



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y - 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 1.

$$A = \overline{aaaa}; \quad A \cdot B \cdot C = n^2, \quad n \in \mathbb{N}, \quad a, b, c, d, e, f - \text{цифры}$$

$$B = \overline{bcd}, \quad \text{при этом } b, \text{ или } c, \text{ или } d \text{ равно } 6$$

$$C = \overline{ef}, \quad \text{при этом } e \text{ или } f \text{ равно } 3.$$

① $A = 1111 = 11 \cdot 101; \Rightarrow B \text{ или } C : 11$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 11} \\ - 11 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$B \text{ или } C : 101$$

$$C \neq 101, \text{ т.к. } C = \overline{ef} \Rightarrow C : 11$$

$$e \text{ или } f \text{ равно } 3$$

$$C = 33$$

$$B : 101, \quad b, \text{ или } c, \text{ или } d = 6 \Rightarrow B = 606$$

$(1111; 606; 33)$. Является ли n^2 ? $1111 \cdot 606 \cdot 33 = 2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2$
- не подходит

② $A = 2222 = 2 \cdot 1111 = 2 \cdot 11 \cdot 101$

$$B \text{ или } C : 11$$

$$B \text{ или } C : 101$$

$$C = \overline{ef}; \quad e \text{ или } f \text{ равно } 3$$

$$B = \overline{bcd}, \quad b, c, d \text{ равно } 6$$

$$(2222; 606; 33)$$

$$\text{Является ли } n^2? \quad 2 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11$$

$$= 6^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = (6 \cdot 11 \cdot 101)^2 = n^2$$

тройка $(2222; 606; 33)$ - подходит



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- (3) Заметим, что, т.к. A - четырехзначное число, составленное из одинаковых цифр, то любое A будет ~~иметь~~ ^{равно} вид: $a \cdot 1111$, где $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Тогда $A = a \cdot 11 \cdot 101$.
- Чтобы число $A \cdot B \cdot C$ было полным квадратом, как мы рассуждали в других пунктах,
 $B: 101$, $C: 11$. $\Rightarrow B = 606$, $C = 33$.
- $$a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 606 \cdot 33 = a \cdot 6 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot 101^2$$
- $$a \cdot 6 \cdot 3 = k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$
- $$a \cdot 3^2 \cdot 2 = k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$
- $$\begin{cases} a = 2 \\ a = 8 \end{cases}$$
- С $a = 2$ мы уже получили тройку: $(2222; 606; 33)$
- С $a = 8$, тройка будет иметь вид: $(8888; 606; 33)$
- Ответ: $(2222; 606; 33); (8888; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $nd.$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy},$$

$x \rightarrow (x-2), y \rightarrow (y+2), K$ - не изменится

Найти: все возможные значения $M = x^2 - y^2 - 6xy$

Решение

$$1) K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy};$$

$$K_1 = K = \frac{\frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(y+2)} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}}{xy} = \frac{xy^2 + 2xy + y^2y - 2xy + 5(xy - 2y + 2x - 4)}{(x-2)(y+2)xy} =$$

$$= \frac{xy^2 + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20}{(x-2)(y+2)xy};$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{xy^2 + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20}{(xy + 2x - 2y - 4)xy} \cdot (xy) \neq 0$$

$$x^2y + 2x^2 - 2xy - 4x + xy^2 + 2xy - 2y^2 - 4y + 5xy + 10x - 10y - 20 = x^2y + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20;$$

$$2x^2 - 4x - 2y^2 - 4y = 0; / : 2$$

$$x^2 - 2x - y^2 - 2y = 0;$$

$$x^2 - 2x = y^2 + 2y; / + 1$$

$$(x-1)^2 = (y+1)^2;$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x-1=y+1 \\ 1-x=y+1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x-2 \\ y=-x \end{cases}$$

2) ~~Проверка полученных выражений:~~

I. $y = -x$: $K = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} = -\frac{5}{x^2}$;

$$K_1 = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(-x)+2} + \frac{5}{(x-2)(-x+2)} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-2} -$$

$$-\frac{5}{(x-2)^2} = -\frac{5}{(x-2)^2};$$

$$\stackrel{!}{=} \\ (x-2)^2 = x^2$$

$$\begin{cases} x-2=x \\ x-2=-x \end{cases} \quad \begin{cases} -2=0, \emptyset \\ 2x=2 \end{cases} \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1; -1)$$

II. $y = x-2$: $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{5}{x(x-2)} = \frac{2x-2+5}{x(x-2)} =$
 $= \frac{2x+3}{x(x-2)};$

$$K_1 = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)+2} + \frac{5}{(x-2)(x-2+2)} =$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{x(x-2)} = \frac{2x+3}{x(x-2)};$$

Верно $K_1 = K$ при $\forall y = x-2, \forall x$.

Найдём теперь все возможные значения M



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I. M = x^3 - y^3 - 6xy \Rightarrow M = 1 - (-1) + 6 = 2 + 6 = 8;$$

$$x = 1, y = -1$$

$$II. M = x^3 - y^3 - 6xy; \Rightarrow M = x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2) =$$

$$y = x - 2;$$

$$= x^3 - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 6x^2 + 12x =$$

$$= x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x =$$

$$= 8$$

и

$$M = 8$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

Найти: $(x; y)$, ~~$x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$~~ $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.

Решение

$$1) \sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x;$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = -\cos \pi y \cos \pi x - \sin \pi y \sin \pi x; \quad | : (-1)$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \cos \pi y \cos \pi x + \sin \pi y \sin \pi x;$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi y - \pi x);$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \pi y = 3\pi x + 2\pi n, k \in \mathbb{Z} \quad | : \pi \\ \pi y = -\pi x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | : \pi \end{cases}$$

$$\pi y = -\pi x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | : \pi$$

$$\begin{cases} y = 3x + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = -x + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$y = -x + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(x; 3x + 2k)$, $k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}$
к.а. ~~$(x; -x + 2n)$~~

б) Найти кол-во $(x; y)$, уф. ур-ниям п.а) и
вер-бу: $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{\pi}{6} \Rightarrow -1 \leq \frac{\pi}{6} \leq 1$$

$$-6 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\arcsin \frac{y}{2} \Rightarrow -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1$$

$$-2 \leq y \leq 2, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$1) x = -6 \Rightarrow \begin{cases} y = -18 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 6 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-6, -2), (-6, 0), (-6, 2)$$

$$2) x = -5 \Rightarrow \begin{cases} y = -15 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 5 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-5, -1), (-5, 1)$$

$$3) x = -4 \Rightarrow \begin{cases} y = -12 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 4 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-4, -2), (-4, 0), (-4, 2)$$

По аналогии можно сделать и следующие пары: если $x = \pm(2d+1), d \in \mathbb{Z}$, то $\begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

$$\text{если } x = \pm 2d, d \in \mathbb{Z}, \text{ то } \begin{cases} y = -2 \\ y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Теперь нужно проанализировать условие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi;$$

При допустимых значениях x : $\arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2}$

При допустимых значениях y : $\arcsin \frac{y}{2} \leq \frac{\pi}{2}$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \text{ при любых допустимых } x \text{ и } y$$

Чтобы нер-во $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$ выполнялось, $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \neq \pi$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \neq 1 \\ \frac{y}{2} \neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 6 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

Пару $(6; 2)$ - выкинем.

Итого у нас 7 значений x вида $x = \pm 2d$, $d \in \mathbb{Z}$, которым соответствует ^{по} 3 знач. $y \Rightarrow$ 21 пара;

и 6 значений x вида $x = \pm(2d+1)$, $d \in \mathbb{Z}$, которым соответствует по 2 значения $y \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 12 пар. И 1 не подх.: $21 + 12 - 1 = 20 + 12 = 32$

Ответ к б): 32 пары (ответ к а) см. выше).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 4.

Пусть n - кол-во одинадцатиклассников.

Тогда вероятность попасть Пете и Маше вместе на концерт равна p_1 :

$$p_1 = \frac{C_n^2}{C_n^4} = \frac{\frac{n!}{(n-2)! 2!}}{\frac{n!}{(n-4)! 4!}} = \frac{(n-4)! 4!}{(n-2)! 2!} =$$

$$= \frac{(n-4)! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-2)(n-3)(n-4)! \cdot 2 \cdot 1} = \frac{12}{(n-2)(n-3)};$$

Пусть кол-во билетов стало k .

Тогда вероятность попасть Пете и Маше вместе на концерт равна p_2 :

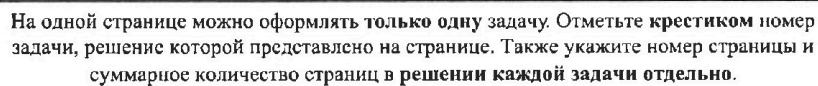
$$p_2 = \frac{C_n^{(k-2)}}{C_n^k} = \frac{\frac{n!}{(n-k+2)! (k-2)!}}{\frac{n!}{(n-k)! k!}} = \frac{(n-k)! k!}{(n-k+2)! (k-2)!} =$$

$$= \frac{(n-k)! k \cdot (k-1) \cdot (k-2)!}{(n-k+2)(n-k+1)(n-k)! (k-2)!} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)};$$

Известно, что $p_1 = \frac{p_2}{6} \Rightarrow 6p_1 = p_2$

$$\frac{6 \cdot 12}{(n-2)(n-3)} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)};$$

$$\frac{72}{(n^2 - 5n + 6)} = \frac{k^2 - k}{((n-k)^2 + 3(n-k) + 2)};$$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) описана
около ΔABC
(с центром
в O).

ω_2 - ошце.
около $\Delta \text{ВЗС}$

$$\omega_2 \cap A_{k_2} = \bigcup B_i p_j$$

Найти: S_{ABC} , если $AP=25$, $BP=5$, $AC=35$

Решение

$$1) MC = \sqrt{30^2 + 35^2 - 2 \cdot 30 \cdot 35 \cos 22^\circ} = 5 \sqrt{6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cos 22^\circ} =$$

$$= 5 \sqrt{85 - 84 \cos 22^\circ};$$

$$MC = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 22^\circ} = R \sqrt{2 - 2 \cos 22^\circ} =$$

$$BC = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 2\alpha} = R\sqrt{2 - 2\cos 2\alpha} = R\sqrt{2 - 2(1 - 2\sin^2 \alpha)} = 2\sin \alpha R;$$

$$5\sqrt{85 - 84\cos\alpha} = 2\sqrt{1 - \cos^2\alpha} R; \quad \uparrow^2$$

$$25(85 - 84 \cos \alpha) = 4R^2(1 - \cos^2 \alpha);$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб.

Найти: максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $P(\alpha)$ и указать все значения α , при которых оно достигается.

$$P(\alpha): \begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0; \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$

Решение

1) $x^2 + y^2 \leq 169$; - ур-е круга с центром в т. $(0;0)$ и радиусом 13 (граница круга входит).

2) $(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0;$

Пусть $5\sqrt{2}\cos\alpha = a$

$5\sqrt{2}\sin\alpha = b;$

$$(x+a)(y+b) \leq 0; \Leftrightarrow \begin{cases} x+a \geq 0 \\ y+b \leq 0; \\ x+a \leq 0 \\ y+b \geq 0; \end{cases}$$

3) Посмотрим, как в общем виде выгля-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

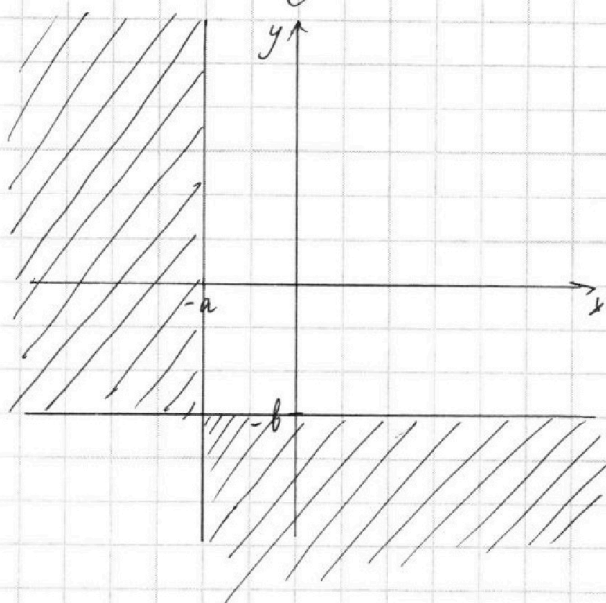
СТРАНИЦА
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана система в п. 2 на координатной плоскости:

$$\begin{aligned}x + a &= 0, \\x &= -a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y + b &= 0 \\y &= -b\end{aligned}$$



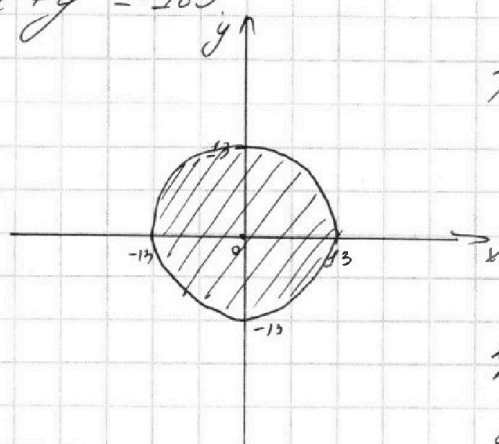
Заштрихованная
область ур. системы
пер-в:

$$\begin{cases}x + a \geq 0 \\y + b \leq 0 \\x + a \leq 0 \\y + b \geq 0\end{cases}$$

Назовём его (*) -
заштрих. площадь

4) Построим в коор-натах фигуру, опис. ур-ем

$$x^2 + y^2 \leq 169$$



Теперь рассмотрим,
как должна распо-
лагаться (*) окрест-
ность круга, чтобы M было
максимальным.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

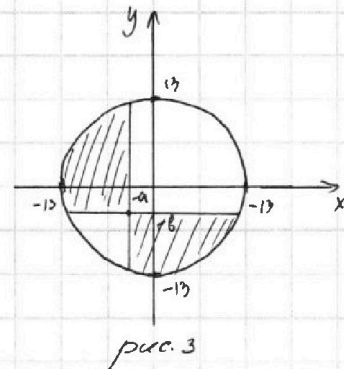
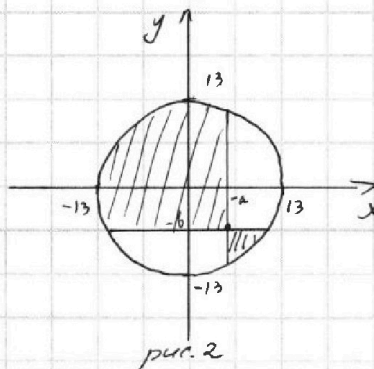
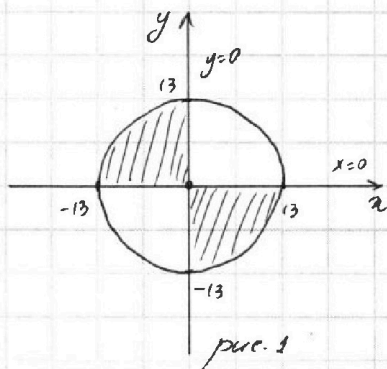
7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

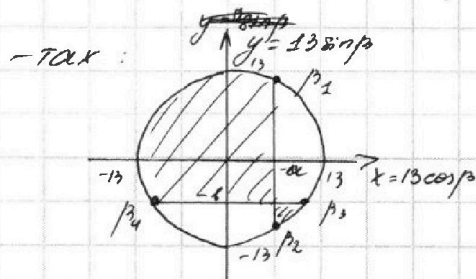
Для этого точка пересечения $x = -a$ и $y = -b$ должна располагаться внутри круга.

Рассмотрим несколько случаев:



Очевидно, что M будет складываться из длин отрезков прямых $x = -a$ и $y = -b$, заключенных в окр-ти $x^2 + y^2 = 13^2$ и длины дуг, которые образуются точками пересечения (см. рис. 1, 2, 3)

5) Окр-ть ^(и круг) можно перерисовать в других коор-



Тогда $x = -a \Leftrightarrow 13 \cos \varphi = -a$

$$\cos \varphi = -\frac{a}{13}$$

$y = -b \Leftrightarrow 13 \sin \varphi = -b$

$$\sin \varphi = -\frac{b}{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } M = 13 \cdot 2 \left| \sin \left(\arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right) \right| + 13 \cdot 2 \left| \cos \left(\arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) \right) \right| + 13 \left| \left(\arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) - \left(-\arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right) \right) \right| + 13 \left(\arccos \left(-\frac{b}{13} \right) + \arcsin \left(-\frac{a}{13} \right) \right) + 13 \left| \pi - \arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) - \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right|;$$

$$M = 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \cos^2 \left(\arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right)} + 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \sin^2 \left(\arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) \right)} + 13 \left(\arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) + \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right) + 13 \left| \pi - \arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) - \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right|;$$

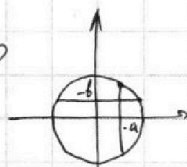
$$M = 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \frac{a^2}{169}} + 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{169}} + 13 \left(\arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) + \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right) + 13 \left| \pi - \arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) - \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right|;$$

$$M = 13 \cdot 2 \left(\sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13 \left(\arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) + \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right) + 13 \left| \pi - \arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) - \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right|;$$

(I сл.) : $a=0, b=0$

$$M = 4 \cdot 13 + 13\pi = 13(\pi + 4)$$

(II сл.) $a \leq 0, b \leq 0$



$$M = 2 \left(\sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13 \left(\arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) + \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right) + 13 \left| \pi - \arcsin \left(-\frac{b}{13} \right) - \arccos \left(-\frac{a}{13} \right) \right| = 2 \left(\sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

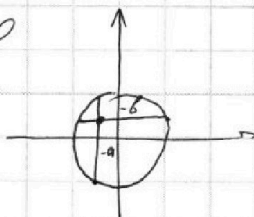
СТРАНИЦА
5 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда в этом случае M зависит только от того, насколько большие/маленькие $|a|$ и $|b|$.

Очевидно, что максимум будет при $a=0, b=0$, т.е. если рассматривать верхний правый угол круга, то наибольшее M будет, только в случае 1 ($a=0, b=0$).

(III сл.) $a \geq 0, b \leq 0$



$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) + \arccos(\frac{a}{13}) + \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13})) = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi;$$

$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) + \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13})) = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi$$

Максимум опять при $a=0, b=0$ в верхнем левом углу круга.

(IV сл.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

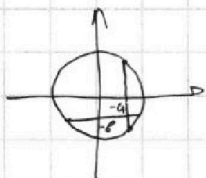
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

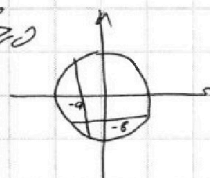
6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(IV сн.) $a \leq 0, b \geq 0$



(V сн.) $a \geq 0, b \geq 0$

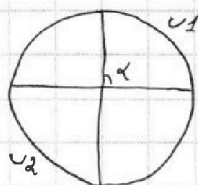


$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) + \pi - \arccos(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13})) =$$

$$= 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\pi - 2\arccos(-\frac{b}{13}) - 2\arccos(-\frac{a}{13}))$$

При аналогичных рассуждениях будем также получать $M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi$.

Это связано с тем, что $\alpha = \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2}}{2}$



$$\alpha = 90^\circ$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$$

или

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} = \pi$$

Тогда максимальное значение будет определяться только отрезками, т.е. M максимально при $a=0, b=0$. (или при $a=0, b=0$)

У нас $a = 5\sqrt{2}\cos\alpha, b = 5\sqrt{2}\sin\alpha$ - они не могут быть одновременно равны 0.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получается, имеем:

$$M = 2(\sqrt{169 - (5\sqrt{2}\cos\alpha)^2} + \sqrt{169 - (5\sqrt{2}\sin\alpha)^2}) + 13\pi$$

$$M = 2(\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + \sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}) + 13\pi;$$

$$\text{Положим } f(\alpha) = \sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + \sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}$$

Если $f(\alpha) = f_{\max}(\alpha)$, то M принимает максимальное значение

$$f(\alpha) = \frac{(-100\cos\alpha\sin\alpha)}{2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha}} + \frac{(100\sin\alpha\cos\alpha)}{2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}}$$

Очевидно, что $f(\alpha) = f_{\max}(\alpha)$ при ~~каждом~~

$$|\cos\alpha| = |\sin\alpha| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Тогда } M = 2(\sqrt{169 - 25} + \sqrt{169 - 25}) + 13\pi = 2 \cdot 24 + 13\pi = 48 + 13\pi$$

Ответ: $M = 48 + 13\pi$ при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

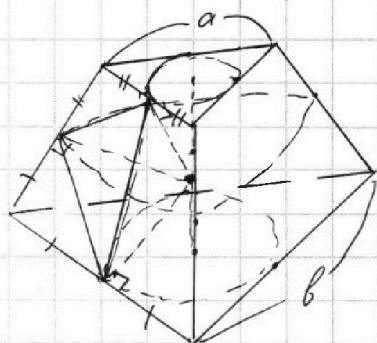
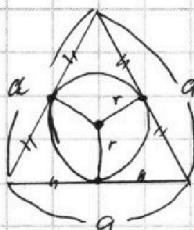


рис. 1



$$1) S = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S = r \cdot \frac{P}{2} = r \cdot \frac{3a}{2}$$

$$r \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

касается прав.
треуг. впис. окр.
в серединах.

Т.е., т.к. шар ω касается всех граней прав.
усеченной пирамиды, то этот шар пере-
секает пр-ты оснований по выс. в треуг.
осн. окр-тями

Заметим на рис. 1, что если сторона
верхнего основания a , нижнего $-b$, то бок.
грань равна $\frac{a+b}{2}$

2) Шар Ω касается всех ребер усеч. пира-
миды. Если мы продлим бок. грани усеч.
пирамиды до пересечения, то получим



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

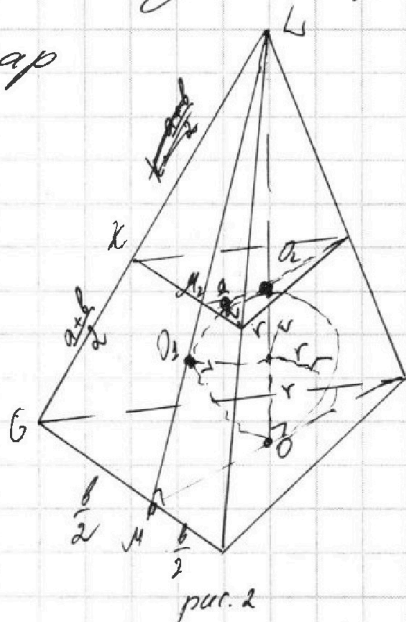
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

правильную пирамиду, в которую вписан шар



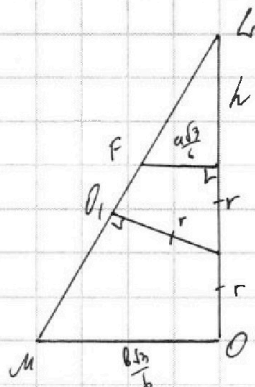
На рис. 2:

$$OM = \frac{1}{3} \cdot \frac{b\sqrt{3}}{2} = \frac{b\sqrt{3}}{6};$$

$$OQ_1M_1 = OQ_2M_2 = \frac{b\sqrt{3}}{6} - \text{как отрезки касат.}$$

$$OQ_2M_2 = \frac{ab\sqrt{3}}{6}$$

Учтем



$$\frac{h}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{h+2r}{\frac{b\sqrt{3}}{6}}$$

$$hb = ha + 2ra$$

$$h(b-a) = 2ra$$

$$h = \frac{2ra}{b-a};$$

$$h+r = \frac{2ra}{b-a} + r = \frac{2ra+br-ar}{b-a} = \frac{ar+br}{b-a} = \frac{(a+b)r}{b-a}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{6h} = \frac{r}{\frac{(a+b)r}{b-a}} = \frac{b-a}{a+b}, \quad \frac{b\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{h+2r}{b} = \frac{b-a}{a+b}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}(a+b)}{b(b-a)};$$

$$h+2r = \frac{ar+br}{b-a} + r = \frac{ar+br+br-ar}{b-a} = \frac{2br}{b-a};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ML = \sqrt{b^2 + \frac{4b^2r^2}{(b-a)^2}} = \frac{\sqrt{b^2((b-a)^2 + 4r^2)}}{b-a} = \frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}$$

$$\frac{(a+b)r}{b-a} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{6}}{\frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}}; \quad \frac{(a+b)r}{b-a} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{6}}{\frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}}$$

$$\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}; \quad \sqrt{(b-a)^2 + 4r^2} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}$$

$$ML = \frac{b(a+b)}{(b-a) \cdot 2\sqrt{3}}$$

$$\frac{LF}{FM} = \frac{a}{b} \Rightarrow MF = \frac{b-a}{b} ML = \frac{(b-a)b(a+b)}{b(b-a) \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}$$

$$MF = MM_2 \text{ (на рис. 2)}$$

$$\cancel{MF = MM_2 \text{ (на рис. 2)}}$$

$$\frac{LK}{LG} = \frac{a}{b} \Rightarrow GK = \frac{b-a}{b} LG \Rightarrow LG = \frac{b \cdot GK}{b-a}$$

$$= \frac{b(a+b)}{2(b-a)}$$

$$\text{По Th Пифагора: } LM = \sqrt{\frac{b^2}{4} \left(\frac{a+b}{b-a} \right)^2 - \frac{b^2}{4}} =$$

$$= \frac{b}{2} \sqrt{\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(b-a)^2} - \frac{b^2 + 2ab - a^2}{b^2}} = \frac{2b\sqrt{ab}}{2(b-a)} = \frac{b\sqrt{ab}}{b-a};$$

$$MM_2 = \frac{(b-a) \cdot b\sqrt{ab}}{b(b-a)} = \sqrt{ab};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } MM_2 = \sqrt{ab} = \frac{\sqrt{(a+b)^2 - (b-a)^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 2ab + b^2 - b^2 + 2ab - a^2}}{2} = \frac{\sqrt{4ab}}{2} = \sqrt{ab}$$

$$4ab = a^2 + 2ab$$

$$a^2 = 2ab \quad \frac{a+b}{2\sqrt{3}} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{a}{a} = \frac{2b}{a}$$

$$a = (5 \pm 2\sqrt{6})b; \quad a < b$$

$$a = (5 - 2\sqrt{6})b$$

$$S_{\text{ок.а}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(5-2\sqrt{6})^2 b^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{ок}} = \frac{3a + 3b}{2} \sqrt{ab} = \frac{3}{2}(a+b)\sqrt{ab} =$$

$$= \frac{3}{2}(5-2\sqrt{6})b \Rightarrow S_{\text{ок}} = \frac{3}{2}(6-2\sqrt{6})b \sqrt{b^2(5-2\sqrt{6})} =$$

$$= 3(3-\sqrt{6})b \cdot b(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 3(3-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})b^2$$

$$\frac{S_{\text{ок.а}}}{S_{\text{ок}}} = \frac{(5-2\sqrt{6})^2 \sqrt{3}}{4 \cdot 3(3-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3}{4\sqrt{3}(3-\sqrt{6})}$$

$$\text{Ответ: } \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3}{4\sqrt{3}(3-\sqrt{6})}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНИК

$$k > 4: k = 5: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{20}{(n-3)(n-4)}$$

$$72(n^2 - 7n + 12) = 20(n^2 - 5n + 6); / : 4$$

$$72n^2 - 504n + 864 = 20n^2 - 100n + 120;$$

$$52n^2 - 404n + 744 = 20n^2 - 100n + 120;$$

$$18n^2 - 126n + 216 = 5n^2 - 25n + 30;$$

$$13n^2 - 101n + 186 = 0;$$

$$D = 101^2 - 4 \cdot 13 \cdot 186 =$$

$$= 10201 - 9672 = 529 =$$

$$= 23^2 > 0$$

$$n = \frac{101 \pm 23}{2 \cdot 13} = \frac{124}{26} = \frac{62}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$n = \frac{101 - 23}{2 \cdot 13} = \frac{78}{26} = 3$$

$n = 3$ - не подходит под ситуацию.

$$k = 6: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{30}{(n-4)(n-5)} / : 6$$

$$12(n^2 - 9n + 20) = 5(n^2 - 9n + 20)$$

$$7n^2 - 83n + 210 = 0; D = 83^2 - 4 \cdot 7 \cdot 210 =$$

$$7n^2 - 83n + 210 = 0; D = 6889 - 5880 = 1009$$

$$n^2 - 9n + 20 = 0; D = 81 - 40 = 41 > 0$$

1009 - не полн. квадрат - не ур.

$$n = \frac{9 \pm 1}{2} = 5$$

$$n = \frac{9 - 1}{2} = 4 \text{ - не ур.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНИК

~~$n=5, k=6$ - тоже не ур.~~

~~$k=7: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{42}{(n-5)(n-6)} \quad | :6$~~

~~$12(n^2 - 9n + 30) = 7(n^2 - 5n + 6);$~~

~~$5n^2 - 73n + 318 = 0;$~~

~~$D = 73^2 - 4 \cdot 5 \cdot 318 = 5329 - 6360 < 0$~~

~~$k=8: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{56}{(n-6)(n-7)} \quad | :8$~~

~~$9(n^2 - 13n + 42) = 7(n^2 - 5n + 6);$~~

~~$2n^2 - 22n - 336 = 0; \quad | :2$~~

~~$n^2 - 11n - 168 = 0;$~~

~~$D = 41^2 + 168 \cdot 4 = 2353$ - не полн. кв. - не ур.~~

~~$k=9: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{72}{(n-7)(n-8)}$~~

~~$n^2 - 15n + 56 = n^2 - 5n + 6;$~~

~~$10n = 50 \Rightarrow n = 5$ - не ур.~~

~~$k > 9: \frac{72}{(n-2)(n-3)} =$~~

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 73 \\ \hline 219 \\ + 5110 \\ \hline 5329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ - 35 \\ \hline 73 \end{array} \quad \begin{array}{r} 360 \\ - 42 \\ \hline 318 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 318 \\ \times 2 \\ \hline 636 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117 \\ \times 9 \\ \hline 117 \end{array} \quad \begin{array}{r} 117 \\ - 35 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 9 \\ \hline 378 \end{array} \quad \begin{array}{r} 378 \\ - 42 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 41 \\ \hline 164 \\ + 16810 \\ \hline 1681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 168 \\ \times 4 \\ \hline 672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1681 \\ + 672 \\ \hline 2353 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~ЧЕРНИК~~

Тогда $\frac{a+b}{2\sqrt{3}} = \sqrt{ab}$;

$$a - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{ab} + b = 0;$$
$$D = 4 \cdot 3 - 4 = 4 \Rightarrow \sqrt{2} > 0$$
$$\sqrt{a} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{2} \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2} \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1} \sqrt{b} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{b};$$
$$a = (5 + 2\sqrt{6})b$$
$$a = (5 - 2\sqrt{6})b$$
$$S_{\text{осн. } a} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(5 \pm 2\sqrt{6})^2 \cdot b^2 \sqrt{3}}{4};$$
$$S_{\text{бок } 2} = \frac{3a+3b}{2} \cdot \sqrt{ab} = \frac{3}{2}(a+b)\sqrt{ab}$$



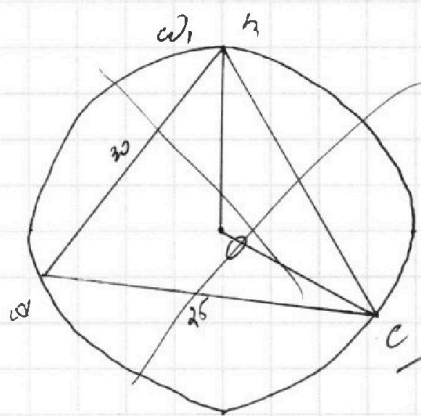
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

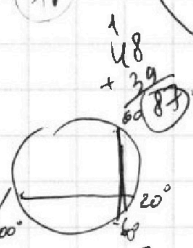
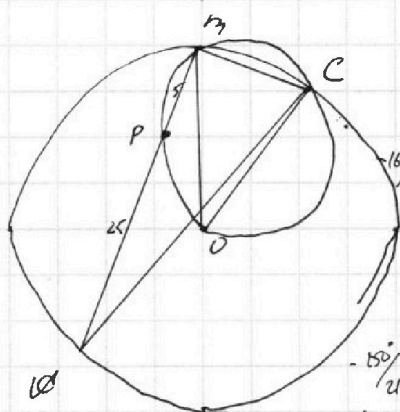
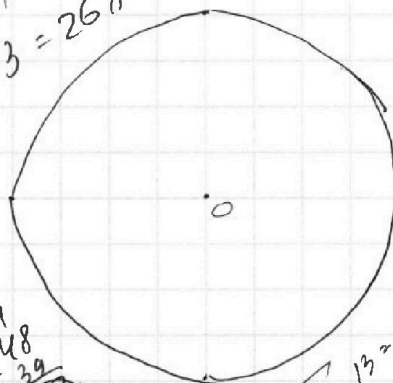
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$72(n^2 - 2nk + k^2 + 3n - 3k + 2) = (k^2 - k)(n^2 - 5n + 6);$$~~
~~$$72((n-k)^2 + 3(n-k) + 2) = (n^2k^2 - 5nk^2 + 6k^2 - kn^2 + 5nk - 6k)$$~~
~~$$72((n-k)^2 + 3(n-k) + 2) = kn(k-1) - 6k(k-1)$$~~
~ 5 (черновик)



~~$$2\pi \cdot 13 = 26\pi$$~~



$$2\pi R - 2\pi$$

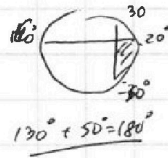
$$l - d$$

$$l = \frac{2\pi R d}{2\pi} = R d, \alpha - \beta \text{ pag.}$$

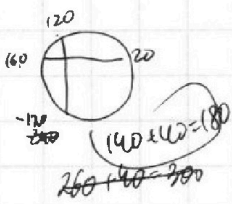
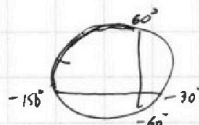
$$2\pi - \left(\pi + \arcsin\left(-\frac{b}{13}\right) \right) = \pi - \arcsin\left(-\frac{b}{13}\right)$$

$$180^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$-(-60^\circ) = 30^\circ$$



$$20^\circ - (-30^\circ) = 50^\circ$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

