



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 2, а  $y$  — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 6xy$ .
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$ .
- б) Сколько пар целых чисел  $(x; y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 25$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 35$ .
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р. 1.

$$A = \overline{aaaa}; \quad A \cdot B \cdot C = n^2, \quad n \in \mathbb{N}, \quad a, b, c, d, e, f - \text{цифры}$$

$$B = \overline{bcd}, \quad \text{при этом } b, \text{ или } c, \text{ или } d \text{ равно } 6$$

$$C = \overline{ef}, \quad \text{при этом } e \text{ или } f \text{ равно } 3.$$

①  $A = 1111 = 11 \cdot 101; \Rightarrow B \text{ или } C : 11$

$$\begin{array}{r} 1111 \mid 11 \\ -11 \\ \hline 11 \\ -11 \\ \hline 0 \end{array}$$

$B \text{ или } C : 101$

$C \neq 101, \text{ т.к. } C = \overline{ef} \Rightarrow C : 11$

$e \text{ или } f \text{ равно } 3$

$C = 33$

$B : 101, \text{ } b, \text{ или } c, \text{ или } d = 6 \Rightarrow B = 606$

$(1111; 606; 33)$  Является ли  $n^2$ ?  $1111 \cdot 606 \cdot 33 = 2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2$   
- не подходит

②  $A = 2222 = 2 \cdot 1111 = 2 \cdot 11 \cdot 101$

$B \text{ или } C : 11$

$B \text{ или } C : 101 \Rightarrow C = 33, \quad B = 606$

$C = \overline{ef}; \text{ } e \text{ или } f \text{ равно } 3$

$B = \overline{bcd}, \text{ } b, c, d \text{ равно } 6$

$(2222; 606; 33)$

Является ли  $n^2$ ?  $2 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11$

$= 6^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = (6 \cdot 11 \cdot 101)^2 = n^2$

тройка  $(2222; 606; 33)$  - подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(3) Заметим, что, т.к.  $A$  - четырехзначное число, составленное из одинаковых цифр, то любое  $A$  будет ~~иметь вид~~  $a \cdot 1111$ , где  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$\text{Тогда } A = a \cdot 11 \cdot 101.$$

Чтобы число  $A \cdot B \cdot C$  было полным квадратом, как мы рассуждали в других пунктах,

$$B: 101, C: 11. \Rightarrow B = 606, C = 33.$$

$$a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 606 \cdot 33 = a \cdot 6 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot 101^2$$

$$a \cdot 6 \cdot 3 = k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$

$$a \cdot 3^2 \cdot 2 = k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ a = 8 \end{cases}$$

С  $a = 2$  мы уже получили тройку:  $(2222, 606, 33)$

С  $a = 8$ , тройка будет иметь вид:  $(8888, 606, 33)$

Ответ:  $(2222, 606, 33); (8888, 606, 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $x \neq 0, y \neq 0$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$$

$x \rightarrow (x-2), y \rightarrow (y+2), K$  - не изменится

Найти: все возможные значения  $M = x^2 - y^2 - 6xy$

Решение

$$1) K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

$$K_1 = K = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{xy} = \frac{xy^2 + 2xy + y^2y - 2xy + 5(xy - 2y + 2x - 4)}{(x-2)(y+2)xy}$$

$$= \frac{xy^2 + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20}{(x-2)(y+2)xy}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{xy^2 + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20}{(xy + 2x - 2y - 4)xy} \cdot (xy) \neq 0$$

$$x^2y + 2x^2 - 2xy - 4x + xy^2 + 2xy - 2y^2 - 4y + 5xy + 10x - 10y - 20 = xy^2 + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20;$$

$$2x^2 - 4x - 2y^2 - 4y = 0, /: 2$$

$$x^2 - 2x - y^2 - 2y = 0;$$

$$x^2 - 2x = y^2 + 2y, /: +1$$

$$(x-1)^2 = (y+1)^2;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x-1=y+1 \\ 1-x=y+1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x-2 \\ y=-x \end{cases}$$

2) ~~Проверим полученные варианты:~~

I.  $y = -x$ :  $K = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} = -\frac{5}{x^2}$ ;

$$K_1 = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(-x)+2} + \frac{5}{(x-2)(-x+2)} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-2} -$$

$$-\frac{5}{(x-2)^2} = -\frac{5}{(x-2)^2};$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = x^2$$

$$\begin{cases} x-2=x \\ x-2=-x \end{cases} \quad \begin{cases} -2=0, \emptyset \\ 2x=2 \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1; -1) \end{cases}$$

II.  $y = x-2$ :  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{5}{x(x-2)} = \frac{2x-2+5}{x(x-2)} =$

$$= \frac{2x+3}{x(x-2)};$$

$$K_1 = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)+2} + \frac{5}{(x-2)(x-2+2)} =$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{x(x-2)} = \frac{2x+3}{x(x-2)};$$

Верно  $K_1 = K$  при  $\forall y = x-2, \forall x$ .

Найдём теперь все возможные значения  $M$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I. M = x^3 - y^3 - 6xy \Rightarrow M = 1 - (-1) + 6 = 2 + 6 = 8;$$
$$x = 1, y = -1$$

$$II. M = x^3 - y^3 - 6xy; \Rightarrow M = x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2) =$$
$$= x^3 - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 6x^2 + 12x =$$
$$= x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x =$$
$$= 8$$

$$M = 8$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

Найти:  $(x; y)$ ,  ~~$x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$~~   $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ .

Решение

$$1) \sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x;$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = -\cos \pi y \cos \pi x - \sin \pi y \sin \pi x; \quad | \cdot (-1)$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \cos \pi y \cos \pi x + \sin \pi y \sin \pi x;$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi y - \pi x);$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi y = 3\pi x + 2\pi n, k \in \mathbb{Z} \quad | : \pi \\ \pi y = -\pi x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | : \pi \end{array} \right.$$

$$\pi y = -\pi x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | : \pi$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 3x + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = -x + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$y = -x + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $(x; 3x + 2k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}$

к.а)  ~~$(x; -x + 2n)$~~

b) Найти кол-во  $(x; y)$ , ур. решено в п.а) и

вер-бу:  $\arcsin \frac{\pi}{6} + \arcsin \frac{4}{2} < \pi, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{\pi}{6} \Rightarrow -1 \leq \frac{\pi}{6} \leq 1$$

$$-6 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\arcsin \frac{y}{2} \Rightarrow -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1$$

$$-2 \leq y \leq 2, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$1) x = -6 \Rightarrow \begin{cases} y = -18 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 6 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (-6, -2) \\ (-6, 0) \\ (-6, 2) \end{matrix}$$

$$2) x = -5 \Rightarrow \begin{cases} y = -15 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 5 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-5, -1), (-5, 1)$$

$$3) x = -4 \Rightarrow \begin{cases} y = -12 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 4 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-4, -2), (-4, 0), (-4, 2)$$

По аналогии можем сделать и следующие пары: если  $x = \pm(2d+1), d \in \mathbb{Z}$ , то  $\begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

если  $x = \pm 2d, d \in \mathbb{Z}$ , то  $\begin{cases} y = -2 \\ y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

Теперь нужно проанализировать условие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi;$$

При допустимых значениях  $x$ :  $\arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2}$

При допустимых значениях  $y$ :  $\arcsin \frac{y}{2} \leq \frac{\pi}{2}$

$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$  при  
любых допустимых  $x$  и  $y$

Чтобы нер-во  $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$

выполнялось,  $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \neq \pi$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \neq 1 & x \neq 6 \\ \frac{y}{2} \neq 1 & y \neq 2; \end{cases}$$

Пару  $(6; 2)$  - выкинем.

Итого у нас 7 значений  $x$  вида  $x = \pm 2d, d \in \mathbb{Z}$ ,  
которым соответствует <sup>по</sup> 3 знач.  $y \Rightarrow 21$  пар;

и 6 значений  $x$  вида  $x = \pm(2d+1), d \in \mathbb{Z}$ ,  
которым соответствует по 2 значения  $y \Rightarrow$

$\Rightarrow 12$  пар. И 1 не подгн:  $21 + 12 - 1 = 20 + 12 = 32$

Ответ к б): 32 пары (ответ к а) см. выше)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 4.

Пусть  $n$  - кол-во одноклассников.

Тогда вероятность попасть Лете и Маше вместе на концерт равна  $p_1$ :

$$p_1 = \frac{C_n^2}{C_n^4} = \frac{\frac{n!}{(n-2)! 2!}}{\frac{n!}{(n-4)! 4!}} = \frac{(n-4)! 4!}{(n-2)! 2!} = \frac{(n-4)! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-2)(n-3)(n-4)! \cdot 2 \cdot 1} = \frac{12}{(n-2)(n-3)}$$

Пусть кол-во билетов стало  $k$ .

Тогда вероятность попасть Лете и Маше вместе на концерт равна  $p_2$ :

$$p_2 = \frac{C_n^{(k-2)}}{C_n^k} = \frac{\frac{n!}{(n-k+2)! (k-2)!}}{\frac{n!}{(n-k)! k!}} = \frac{(n-k)! k!}{(n-k+2)! (k-2)!} = \frac{(n-k)! k \cdot (k-1) \cdot (k-2)!}{(n-k+2)(n-k+1)(n-k)! (k-2)!} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)}$$

Известно, что  $p_1 = \frac{p_2}{6} \Rightarrow 6p_1 = p_2$

$$\frac{6 \cdot 12}{(n-2)(n-3)} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)}$$

$$\frac{72}{(n^2 - 5n + 6)} = \frac{k^2 - k}{((n-k)^2 + 3(n-k) + 2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

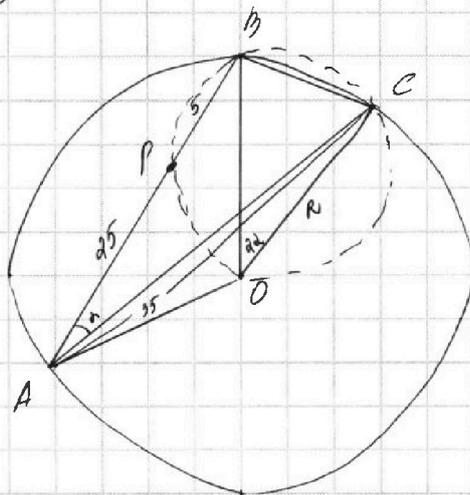
№5

Дано:

$\omega_1$  описана  
около  $\triangle ABC$   
(с центром  
в  $O$ ).

$\omega_2$  — опис.  
около  $\triangle BOC$

$\omega_2 \cap AB =$   
 $= \{M, P\}$



Найти:  $S_{ABC}$ , если  $AP = 25$ ,  $MP = 5$ ,  $AC = 35$

Решение

$$1) \quad BC = \sqrt{30^2 + 35^2 - 2 \cdot 30 \cdot 35 \cos \alpha} = 5 \sqrt{6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cos \alpha} =$$

$$= 5 \sqrt{85 - 84 \cos \alpha};$$

$\frac{36}{85}$   
 $\frac{12}{35}$

$$BC = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 2\alpha} = R \sqrt{2 - 2 \cos 2\alpha} =$$

$$= R \sqrt{2 - 2(1 - 2 \sin^2 \alpha)} = 2 \sin \alpha R;$$

$$5 \sqrt{85 - 84 \cos \alpha} = 2 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} R; \quad \uparrow^2$$

$$25(85 - 84 \cos \alpha) = 4R^2(1 - \cos^2 \alpha);$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Найти: максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\mathcal{P}(\alpha)$  и указать все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

$$\mathcal{P}(\alpha): \begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0; \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$

Решение

1)  $x^2 + y^2 \leq 169$ ; - ур-е круга с центром в т.  $(0; 0)$  и радиусом 13 (граница круга входит).

2)  $(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$ ;

Пусть  $5\sqrt{2}\cos\alpha = a$

$5\sqrt{2}\sin\alpha = b$ ;

$$(x+a)(y+b) \leq 0; \Leftrightarrow \begin{cases} x+a \geq 0 \\ y+b \leq 0; \\ x+a \leq 0 \\ y+b \geq 0; \end{cases}$$

3) Посмотрим, как в общем виде выгля-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

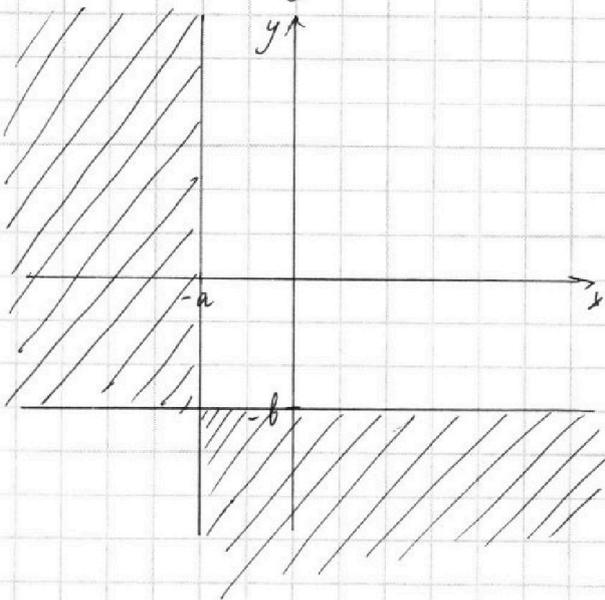
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана система в н.② на координатной плоскости:

$$\begin{aligned} x+a=0; & \quad y+b=0 \\ x=-a & \quad y=-b \end{aligned}$$



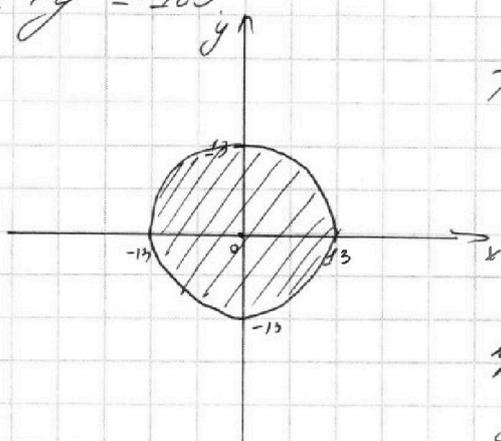
Заштрихованная область ур. системы пер-в.

$$\begin{cases} x+a \geq 0 \\ y+b \leq 0 \\ x+a \leq 0 \\ y+b \geq 0 \end{cases}$$

Назовём его (\*) - заштрих. площадь

4) Построим в коор-натах фигуру, опис. ур-ем

$$x^2 + y^2 \leq 169$$



Теперь рассмотрим, как должна располагаться (\*) относительно круга, чтобы  $M$  было максимумом.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

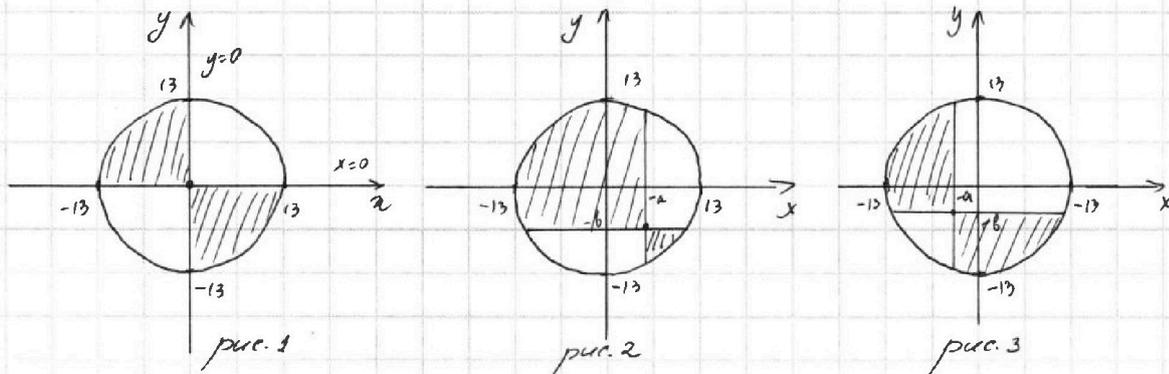
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

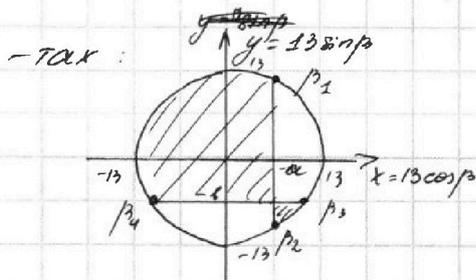
Для этого точка пересечения  $x = -a$  и  $y = -b$  должна располагаться внутри круга.

Рассмотрим несколько случаев:



Очевидно, что  $M$  будет складываться из длин отрезков прямых  $x = -a$  и  $y = -b$ , заключенных в окр-ти  $x^2 + y^2 = 13^2$  и длины дуг, которые образуются точками пересечения (см. рис. 1, 2, 3)

5) Окр-ть <sup>(и круг)</sup> можно перерисовать в других коор-



$$\text{Тогда } x = -a \Leftrightarrow 13 \cos \varphi = -a$$

$$\cos \varphi = -\frac{a}{13}$$

$$y = -b \Leftrightarrow 13 \sin \varphi = -b$$

$$\sin \varphi = -\frac{b}{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } M = B^2 \sin(\arccos(-\frac{a}{13})) + B^2 \cos(\arcsin(-\frac{b}{13})) + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) - (-\arccos(-\frac{a}{13})) \right) + 13 \left( \arccos(-\frac{a}{13}) - \arcsin(-\frac{b}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right)$$

$$M = B^2 \sqrt{1 - \cos^2(\arccos(-\frac{a}{13}))} + B^2 \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(-\frac{b}{13}))} + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right)$$

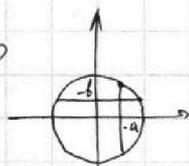
$$M = B^2 \sqrt{1 - \frac{a^2}{169}} + B^2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{169}} + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right)$$

$$M = \frac{1}{13} \left( \sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right)$$

(I сл.)  $a=0, b=0$

$$M = 4 \cdot 13 + 13\pi = 13(\pi + 4)$$

(II сл.)  $a \leq 0, b \leq 0$



$$M = 2 \left( \sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right) = 2 \left( \sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

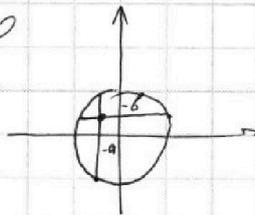
СТРАНИЦА  
5 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда в этом случае  $M$  зависит только от того, насколько больше/меньше  $|a|$  и  $|b|$ .

Очевидно, что максимум будет при  $a=0, b=0$ , т.е. если рассматривать верхний правый угол круга, то наибольшее  $M$  будет, только в случае  $\pm$  ( $a=0, b=0$ ).

(III ст.)  $a \geq 0, b \leq 0$



$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) + \arccos(\frac{a}{13})) + \pi - \arcsin(\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi;$$

$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13})) + \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(\frac{a}{13}) = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi$$

Максимум опять при  $a=0, b=0$  в верхнем левом углу круга.

(IV ст.)



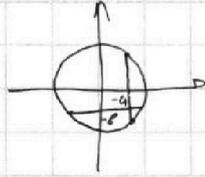
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

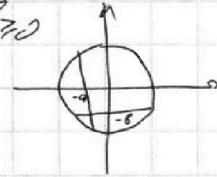
СТРАНИЦА  
6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(IV сн.)  $a \leq 0, b \geq 0$



(V сн.)  $a \geq 0, b \geq 0$

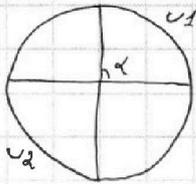


$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) + \pi - \arccos(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13})) =$$

$$= 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\pi - 2\arccos(-\frac{b}{13}) - 2\arccos(-\frac{a}{13}))$$

При аналогичных рассуждениях будем также получать  $M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi$ .

Это связано с тем, что  $\alpha = \frac{\sqrt{1+0^2}}{2}$



$$\alpha = 90^\circ$$

$$\sqrt{1+0^2} = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$$

или

$$\sqrt{1+0^2} = \pi$$

Тогда максимальное значение будет определяться только отрезками, т.е.  $M$  максимально при  $a=0, b=0$ . (или при  $a=0, b=0$ ).

У нас  $a = 5\sqrt{2} \cos \alpha, b = 5\sqrt{2} \sin \alpha$  - они не могут быть одновременно равны 0.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получается, имеем:

$$M = 2 \left( \sqrt{169 - (5\sqrt{2} \cos \alpha)^2} + \sqrt{169 - (5\sqrt{2} \sin \alpha)^2} \right) + 13\pi$$

$$M = 2 \left( \sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha} \right) + 13\pi;$$

Положим  $f(\alpha) = \sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$

Если  $f(\alpha) = f_{\max}(\alpha)$ , то  $M$  принимает максимальное значение

$$f(\alpha) = \frac{(-100 \cos \alpha \sin \alpha)}{2\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}} + \frac{(100 \sin \alpha \cos \alpha)}{2\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}}$$

Очевидно, что  $f(\alpha) = f_{\max}(\alpha)$  при ~~...~~

$$|\cos \alpha| = |\sin \alpha| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Тогда } M = 2 \left( \sqrt{169 - 25} + \sqrt{169 - 25} \right) + 13\pi = 2 \cdot 24 + 13\pi = 48 + 13\pi$$

Ответ:  $M = 48 + 13\pi$  при  $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$



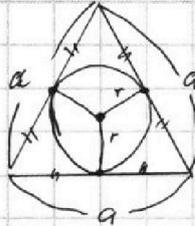
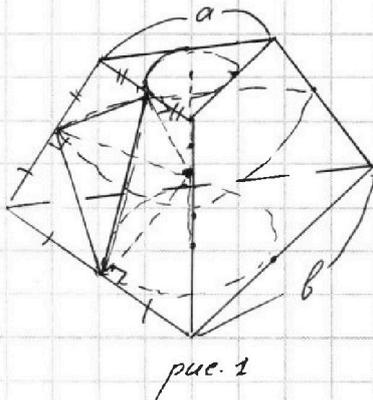
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н7.



$$1) S = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$P = r \cdot \frac{P}{a} = r \cdot \frac{3a}{2}$$

$$r \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

касается прав.  
треуг. впис. окр.  
в серединах.

Т.е., т.к шар  $\Omega$  касается всех граней прав.

усеченной пирамиды, то этот шар пере-  
секает пр-ты оснований по выс. в треуг.

осн. окр-тями

Заметим на рис. 1, что если сторона  
верхнего основания  $a$ , нижнего  $b$ , то боц.  
грань равна  $\frac{a+b}{2}$

2) Шар  $\Omega$  касается всех ребер усеч. пира-  
миды. Если мы продлим боц. грани усеч.  
пирамиды до пересечения, то получим





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ML = \sqrt{b^2 + \frac{4b^2r^2}{(b-a)^2}} = \frac{\sqrt{b^2((b-a)^2 + 4r^2)}}{b-a} = \frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}$$

$$\frac{(a+b)r}{b-a} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{b}}{\frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}}; \quad \frac{(a+b)r}{b-a} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{b}}{\frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}}$$

$$\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2} = \frac{(a+b)r}{\frac{b\sqrt{3}}{b}}; \quad \sqrt{(b-a)^2 + 4r^2} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}$$

$$ML = \frac{b(a+b)}{(b-a) \cdot 2\sqrt{3}}$$

$$\frac{LF}{FM} = \frac{a}{b} \Rightarrow MF = \frac{b-a}{b} ML = \frac{(b-a)b(a+b)}{b(b-a) \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}$$

$$MF = MM_2 \text{ (на рис. 2)}$$

$$~~MF = MM_2 \text{ (на рис. 2)}~~$$

$$\frac{Lk}{Lg} = \frac{a}{b} \Rightarrow Gk = \frac{b-a}{b} Lg \Rightarrow Lg = \frac{b \cdot Gk}{b-a} = \frac{b(a+b)}{2(b-a)}$$

По Th Пифагора:  $LM = \sqrt{\frac{b^2}{4} \left(\frac{a+b}{b-a}\right)^2 - \frac{b^2}{4}} =$

$$= \frac{b}{2} \sqrt{\frac{a^2 + 2ab + b^2 - b^2 + 2ab - a^2}{(b-a)^2}} = \frac{\sqrt{2b^2 ab}}{2(b-a)} = \frac{b\sqrt{ab}}{b-a};$$

$$MM_2 = \frac{(b-a) \cdot b\sqrt{ab}}{b(b-a)} = \sqrt{ab};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } \mathcal{M}_2 = \sqrt{ab} = \frac{\sqrt{(a+b)^2 - (b-a)^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 2ab}}{2} = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-a}{2}\right)^2} = \frac{2\sqrt{ab}}{2} = \sqrt{ab}$$

$$4ab = a^2 + 2ab$$

$$a^2 = 2ab \quad \frac{a+b}{2\sqrt{3}} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{a}{a} = \frac{2b}{a}$$

$$a = (5 + 2\sqrt{6})b; \quad a < b$$

$$a = (5 - 2\sqrt{6})b$$

$$S_{\text{ок. } a} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(5-2\sqrt{6})^2 b^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{ок}} = \frac{3a + 3b}{2} \sqrt{ab} = \frac{3}{2}(a+b)\sqrt{ab} = ?$$

$$= \frac{3}{2}(5-2\sqrt{6})b \Rightarrow S_{\text{ок}} = \frac{3}{2}(6-2\sqrt{6})b \sqrt{b^2(5-2\sqrt{6})^2}$$

$$= 3(3-\sqrt{6})b \cdot b(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 3(3-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})b^2$$

$$\frac{S_{\text{ок. } a}}{S_{\text{ок}}} = \frac{(5-2\sqrt{6})^2 \sqrt{3}}{4 \cdot 3(3-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3}{4\sqrt{3}(3-\sqrt{6})}$$

$$\text{Ответ: } \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3}{4\sqrt{3}(3-\sqrt{6})}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНОВИК

$$k > 4: \quad k=5: \quad \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{20}{(n-3)(n-4)}$$

$$72(n^2 - 7n + 12) = 20(n^2 - 5n + 6); \quad | : 4$$

$$\frac{72}{\begin{array}{r} \times 12 \\ \hline 144 \\ + 72 \\ \hline 864 \end{array}} \quad 72n^2 - 504n + 864 = 20n^2 - 100n + 120;$$

$$\frac{72}{\begin{array}{r} \times 18 \\ \hline 1296 \\ + 72 \\ \hline 864 \end{array}} \quad 52n^2 - 404n + 744 = 20n^2 - 100n + 120;$$

$$\frac{5}{\begin{array}{r} \times 18 \\ \hline 126 \\ + 7 \\ \hline 133 \end{array}} \quad 18n^2 - 126n + 216 = 5n^2 - 25n + 30;$$

$$\frac{18}{\begin{array}{r} \times 12 \\ \hline 216 \\ + 18 \\ \hline 234 \end{array}} \quad 13n^2 - 101n + 186 = 0;$$

$$D = 101^2 - 4 \cdot 13 \cdot 186 =$$

$$= 10201 - 9672 = 529 =$$

$$= 23^2 > 0$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{101} \\ \times 101 \\ \hline 10101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{101} \\ \times 101 \\ \hline 10201 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{186} \\ \times 13 \\ \hline 1558 \\ + 186 \\ \hline 2418 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ \hline 69 \\ + 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2418} \\ \times 4 \\ \hline 9672 \end{array}$$

$$n = \frac{101 + 23}{2 \cdot 13} = \frac{124}{26} = \frac{62}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$n = \frac{101 - 23}{2 \cdot 13} = \frac{78}{26} = 3$$

$$\sqrt{\frac{(a+b)^2 - b^2}{2}} = \sqrt{ab}$$

$$a^2 + 2ab = 4ab$$

$n = 3$  - не подходит по ситуации.

$$\begin{array}{r} \sqrt{83} \\ \times 83 \\ \hline 249 \\ + 664 \\ \hline 6889 \end{array}$$

$$k=6: \quad \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{30}{(n-4)(n-5)} \quad | : 6$$

$$12(n^2 - 9n + 20) = 5(n^2 - 9n + 20)$$

$$7n^2 - 83n + 210 = 0; \quad D = 83^2 - 4 \cdot 7 \cdot 210 =$$

$$7n^2 - 63n + 140 = 0; \quad = 6889 - 5880 = 1009$$

$$n^2 - 9n + 20 = 0; \quad D = 81 - 80 = 1 > 0$$

1009 - не полн. квадрат - не ур.

$$n = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$n = \frac{9-1}{2} = 4 \text{ - не ур.}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{240} \\ \times 210 \\ \hline 210 \\ + 12 \\ \hline 249 \\ + 56 \\ \hline 588 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{108} \\ \times 108 \\ \hline 108 \\ - 25 \\ \hline 884 \\ - 83 \\ \hline 1009 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНИК

~~$n=5, k=6$  - тоже не ур.~~

~~$k=7: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{42}{(n-5)(n-6)} \quad | :6$~~

~~$12(n^2 - 9n + 30) = 7(n^2 - 5n + 6);$~~

~~$5n^2 - 73n + 318 = 0;$~~

~~$D = 73^2 - 4 \cdot 5 \cdot 318 = 5329 - 6360 < 0$~~

~~$k=8: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{56}{(n-6)(n-7)} \quad | :8$~~

~~$9(n^2 - 13n + 42) = 7(n^2 - 5n + 6);$~~

~~$2n^2 - 22n - 336 = 0; \quad | :2$~~

~~$n^2 - 11n - 168 = 0;$~~

~~$D = 41^2 + 168 \cdot 4 = 2353$  - не полн. кв. - не ур.~~

$k=9: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{72}{(n-7)(n-8)}$

$15n - 15n + 56 = n^2 - 5n + 6$

$40n = 50 \Rightarrow n = 5$  - не ур.

~~$k > 9: \frac{72}{(n-2)(n-3)} =$~~

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 73 \\ \hline 219 \\ + 511 \\ \hline 5329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 35 \\ \hline 540 \\ + 3240 \\ \hline 3780 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 318 \\ \times 2 \\ \hline 636 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 9 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117 \\ - 35 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 9 \\ \hline 378 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 378 \\ - 42 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 41 \\ \hline 164 \\ + 1681 \\ \hline 1681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 168 \\ \hline 138 \\ + 4560 \\ \hline 672 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1681 \\ + 672 \\ \hline 2353 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~ЧЕРНИК~~

Тогда  $\frac{a+b}{2\sqrt{3}} = \sqrt{ab}$ ;

$$a - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{ab} + b = 0;$$
$$D = 4 \cdot 3 - 4 = 4 \quad \Delta = (2\sqrt{2})^2 > 0$$
$$\sqrt{a} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{2} \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2} \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1} \sqrt{b} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{b};$$

"

$$a = (5 + 2\sqrt{6})b$$
$$a = (5 - 2\sqrt{6})b$$

"

$$S_{\text{осн. } a} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(5 + 2\sqrt{6})^2 \cdot b^2 \sqrt{3}}{4};$$
$$S_{\text{бок } 2} = \frac{3a + 3b}{2} \cdot \sqrt{ab} = \frac{3}{2} (a+b) \sqrt{ab}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

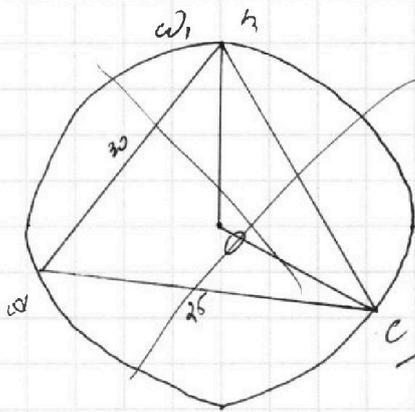
*ЧЕРКОВАЯ*

$$72(n^2 - 2nk + k^2 + 3n - 3k + 2) = (k^2 - k)(n^2 - 5n + 6);$$

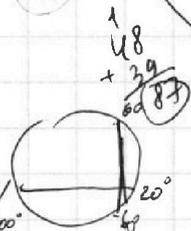
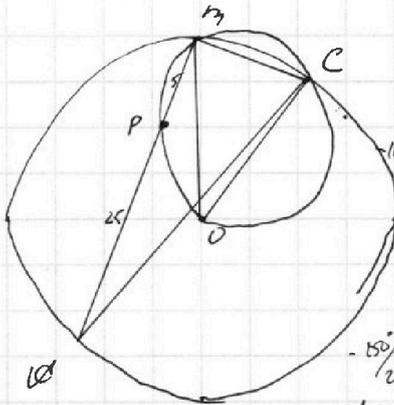
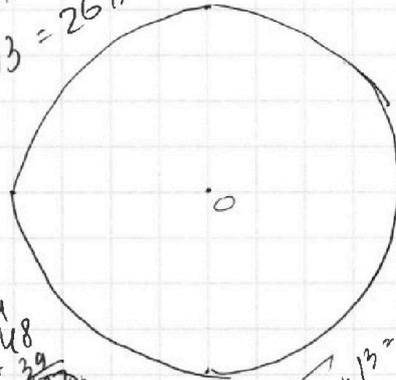
$$72(\cancel{(n-k)^2} + 3(n-k) + 2) = (\cancel{kn(k-1)} - 6k(k-1))$$

$$72(\cancel{(n-k)^2} + 3(n-k) + 2) = \cancel{kn(k-1)} - 6k(k-1)$$

*в 5 (черновик)*



$$2\pi \cdot 13 = 26\pi$$



$$2\pi R - 2\pi r$$

$$l = d$$

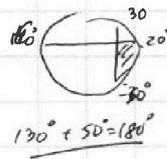
$$l = \frac{2\pi R d}{2\pi} = R d, \text{ а - в pag.}$$

$$2\pi - \left(\pi + \arcsin\left(\frac{b}{13}\right)\right) \cdot 2$$

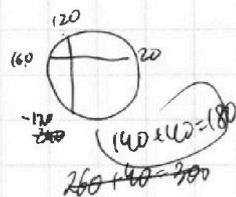
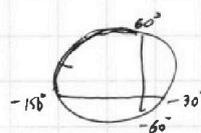
$$= 2\pi - 2 \arcsin\left(\frac{b}{13}\right)$$

$$-(-60^\circ) = 30^\circ$$

$$180^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$



$$20^\circ - (-30^\circ) = 50^\circ$$



$$140 + 140 = 180$$

$$260 + 40 = 300$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи** отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

