

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111 \cdot K, \text{ где } K - \text{цифра от } 1 \text{ до } 9$$

$$A = 11 \cdot 101 \cdot K \quad K \neq 101 \text{ и } K \neq 11 \quad (101, 11 - \text{простые})$$

$$B \cdot C : (101 \cdot 11)$$

$$C < 100 \text{ и } C \in \mathbb{N} \Rightarrow C \neq 101 \quad | \Rightarrow C : 11 \\ B < 1000 \text{ и } B \in \mathbb{N} \Rightarrow B \neq 1111 \quad B : 101, \text{ т.к. } B : 101 \text{ и } C : 11 \Rightarrow C : 11 \\ B : 101, \text{ т.к. } B : 101 \text{ и } C : 11 \Rightarrow C : 11$$

$$B = 606$$

$$C = 33$$

$$A \cdot B \cdot C = 6 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 1111 \cdot K = (1111)^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot K = x^2, x \in \mathbb{N}$$

$$K = 2 \cdot \text{квадрат} \quad K = 2 \text{ или } K = 8$$

$$\text{Ответ: } (2222; 606; 33); (8888; 606; 33)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$x+y+5 \neq 0, \text{ т.к. } x, y > 0 \Rightarrow xy = (x-2)(y+2), \text{ т.к. Численные работы}$$

$$0 = 2x - 2y - 4 \Rightarrow x = y + 2 \quad \text{и Численные работы}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2) = y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{a)} (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\cos(\pi(x-y)) = \cos(2\pi x)$$

↓

$$\pi x - \pi y + 2\pi k = 2\pi x, k \in \mathbb{Z} \quad \text{или} \quad \pi y - \pi x + 2\pi k = 2\pi x, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -x + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 3x - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: пары $(x; -x+2k, k \in \mathbb{Z})$ и $(x; 3x-2k, k \in \mathbb{Z})$

$$\text{b)} x, y \in \mathbb{Z}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$0 = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\cos \pi x \neq \cos \pi y = \pm 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \pi x - \cos \pi y = 0, \text{ m.e. } \cos \pi x \neq 0$$

$$\cos \pi x = \cos \pi y$$

$$x \stackrel{?}{=} y \quad \frac{x}{6} \in [-1; 1] \Rightarrow x \in [-6; 6] \quad (13 \text{ целых чисел})$$

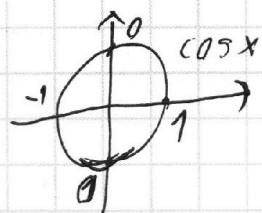
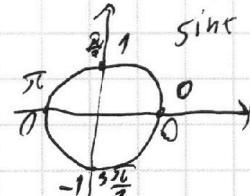
$$\frac{y}{2} \in [-1; 1] \quad y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

$$\arcsin \alpha \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \quad \text{и} \quad \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} = \pi,$$

$$\Leftrightarrow \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \quad \text{и} \quad \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x=6 \quad y=2$$

Всего пар $13 \cdot 5$, но 1 не подходит. ($x=6, y=2$)

Ответ: 64





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть в классе X учеников, a -число учеников которых выбраны

берутся попарно на калькулятор Томи и Вася в сумме получили $= \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4}$,

а б Коля же получил: $\frac{C_{x-2}^{a-2}}{C_x^a}$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} \cdot 6 = \frac{C_{x-2}^{a-2}}{C_x^a}$$

$$\frac{\frac{(x-2)!}{2!(x-4)!}}{\frac{x!}{(x-4)! \cdot 4!}} \cdot 6 = \frac{\frac{(x-2)!}{(a-2)! \cdot (x-a)!}}{\frac{x!}{(x-a)! \cdot a!}} \Rightarrow 6 \cdot \frac{(x-2)! \cdot 4!}{2! \cdot (x-4)! \cdot x!} = \frac{(x-2)! \cdot a!}{x! \cdot (a-2)!}$$

$$\frac{4!}{2} \cdot 6 = \frac{a!}{(a-2)!} \Rightarrow 72 = a \cdot (a-1)$$

$$a^2 - a - 72 = 0$$

$$(a-9)(a+8) = 0$$

$$a \geq 4 \text{ (недост.)} \Rightarrow a = 9$$

$$a = 9$$

Ответ: 9 чисел



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$AC \perp PO = H$$

$$\angle BAC = \alpha$$

$$\Rightarrow O \text{---} B = OC \Rightarrow \angle OBC = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle BOC = 2\alpha$$

$$AC = 35$$

$$AP = 25$$

$$BP = 5$$

$$\angle OCB = \angle APH, \text{ м.к. } COPB \text{-биссектриса}$$

$$\angle APH = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle AHP = 90^\circ \Rightarrow PH \text{-биссектриса } \triangle APC$$

$$\angle APH = \angle OCB = \angle OBC = \angle APC \Rightarrow PH \text{---}$$

$(COPB \text{-бисс.})$

PH - биссектриса и биссектриса $\triangle ABC \Rightarrow AP = PC = 25$

$$\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$$

$$NO \text{---} \text{кошкусы} \quad 25^2 + 25^2 - 2 \cdot \cos(180^\circ - 2\alpha) \cdot 25 \cdot 25 = 30^2$$

$$5^2 + 5^2 + 2 \cos 2\alpha \cdot 5 \cdot 5 = 6^2$$

$$\cos 2\alpha = \frac{36 - 50}{50} = -\frac{7}{25}$$

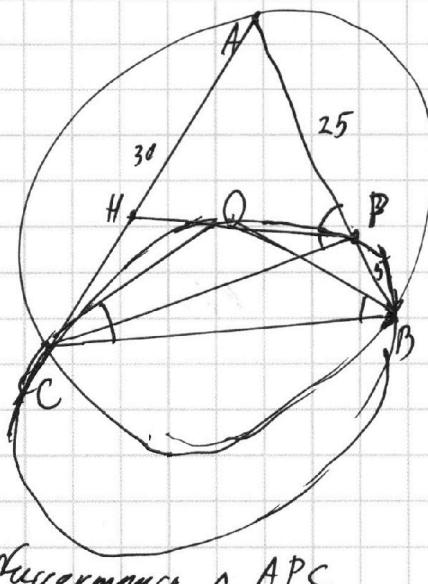
$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = -\frac{7}{25}$$

$$2 \sin^2 \alpha = \frac{32}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ или } \sin \alpha = -\frac{4}{5}, \text{ м.к. } \alpha \in (0; 90)$$

$$S_{ABC} = \underline{\sin \alpha \cdot AB \cdot AC} = \underline{\frac{4}{5} \cdot (AP + BP) \cdot 35} \stackrel{11}{=} \underline{\underline{\sin \alpha \neq -\frac{4}{5}}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$= (25 + 5) \cdot 2 \cdot \frac{7}{2} = 420 \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } 420 \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



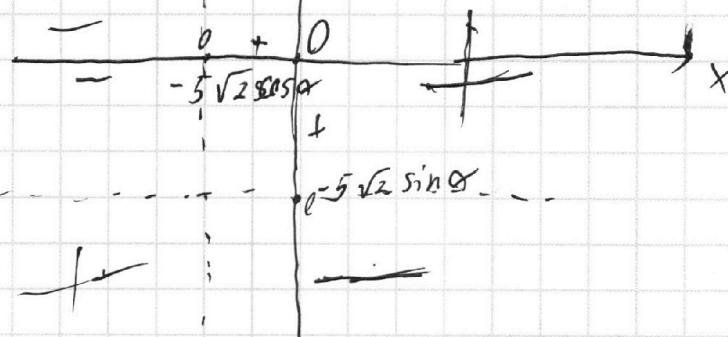
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+5\sqrt{2} \cos \alpha)(y+5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{array} \right.$$

$x^2 + y^2 = 169$ круг $x^2 + y^2 \leq 169$ круг с радиусом 13



координаты точек:

2 в 4-й четверти они же координаты получим $x = -5\sqrt{2} \cos \alpha, y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$
и уравнение $x^2 + y^2 = 169 \leq 0$, если их подставим в $(x+5\sqrt{2} \cos \alpha)(y+5\sqrt{2} \sin \alpha)$.
Получим что точки лежат **внутри** круга, т.к.

$$(-5\sqrt{2} \cos \alpha)^2 + (-5\sqrt{2} \sin \alpha)^2 = 50 \cos^2 \alpha + 50 \sin^2 \alpha = 50 < 169,$$

здесь мы провели 2 пересекающиеся прямые и видим что 4-я четверть имеет общие. Их с пересечением скруглены. Замечаем что на дугах круга отражаются углы $90^\circ \Rightarrow$ при любых α углы дуг в фигурах $\pi/2$ и $3\pi/2$ падают на окружность $\frac{\pi/2}{2\pi/13} = \pi/13 = \pi \cdot 13 = 13\pi$
Получим таким образом максимальные длины отрезков из пересечения круга и пересекающихся прямых.

длина 1 отрезка $= 2\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}$, а второго $= 2\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$ (по т.пирамиды)
их сумма $= 2\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + 2\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$
будем максимум

на $0,0$ до $\pi/2$ или $3\pi/2$
 $\alpha = 0^\circ$ максимум, $\alpha = 90^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Сумма отрезков $> 0 \Rightarrow$ квадратная сумма уменьш. \Leftrightarrow сумма уменьш. членов максимум

$$\left(2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + 2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha} \right)^2 = 8 \cdot 169 - 4 \cdot 50\cos^2\alpha - 4 \cdot 50\sin^2\alpha + \\ + 8\sqrt{(169 - 50\cos^2\alpha)(169 - 50\sin^2\alpha)} = 8 \cdot 169 - 200 + 8\sqrt{169^2 - \cancel{169 \cdot 50(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)}} - \\ - 50 \cdot 169 (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) + 2500\cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha = 1152 + 8\sqrt{169^2 - 50 \cdot 169 +} \\ + 2500\sin^22\alpha$$

достигает максимума, когда $\sin^22\alpha = 1$

$$\sin 2\alpha = 1 \quad \text{или} \quad \sin 2\alpha = -1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \alpha = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{2} \quad P = 13\pi + 2\sqrt{169 - 50 \cdot \frac{1}{2}} + 2\sqrt{169 - 50 \cdot \frac{1}{2}} = 13\pi + 24$$

$$\text{Ответ: } 13\pi + 24$$

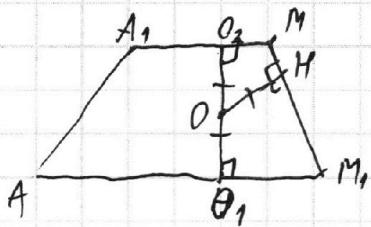
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

§ м.к. Первый раз правильная, то её боковые узлы - равнобедренные трапеции. Т.к. $\angle H$ касается стороны, то трапеции одинаковы. Гипотенузы сегментов содержат высоту к боковым узлам и высоту между основаниями шир. и шир. через центр W .



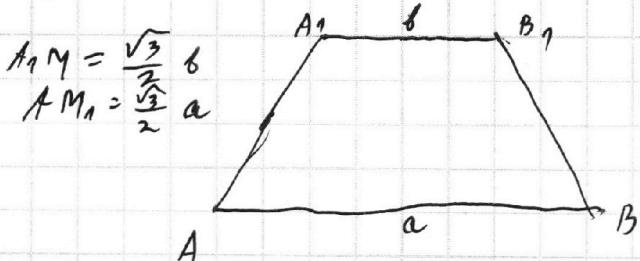
$$\begin{aligned} O_1H = OH \Rightarrow \angle O_1HO_1 = \angle O_1O_2H \\ \angle O_1M_1 \geq \angle O_1M_1 = 90^\circ \quad | \Rightarrow \angle O_1HM_1 = \\ = \angle O_1O_2M_1 \\ \text{или} \\ O_1M_1 = HM_1 \end{aligned}$$

$$\text{значит} \quad A_1MH = O_2M$$

A_1M - высота и медиана касательных, A_1M параллельна верх. осн.
 M_1M - высота трапеции

$$MM_1 = \frac{1}{3}(A_1M + AM_1), \text{м.к. } A_1O_2 : O_2M = A_1O_1 : O_1M_1 = 2 : 3$$

пусть сторона касательных основания = a , а высота b



расмотрим. фок. треуг AA1B1B
 $S = \frac{1}{2}(a+b) \cdot \frac{\sqrt{3}(a+b)}{2}$

$$\begin{aligned} AA_1^2 &= b\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(a+b)\right)^2 = \\ &= AA_1^2 = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} + \frac{3}{4}a^2 + 3ab + \frac{3}{4}b^2 \end{aligned}$$

$$AA_1^2 = \frac{9}{4}a^2 + \frac{9}{4}b^2 - 9ab + a^2 + b^2 + ab$$

$$\sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2 + ab}$$

$$\sqrt{2(a^2 + b^2 + ab)} = a + b, \text{м.к. } \angle AA_1B_1B = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - ab} = \sqrt{a^2 + b^2 + ab}$$

AA1B1B - искомы

$$3\frac{a^2 + b^2}{4} - 2ab = a^2 + b^2 + ab$$

$$6a^2 + 6b^2 - 4ab = 0$$

$$4a^2 + 4b^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2$$

$$3a^2 + 3b^2 - 2ab = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

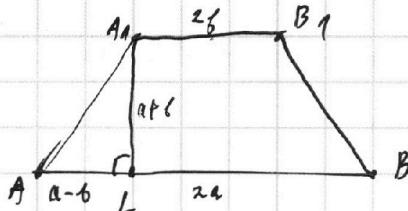
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

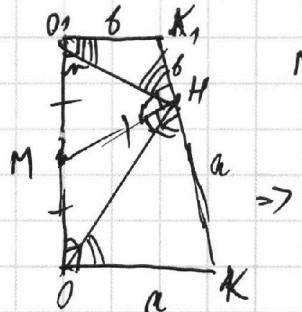
Боковые участки - параллельные трапеции и т.к. $\angle B$ - наименьший угол из параллелей, то трапеции описаны | сумма высоты на участок и на Т ч. получили четырехскр. с равными расстояниями до стороны



$$A_1B_1B - \text{трапеция} \Rightarrow AB + A_1B_1 = AA_1 + BB_1$$

$$\begin{aligned} A_1B_1 &= 2a \\ AB &= 2a \end{aligned}$$

расстояние a . расстояние до основания рабочей, расстояние склоне содержит высоту на участок трапеции и перпендикульры на между склонами и проекциями участка склона



$$MH = MO \text{ и } \angle MOH = \angle MHK \Rightarrow \angle HOK = \angle OHK \Rightarrow OK = KH = a$$

$$\text{аналогично } OA_1 = K_1H_1 = b \quad AK_1 = \cancel{KH} + HK = a+b$$

$$\Rightarrow \text{высота трапеции} = a+b$$

$$AA_1 - \text{боковая} = a+b \quad \Rightarrow AA_1 = \sqrt{(a+b)^2 + (a-b)^2} = \sqrt{2(a^2+b^2)}$$

$$AL = a-b$$

$$AA_1 + BB_1 = AB + A_1B_1 \Rightarrow 2\sqrt{2(a^2+b^2)} = 2a+2b$$

$$2a^2+2b^2 = (a+b)^2 + (a-b)^2 = 0$$

$$a=b$$

$$AA_1B_1B - \text{квадрат} \quad S = (2a)^2 = 4a^2$$

$$S_{\text{дискр. ур.}} = 4a^2 \cdot 4 = 16a^2$$

$$S_{\text{верх. кн.}} = 4a^2$$

$$\frac{S_{\text{кн.}}}{S_{\text{дискр.}}} = \frac{1}{4} \neq$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Diagram showing a circle with radius r and center O . A chord AB is drawn, and a perpendicular OP is dropped from O to AB , meeting it at point P . The length of AB is given as 30 , and the length of OP is given as 25 . The angle $\angle BOP$ is labeled as 5 . The radius OB is labeled as 35 .

Calculation:

$$AB = 30 \quad AC = 35$$

$$2\sqrt{2a^2 + b^2} = 2a + b \quad \sqrt{2(a+b)^2} = a + b \quad a = 6$$

$$CO \cdot BP + OP \cdot BC = BO \cdot CP$$

Условия задачи: $OP = 25$, $OP \cdot BC = BO \cdot (P - 5)$

$$\angle P = 25$$

$$\frac{r}{h} = \frac{n}{3}$$

$$n = \frac{r}{3}$$

$$a + b = h^2$$

$$(2r)^2$$

$$4r^2 = 4h^2 + (a-b)^2$$

$$4r^2 = (a+b)^2$$

$$2r = a+b \quad 625 + 625 + 2\cos 2\alpha \cdot 625 = 900$$

$$50 \quad 25 \quad 3646^2$$

$$a+b = \cos 2\alpha = -\frac{14}{25} = -\frac{14}{25}$$

$$AP + BC = AB + CD \sin 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = -\frac{7}{25}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \quad \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$49 + 256 = \frac{-16+9}{25} \cdot AB \cdot h \cdot 4$$

$$49 + 256 = \frac{3}{25} \cdot AB \cdot h \cdot 4$$

$$AB = BC + AD$$

$$2AB = BC + AD$$

$$2x = 2 \left(\frac{-50 \sin^2 \alpha}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}} \right) = \frac{-100 \sin^2 \alpha}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}}$$

$$\pm x = \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$$

$$2x = 2\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha} =$$

$$2y = 2\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}$$

$$8 \cdot 169 - 200 + 8\sqrt{169 - 50 + 2500 \sin^2 \cos^2 \alpha} = 8\sqrt{169 + 250 \sin^2 2\alpha} \text{ пос.}$$

$$\sin^2 2\alpha = 1 \quad \sin 2\alpha = 1 \quad \sin 2\alpha = 1$$

$$1 - \sin^2 2\alpha = 0$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} K$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1 1 1 1 - K

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$$

11.107-K K=13

$$a \cdot (a-1) = 72$$

$$(a+\delta)(a-\delta) = 72 \Rightarrow a=9$$

60 6

11.107.2. 8 = 6-3 = 11.107

33

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{(x-2)!}{(x-y)! \cdot 2!} = \frac{12}{x \cdot (x-1)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} \Rightarrow xy = (x-2)(y+2)$$

$$\begin{aligned} 72 &= \\ \frac{x \cdot (x-1)}{(x-2)!} &= \\ \frac{(x-2)!}{(x-a)! \cdot (a-2)!} &= \frac{x \cdot (x-1)}{x!} \\ &= \frac{(x-a)! \cdot (a-2)!}{(x-a)! \cdot a!} = \frac{x \cdot (x-1)}{x!} \\ &= \frac{(x-a)! \cdot a!}{(x-a)! \cdot a!} \end{aligned}$$

x, y > 0

$$0 = 2x - 2y - 4$$

$$x = y+2$$

$$(y+2)^3 = y^3 - 6y(y+2)$$

$$y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi x \cos \pi y = \cos^2 \pi x$$

$$\cos(\pi y - \pi x) = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \cos 2\pi x$$

$$S \quad (\pi x - \pi y) \quad x=y$$

$$0 = (\cos \pi x - \cos \pi y)$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ x = y & & & x = 0 \end{array}$$

$$0.8 \cos \pi x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 0, y = 2$$

$$\binom{4}{x} \cdot 6 \cdot \frac{\binom{2}{x-2}}{\binom{4}{x}} = \frac{\binom{a-2}{x-2}}{\binom{a}{x}}$$

$$\frac{(x-2)!}{2 \cdot (x-y)!} = \frac{(x-2)! \cdot 6}{x! \cdot 2 \cdot y!} = \frac{(x-1)x}{8}$$

$$= \frac{\frac{(x-2)!}{(x-a)!(a-2)!}}{\frac{x!}{(x-1) \cdot a!}} = \frac{(x-2)!}{x!} \cdot a \cdot (a-1)$$