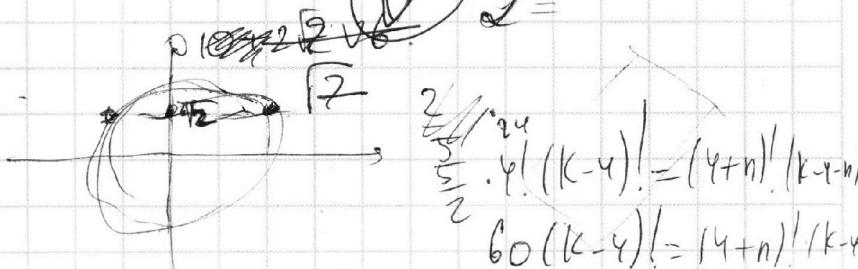
$$4 \text{ билета} \quad x = \frac{15 \cdot 25}{18} = \frac{125}{18} = 6 \frac{13}{18}$$

$$\frac{C_4^2}{C_5^4} = ?$$

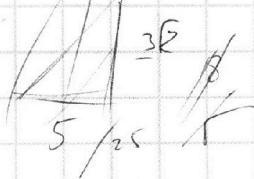
5 человек. Чужих 2-4 получат билет.

$$325$$

$$60((k-4)! - (4+n)!) / (k-4-n)!$$



$$\sum_{k=0}^{n-1} k! ((k-4)!) = (4+n)! / (k-4-n)!$$



$$5 \sqrt{13}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$r=0 \quad y=0 \quad (\text{Черновик.})$$

$$g \sin 2\alpha \leq 0$$

$$2\alpha \leq$$

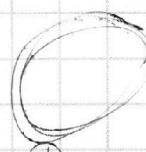
~~если~~ рассмотрим

$$\angle \in [0; 2\pi] \text{ для которых}$$

$$2\alpha \in [\pi, 2\pi]$$

$\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$. Для которых

$$(1 - \sin \alpha)(1 - \cos \alpha) \leq 0$$

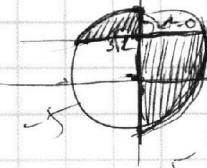


$$1 \leq \sin \alpha \cdot x$$

$$1 \geq \cos \alpha \cdot x$$

$$\cos \alpha = 1.$$

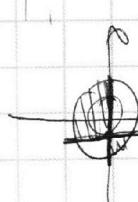
$$\alpha = 0.$$



$$x = 0.$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

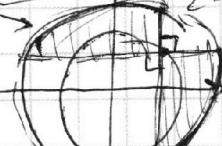
$$\alpha = \pi.$$



постоянно (5)

$$(x - 3\sqrt{2})(y) \leq 0$$

$$z = 180^\circ$$



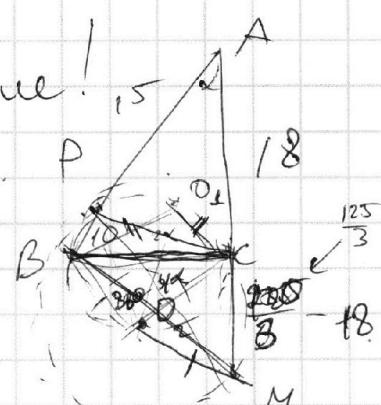
$$x \geq 3\sqrt{2} \\ y \leq 0$$

$$z = 270^\circ$$

$$5^3 \cdot 3 \quad 5 \sqrt{15} \cdot 2 \text{ квадр.}$$

Добре! 15

наго.



$$\frac{18 - 12.5}{3} = 15 - 20.$$

$$xy - y 3\sqrt{2} \sin \alpha - x 3\sqrt{2} \cos \alpha + 5\sin \alpha = 0$$

В полар. системе коог-т.

$$x_1 = r \sin \phi$$

$$y_1 = r \cos \phi \text{ max.}$$



$$\boxed{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Gamma \leq 5.$$

$$x \geq 0$$

$$y \leq 3\sqrt{2} \quad ab = cd$$

$$a+b+c+d \geq 4 \sqrt[4]{abcd}$$

$$4 \sqrt{ab}$$

$$x \leq 3\sqrt{2}$$

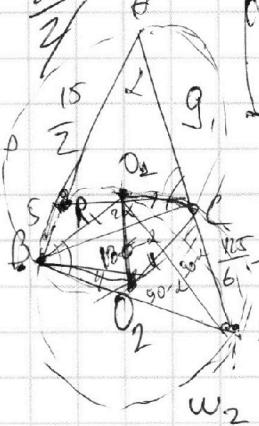
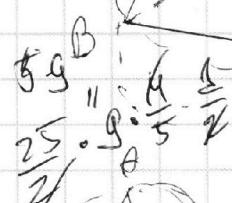
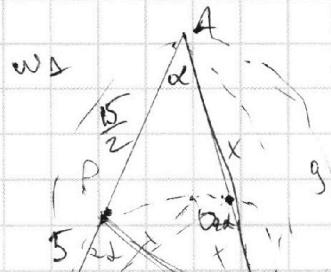
$$y \geq 0.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{w_2}^2 = d^2 - R_{w_2}^2$$

$$25 = AO_1^2 - O_1O_2^2$$

$$\angle = 0.$$

$$\angle = \frac{\pi}{4}$$



$$(x - 3\sqrt{2})y = 0$$

$$-3\sqrt{2} \quad 3\sqrt{2}$$

$$y = 3\sqrt{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta - \gamma$$

$$(x - 3\sqrt{2})y = 0$$

$$S_{D_1} + S_6 = \sqrt{m_p}$$

8; 362 (Черновик)

Задачем $y = e$ ~~не~~ отл. сеаука

$$\frac{15}{2} \cdot \left(\frac{15}{2} + 5 \right) = 9x$$

$$15 \cdot 25 = 18x \quad x = \frac{375}{18} = \frac{125}{6}$$

ан докка. Руст $x = 125/6$

Руст 520. $\frac{125}{6} - 60 = 65$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R_{w_1}$$

$$BC = 2R_{w_1} \sin \alpha = 2R_{w_1}^2 \sin \alpha$$

$$R_{w_1} = R$$

$$R = 2R_{w_2} \cos \alpha$$

$$R_{w_2} = R \cos \alpha$$

