

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:

- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 4, а  $y$  — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 12xy$ .
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 16$ ,  $BP = 8$ ,  $AC = 22$ .
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Решение: Нужно в т.ч. число  $A$  состоящее из

4-х одинаковых цифр (пусть это цифра  $a$ ),

то оно представится в следующем виде:

$$A = \underline{a} \cdot 1111, \text{ где } a \in \{1; 9\}$$

$$\underline{1111} = \underline{101} \cdot \underline{11} \Rightarrow A : 101; A : 11 (\text{при этом } A \nmid 101^2; A \nmid 11^2)$$

- т.к.  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом целого числа,

$A$  число  $A : 101$ , то либо  $B : 101$ , либо  $C : 101$

Пример для  $B$ , т.к.  $101 \nmid 99$  и  $101 \nmid 107$

т.к.  $C$  - квадратное число, то  $C \nmid 101$ , значит,  
(р.з. 101 - простое число)

$B : 101 \Rightarrow B = 101 \cdot k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ ; т.к.  $k$  в приведенное  
число, то  $B = 101; 202; 303; 404; 505; 606; 707; 808;$   
 $909$

По условию  $B$  содержит хотя бы одну цифру 7,  
значит,  $B = 707$

- квадрат  $k$   $A \cdot B \cdot C$ :  $A : \cancel{11} (A \nmid 11^2)$

$$\cancel{B : 11}$$

$A \cdot B \cdot C$  - квадрат целого  
числа

$$\Rightarrow C : 11,$$

значит  $C = 77; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99$

(т.к.  $C$  - квадратное число)

по условию хотя бы одна из цифр числа  $C$  - цифра 7,  
значит, нам подходит только  $C = 77$

В итоге получаем:  $A \cdot B \cdot C = (a \cdot 1111) (7 \cdot 101) \cdot 77 = 7a \cdot (101)^2 \cdot (77)^2$

значит,  $7a \cdot (101)^2 (77)^2$  - квадрат целого числа, значит,

$7a$  - квадрат целого числа  $\Rightarrow a : 7 \Rightarrow a = 7$ , значит,  
 $\therefore 7$  (т.к.  $a \in \{1; 9\}$ )

$$A = 7777 \quad \Rightarrow A \cdot B \cdot C = (7 \cdot 101 \cdot 77)^2 = (7777)^2 - \text{данное число как}\br/>B = 707 \quad \text{некорректно}\br/>C = 77$$

Ответ  $(7777; 707; 77)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 Решение:

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \quad (\because xy(x-4)(y+4)$$

$$y(x-4)(y+4) + x(x-4)(y+4) + 3(x-4)(y+4) =$$

$$= xy(y+4) + xy(x-4) + 3xy$$

$$(x-4)(y+4)(x+y+3) = xy(x-4+y+4+3) = xy(x+y+3)$$

$$(x+y+3)(xy-4y+4x-76-xy) = 0$$

$$4 \cdot (x+y+3)(x-y-4) = 0, \text{ значит, } \begin{cases} x+3=-y \\ x=y+4 \end{cases}$$

(п. 5 не заставляет, что  $xy(x-4)(y+4) \neq 0$ , т.к.)  
( $x, y > 0$ , но  $xy(x-4)(y+4) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$ )

$$\begin{cases} x+3=-y \\ x=y+4 \\ x \neq 4 \end{cases} \quad \text{Рассмотрим для начала } x=y+4:$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 72(y+4)y =$$

$$= (y+4-y)(y^2+8y+16+y^2+y^2+4y) - 72(y^2+4y) =$$

$$= 4(3y^2+12y+16) - 72(y^2+4y) = 4(3y^2+12y+16 -$$

$$= 3y^2-72y) = 4 \cdot 16 = 64 \quad \text{раб-то мин-да, когда}$$

$x=y+4 - \text{мин. } y > 0$ , но  $x=y+4 > 0$ , значит, должно

значение  $M=64$  быть - да при всех  $x, y > 0 : x=y+4$

Теперь рассмотрим  $x+3=-y$ :

$$M = x^3 + (-y)^3 + 72x(-y) = x^3 + (x+3)^3 + 72x(x+3) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 &= (x+3)(x^2 + \underbrace{x^2 + 6x + 9}_{\substack{= \\ x(x+3)}}) + 72(x^2 + 3x) = \\
 &= (x+3)(x^2 + 3x + 9) + 72(x^2 + 3x) = 2x^3 + 21x^2 + 63x + 27, \text{ значит} \\
 M &= 2x^3 + 21x^2 + 63x + 27, \text{ где } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq -4 \end{cases} \\
 \text{Рассмотрим зону } x > 0: f(x) &= 2x^3 + 21x^2 + 63x + 27 \\
 f'(x) &= 6x^2 + 42x + 63 = 3(2x^2 + 14x + 21) - \text{значит что} \\
 \text{при } x > 0: f'(x) > 0, \text{ значит, } f(x) &\in (f(0); +\infty) \\
 f(0) &= 27, \text{ значит } f(x) \in (27; +\infty) \text{ при } x > 0 \\
 f(4) &= 743, \text{ значит, } f(x) \in (27; +\infty) \setminus \{743\} \text{ при } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq -4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Значит, 1-максимум не является: ~~(27, 743)~~  
 Которое получаем, что  $M \in (27; +\infty) \setminus \{743\}$   
 Ответ:  $(27; +\infty) \setminus \{743\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n_3 \quad a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cdot \cos \pi y$$

$$2 \cdot \cos \frac{\pi(y+x)}{2} \cdot \sin \frac{\pi(y-x)}{2} - \sin \pi y = 2 \cos \frac{\pi(y+x)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(y-x)}{2} \cdot \cos \pi y$$

$$\left[ \cos \frac{\pi(y+x)}{2} = 0 \right]$$

$$\sin \frac{\pi(y-x)}{2} \cdot \sin \pi y = \cos \frac{\pi(y-x)}{2} \cdot \cos \pi y$$

$$\left[ \cos \frac{\pi(y-x)}{2} = 0 \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \pi y = 0 \\ \cos \frac{\pi(y-x)}{2} = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \left( \frac{\pi(y-x)}{2} \right)}{\cos \left( \frac{\pi(y-x)}{2} \right)} = \frac{\cos \pi y}{\sin \pi y}$$

$$\left[ \frac{\pi(y-x)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi y = \pi \cdot m \\ \frac{\pi(y-x)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot l \end{array} \right. \quad (m, l \in \mathbb{Z})$$

$$\left[ \pi \left( \frac{y-x}{2} \right) = \pi y - \pi x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot p \right]$$

$$\left[ x+y = 1 + 2 \cdot n \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = m \\ \frac{m-x}{2} = \frac{1}{2} + l \end{array} \right. \quad (m, l \in \mathbb{Z})$$

$$\left[ \frac{\pi(y-x)}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi y + \pi \cdot p \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 - x + 2n \quad (n \in \mathbb{Z}) \\ y = m \\ x = m - 2l - 1 \end{array} \right. \quad (m, l \in \mathbb{Z})$$

$$y = \frac{x+1+2n}{3} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Заметим, что пары  $(m-2l-1, m)$ , входящие в  $m$ -ю пару  $(x; 1 - x + 2n)$  и  $(y; m)$ ,  
которые мы получаем следующие пары действительных чисел:  $(x; 1 - x + 2n)$ ;  $(x; \frac{x+1+2n}{3})$   
 ~~$(y; m)$~~  ( $y; 1 - y + 2n$ )

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $(x; 7-x+2n)$ ; ~~( $x; \frac{x+7+2n}{3}$ )~~;  $(x; \frac{x+7+2n}{3})$   
 $(x; n; \frac{x}{3}; \text{РЕ} \pi)$

О) Рассмотрим первое неравенство:

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{9} > \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{9} > -\pi - \frac{\pi}{2} = -(\arcsin \frac{y}{9} + \arccos \frac{x}{7})$$

$$\arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{9} > 0 \quad -\text{заметим, что:}$$

$$\begin{cases} \arccos \frac{x}{7} \geq 0 \\ \arccos \frac{y}{9} \geq 0 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{9} \geq 0 \quad -\text{значит} \\ \text{равно быть может когда } \frac{x}{7} = 1 \end{array} \right.$$

значит, наше нер-во будет  
быть-ся тогда, когда  $\begin{cases} |\frac{x}{7}| \leq 1 \\ |\frac{y}{9}| \leq 1 \end{cases}$

(\*)

$$(x; y) \neq (7; 4)$$

из п. а) мы получили следующие пары  $(x; y)$ :

$$(x; 7-x+2n); \quad \cancel{(x; \frac{x+7+2n}{3})}; \quad (x; \frac{x+7+2n}{3}) \quad (\text{ПРИЧЕМ } \pi)$$

Рассмотрим пару  $(x; 7-x+2n)$ :

$$\begin{cases} x \leq 7 \\ 7-x+2n \leq 4 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 7 \\ -3 \leq x \leq 3 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} -7 \leq x \leq 7 \\ -5 \leq 2n - x \leq 3 \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad (x; 7-x+2n) \neq (7; 4)$$

$$\cancel{(7; 4)}; \quad \cancel{(7; -7); (-7; 3)}; \quad \cancel{(-7; -8); (-7; 7); (-6; 0); (-6; -2); (-6; -4); (-5; 3); (-5; 7); (-5; 5)}; \\ \text{значит, что если } x \neq 7, \text{ то } 2n - x = -5; -3; -7; 3; -$$

-5 вариантов, если нечётных  $x$ :  $7 - 7 = 5; -3 - 7 = 4; 7; 3; 5; 7 -$

-8 вариантов, значит всего таких пар:  $5 \cdot 8 = 40$

значит, что все здесь мы посчитали варианты  $(x; y) = (7; 4)$ ,  
значит, всего вариантов должно быть 39

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
**3 из 4**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

- если  $x = 2$ , то  $2n - x = 2; 0; -2; -4 = 4$  барашка

Если чётных  $x$ :  $6; 4; 2; 0; -2; -4; -6 - 7$  барашков  $\rightarrow$

всего барашков: 28

Значит получаем, что чёт - барашки  $(x; 7 - x + 2n) : 28 + 3 = 67$   
 $(x \in \mathbb{Z})$

Рассмотрим  $(m - 2t - 7; m)$

$(x \in \mathbb{Z})$

Также мы уже ~~показали~~ установили, что  
чёт подходит для чисел вида  $(x; 2k); 2p$ , где

а также  $(\frac{x+1}{3}; 2n+1), \frac{2p}{3}$

$(-3 \leq x \leq 3, -2 \leq p \leq 2, x \in \mathbb{Z})$

$(-2 \leq n \leq 1, -4 \leq t \leq 3, t \in \mathbb{Z})$

Значит, что  $(m - 2t - 7; m)$  ~~имеет в себе чёт - барашков~~  
имеет  $(m; 4t+4)$

~~но, поскольку~~

~~мы рассмотрели ранее~~

не будем включать чёт - барашков, которые мы рассмотрели  
ранее ( $m$  к. числа  $\frac{m+1+2p}{3} = 7$ )

Рассмотрим  $(m - 2t - 7; m)$

$(x \in \mathbb{Z})$

Также мы уже ~~показали~~, что ~~показали~~  
показали какие чёт - барашки вида  $(x; x - 7 + 2t)$

Рассмотрим  $(x; \frac{x+1+2p}{3})$   $(x \in \mathbb{Z})$

$-7 \leq x \leq 7$

$-4 \leq \frac{x+1+2p}{3} = 4$  - данное число должно быть чётным, значит  
 $(x \in \mathbb{Z}; \frac{x+1+2p}{3} \neq 7; 4)$

$$x+1+2p = -7; -9; -6; -3; 0; 3; 6; 9; 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Значит, что  $x; x+1+2x$  - члены разности чётности,  
значит,  $x; \frac{x+1+2x}{3}$  - члены разности чётности  
(РЕЧ)

но есть пары такого вида мы уже получали,

когда рассматривали пару чисел:  $(x; 7x+2n)$ ,  
(НЕЧ)

значит, все пары чисел  $(x; \frac{x+1+2x}{3})$  образуют 6 пар чисел  $(x; 7x+2n)$  (НЕЧ)  
(НЕЧ)

В итоге, рассмотрев все пары, мы получаем, что  
было парочек 67

Ответ: 67

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 Решение:

Пусть  $n$ -кол-во ~~одного~~ одногодичных классиков  
 $m$ -кол-во выпускников, которых ~~выбранных~~ в конце  
месяца

Вероятность  $P(A)$  в конце месяца, где температура  
погоды для выпускника концерт:

$$P(A) = \frac{\binom{n}{m-2}}{n \binom{n}{m}} = \frac{\frac{(m-2)(n-3)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2}} = \frac{72}{n(n-1)}$$

Вероятность  $P(B)$  в конце месяца, где температура  
погоды для выпускника концерт:

$$P(B) = \frac{\binom{n}{m-2}}{\binom{n}{m}} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-m)!}}{\frac{n!}{m!(n-m)!}} = \frac{m(m-1)}{n(n-1)}$$

По условию:  $P(B) = 77 \cdot P(A)$ :

$$\frac{m(m-1)}{n(n-1)} = \frac{77 \cdot 72}{n(n-1)} ; \quad m^2 - m - 77 \cdot 72 = 0 \\ (m-72)(m+11) = 0, \text{ значит } (m > 0) \\ m = 72$$

Ответ: 72



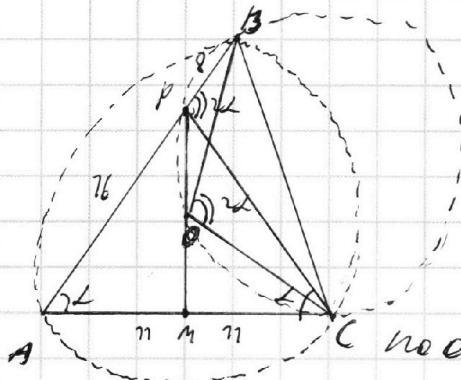
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



Дано:  $\angle BPC = 76^\circ$ ,  
нужно ( $m\angle BOC - \text{чтожим}$ )  
 $\angle BOC = ?$

1)  $\angle BOC$  - внешний угол, значит  
по об-ву внешний угол;

$$\angle BPC = \angle BOC = ?$$

2) Треугольник  $SAPC$ ;  $\angle BPC$  - <sup>внешний</sup> угол, значит,

$\angle BPC = \angle PAC + \angle ACP \Rightarrow \angle ACP = \angle BDC - \angle PAC = 76^\circ - 11^\circ = 65^\circ = \angle PAC$ ,  
значит,  $AP = PC$  (по теореме), значит,

3) Две фигуры  $M$ -окр  $AC$ ,  $m$ ного сб-ву по той же:  $PM \perp AC$

(П.5 в скобках определяет  $PM \perp AC$ , значит  $PM$  - биссектриса)

$AM = 11$ ;  $AP = 16$ , значит, по т. Пифагора (бд  $APM$ ):

$$PM = \sqrt{AP^2 - AM^2} = \sqrt{256 - 121} = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}, \text{ значит}$$

$$\sin \angle PAC = \sin 65^\circ = \frac{PM}{AP} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$

$$4) S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle L = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} = \frac{3 \cdot 11 \cdot 3\sqrt{15}}{2} =$$

$$= \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 36 \end{cases} \quad -\text{задача изучена 7-го ур-ва};$$

Замечаем, что ~~если~~  $(4\sin\alpha)^2 + (4\cos\alpha)^2 = 16$ ,

~~то~~ ~~точка~~ ~~на~~ ~~окружности~~  $x^2+y^2=36$  ~~имеет координаты~~

Построим многое точки  $(x_i, y)$  на окружности,

которые удовлетворяют системе (пункт ~~столбца~~)

$$x^2+y^2 \leq 36 \quad -\text{окр-ть с центром } O(0,0) \text{ и радиусом}$$

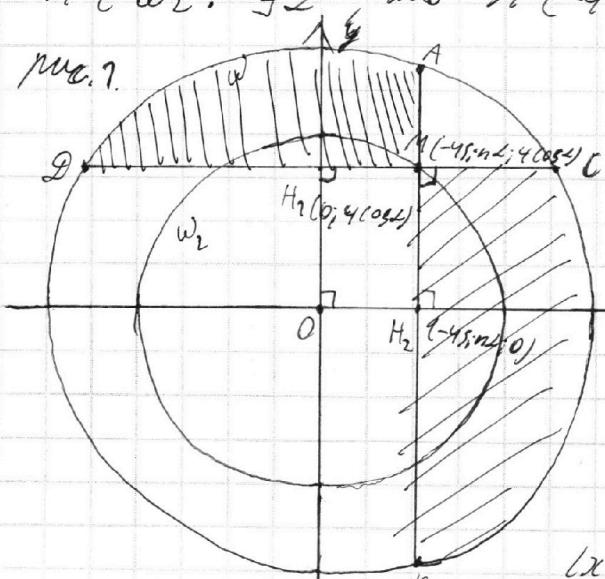
$$R_1 = 6$$

-М.к.  $(4\sin\alpha)^2 + (4\cos\alpha)^2 = 16$ , то  $\alpha$  ~~в~~ принадлежит

окружности  $\omega_2$  (с центром  $O(0,0)$ ) и радиусом  $R_2 = 4$

(п. 5). Невероятно замечательно, что ~~есть~~ две такие точки  $M'$  и  $M_2$ :  $\exists L'$  ~~что~~  $M'(-4\sin\alpha'; 4\cos\alpha')$ .

рис. 7.



Радиус  $M_1 \in Oy$ ;  $M_1 \perp Oy$

$M_2 \in Ox$ ;  $M_2 \perp Ox$

$M_1 \cap \omega = A; C$

$M_2 \cap \omega = A; B$ , тогда

$$\angle M_1 M_2 = 360^\circ - \angle O M_1 M_2 - \angle O M_2 M_1 = 90^\circ$$

$$M_1(0; 4\cos\alpha); M_2(-4\sin\alpha; 0)$$

Замечаем, что  $M_2$ -то

$$(x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 - \text{то}$$

мн-ко таких точек  $(x_i, y_i)$ , которые лежат на окружности  $x^2+y^2=36$ , но не на прямой  $AB$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В итоге наша фигура  $P(2)$  — фигура, ~~закраинка~~.

которая закраинка на рисунке (см. рис. 1)

находит <sup>максимальный</sup> периметр  $M$  фигуры  $P(2)$ :

$$M = CD + AB + \angle ADB + \angle CDB$$

Рассмотрим  $\angle ADB + \angle CDB$ : если рассмотрим их  
угловые единицы  $\angle ADB^\circ$  и  $\angle CDB^\circ$ , то получим:

$$\frac{\angle ADB^\circ + \angle CDB^\circ}{2} = \angle CMB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADB^\circ + \angle CDB^\circ = 180^\circ, \text{ значит,}$$

сумма этих  $\angle ADB + \angle CDB$  равна международному;

$$\angle ADB + \angle CDB = \frac{2\pi \text{рад}}{360^\circ} \cdot P(w), \quad \text{где } P(w) - \text{периметр}$$

$$\text{окружности } w;$$

$$\angle ADB + \angle CDB = \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot R_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 6\pi,$$

значит,

$$M = 6\pi + AB + CD - \text{находит макс. значение } AB + CD,$$

а расстояние  $= 12\pi$ : ~~для  $\angle ADB = 120^\circ$  и  $\angle CDB = 60^\circ$ , получаем  $(R_1, R_2, \alpha)$~~ :

Например  $CD = 0\pi = 0 \Rightarrow \text{значение } AB = 12\pi$ , значит, посчитай:

$$R_1 = \text{диагональ } CD : \sin \angle C = R_1 \cdot \cos \angle C$$

изм. тригонометрическая (без  $\cos \angle C$ ):  $R_1 = \frac{1}{2} CD = \sqrt{O_1^2 - O_1 R_1^2} =$

$$= \sqrt{36 - 76 \cos^2 \angle C} \Rightarrow \angle C = 2\sqrt{36 - 76 \cos^2 \angle C}$$

аналогично для  $AB$ :  $AB = 2\sqrt{36 - 76 \sin^2 \angle C}$ , значит,

$$M = 6\pi + 2(\sqrt{36 - 76 \cos^2 \angle C} + \sqrt{36 - 76 \sin^2 \angle C}) \leq 6\pi +$$

$$+ 2(R_1 \cdot \sqrt{36 - 76 \cos^2 \angle C} + R_2 \cdot \sqrt{36 - 76 \sin^2 \angle C}) =$$

$$= 6\pi + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{72 - 76} = 6\pi + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{56} = 6\pi + 8\sqrt{14};$$

последний

стадий и

кто-то



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вашему макс. знач -ие M равно  $6\pi + 8\sqrt{3}$ , причем

равно дост. для, когда  $\sqrt{36 - 76 \cos^2 \alpha} = \sqrt{36 - 76 \sin^2 \alpha} \Leftrightarrow$

$$4|\cos \alpha| = 4|\sin \alpha| \Leftrightarrow |\tan \alpha| = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Ответ:  $M = 6\pi + 8\sqrt{3}$

дост. для при  $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \quad (n \in \mathbb{Z})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



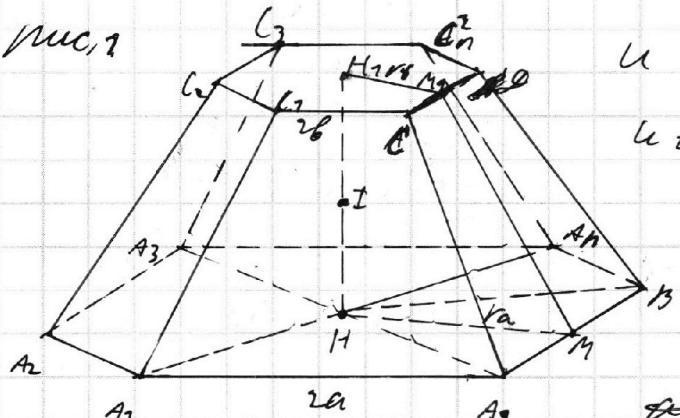
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

рис. 1



Решение: Пусть  $MN \perp AB$  то

и  $GL \perp ... \perp NO$  — перп.

и верх. основание.

и -ч. перп. основ. след-я

$NO$  — ч. верх. основ-я

зато  $2a$  — сторона и  
основ-я

$2a$  — сторона б. основ-я

$V_A$  — радиус. вин. при-ти и. основ-я

$V_B$  — радиус. вин. при-ти б. основ-я

$M$  — сер.  $AB$ ;  $M_1$  — сер.  $CE$ ;  $I$  — ч. сече  $BC$

$O$  — ч. сече  $BC$

Чтобы

- $\forall$  к. ческ.  $\forall$  ческ. и. основа. Следует  
относ- по свой. осн и. и, то ч. сече и. и. фундамент  
показать нали,

~~Что~~  $M$  — сер.  $AB \Rightarrow MM_1 = V_A$ ;  $M_1$  — сер.  $CE \Rightarrow V_A, M_1 = V_B$

Рассмотрим  $\triangle W$ : Ручка она касается  $(ABCD)$  в

точке  $L$ ; Изображено зачертить что  $WV_A, WV_B$ ,  
 $(WV_C \text{ и } WV_D)$  линии — это означает что  $WV_A, WV_B$ ,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

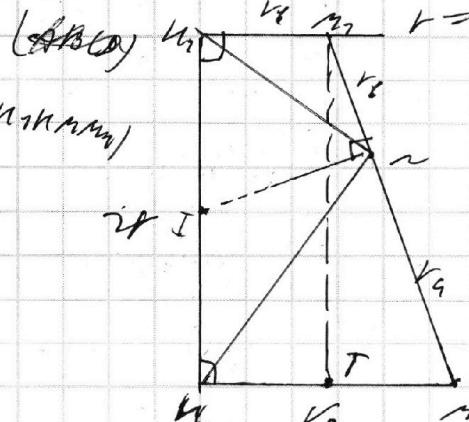
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

врс. 2

Расстояние от центра (или т. врс.) до вершины  $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2} \rightarrow$

( $m_1, m_2$ )



а  $m_1, m_2$  и  $r$

$\sqrt{m_1^2 + m_2^2}$

$m_1 = m_2$

поскольку  $m_1 \perp m_2$

или  $m_1 = m_2$

$\sqrt{m_1^2 + m_2^2} = \sqrt{r^2 - r_a^2} \rightarrow r^2 = r_a^2 + r_b^2$  отсюда:

$$m_1^2 + m_2^2 = r^2 = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 - m_1^2} = \sqrt{(r_a + r_b)^2 - (r_a - r_b)^2} = \\ = 2\sqrt{r_a \cdot r_b} \text{ и } r = \sqrt{r_a \cdot r_b}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                       |                                       |                                       |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} -4 &\leq 7-x+2n \leq 4 \\ -5 &\leq -x+2n \leq 3 \\ x = -7; \quad -5 &\leq 7+2n \leq 3 \\ -12 &\leq 2n \leq -4 \\ -6 &\leq n \leq -2 \end{aligned}$$

$$(-7; 3) \cup (-7; 1) \cup (-7; -1); \\ (-7; -3) \cup (-7; -5)$$

24  $n$ -одинаки  
 $m$ -две разные

$$\frac{\binom{n}{n-2}}{\binom{n}{n}} = \frac{\frac{(n-1)(n-2)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4}} = \frac{72}{n(n-3)}$$

$$\frac{\binom{n}{n-2}}{\binom{n}{n}} = \frac{\frac{(n-1)!}{(n-4)!} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{\frac{n!}{n!}} = \frac{m(m-1)}{n(n-3)} = \frac{72 \cdot 71}{n(n-3)}$$

$$m(m-1) = 72 \cdot 71 \quad 258 - n = 735.$$

$$m^2 - m - 72 \cdot 71 = 0$$

(~~проверка~~)

$$m^2 - m - 22 \cdot 72 \cdot 71 = 0$$

27

$$(m-12)x + m = 0$$

760

32

792

$$m = n \quad \boxed{2735}$$

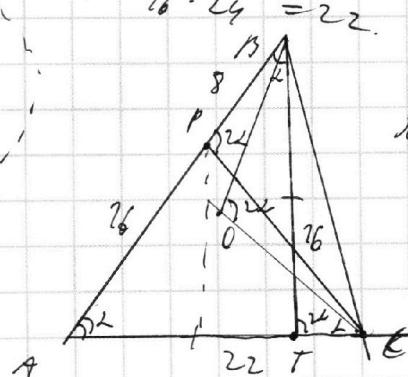
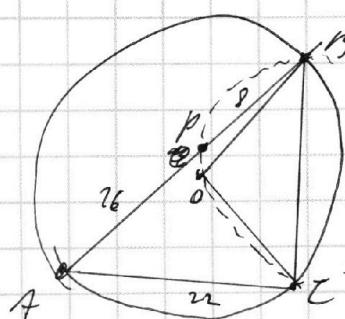
26

$$24 \cdot 76 = 22x$$

$$x = \frac{22 \cdot 76}{22} = \frac{792}{22} < 78$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{235}}{76} \cdot 24 \cdot 32 =$$

$$\frac{33735}{2} = \frac{-99\sqrt{135}}{2}$$



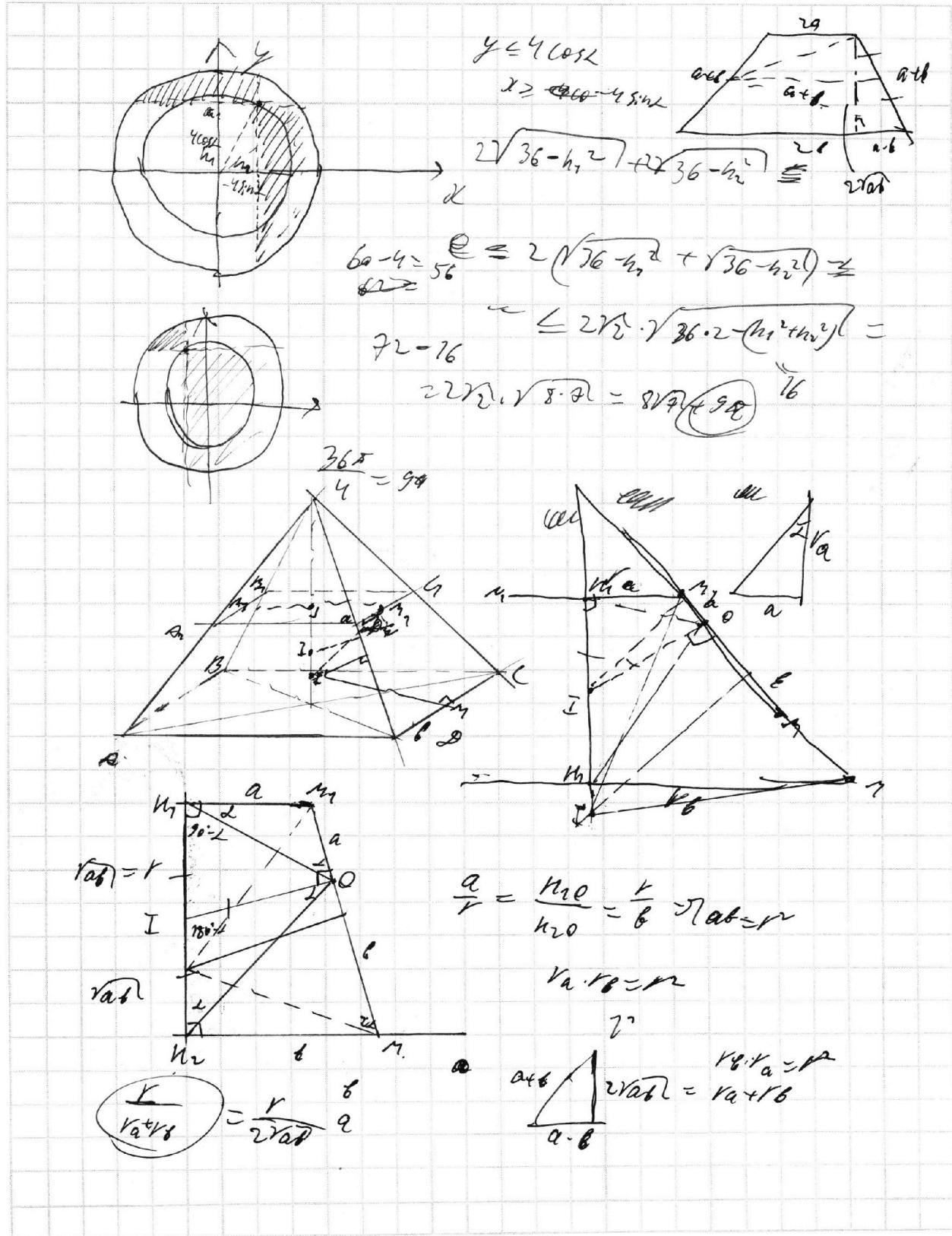


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                                       |                                       |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                                     |                                     |                                     |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

27.

$$\begin{array}{l} \text{a a a a} \\ = \frac{707}{11} \\ a \cdot 7777 \\ a \in \{1, 9\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a \cdot 1111 \\ 707 - 7 \cdot 107 \\ 11 \quad a \cdot 1111 \\ 707 \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a \cdot 1111 \cdot 707 \cdot 11 = (7777, 707, 11) \\ \text{A.B.C} \\ = (707)^2 \cdot (11)^2 \cdot a \cdot 7 = a^2 \cdot 7^2 + a \cdot 7 \in \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 22 \quad K = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{2}{x-y} + \frac{2}{y+4} + \frac{3}{xy - 4y + 4x - 16} \\ y+4 = t; \quad x-4 = p \\ \frac{2}{t-4} + \frac{2}{t-2} + \frac{3}{t} \\ = \\ y(x-4)(y+4) + x(x-4)(y+4) + 3(x-4)(y+4) = 4xy(y+4) + \end{array}$$

$$(x+y+3)(x-4)(y+4) = 2xy(x+y+3)$$

$$(x+y+3)(xy - 4y + 4x - 16 - 2xy) = 336$$

$$4(x+y+3)(x-y-4) = 0$$

$$\begin{cases} x = y + 4 - 4 = 1 \\ x = -y - 3 \\ xy = 0 \\ (x-4)(y+4) = 0 \end{cases}$$

$$= 4(3y^2 + 12y + 16) - 72y^2 - 48y = 64$$

$$\begin{array}{l} 707 - 2; 3; 5; 7; 9; \\ 707 \\ 202 \quad \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \\ 303 \\ 904 \\ 505 \\ 606 \\ \cancel{707} \\ 808 \\ 909 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & -(y+3)^3 - y^3 + 72(y+3)y = \\ & = -(y+3+y)(y^2+6y+9+y^2) = \\ & = -4^2 - 3y + 72(4^2+3y) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 363 \quad 356 \\ 336 + 2 \\ 380.1 \\ 363 / 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{27} \\ \cancel{76} \\ \cancel{16} \\ \cancel{27} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 728 \\ 252 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (y+4)^3 - y^3 - 72(y+4)y = \\ & = 4(y^2 + 8y + 16 + y^2 + 4y + y^2) - \\ & - 72y^2 - 48y = \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+y+3=0$$

$$x = -y - 3 \quad ; \quad \cancel{x} = x + 3 = -y$$

$$m = x^3 - y^3 - 72xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 72xy = m - x = 7 + y$$

$$= (2x+3)(x^2 - x(x+3) + x^2 \cancel{+ 3x} + 72x(x+3)) \quad \cancel{x} \\ m - x = 7 + y$$

$$(2x+3)(x^2 + 3x + 9) + 72x^2 + 36x$$

$$2x^3 + 6x^2 + 18x + 3x^3 + 9x + 27 + 72x^2 + 36x \quad y - x = 7 - 2y + 4$$

$$2x^3 + 27x^2 + 63x + 27 = 0$$

$$\frac{y-x}{2} = \frac{1}{2} y + 4$$

$$3y - x = 7 + 4y$$

$$\cancel{x} = 7 \quad x = 2$$

$$y = -5. \quad \left| \begin{array}{l} m = 8 + 125 + 720 = 253 \\ m = 7 + n \end{array} \right.$$

$$\frac{7}{2} - \frac{7}{5} = -\frac{3}{20} = -\frac{7}{2} - 7 + \frac{3}{2} = 0. \quad m = 7 - m + 26 + 7 + 2n$$

$$76 + 84 + 726 + 27 = 253$$

$$23(\sin \alpha - \sin \pi x) = \sin \pi y =$$

$$6x^2 + 42x + 63 = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \frac{\pi(y-x)}{2} \cdot \sin \pi y = \cos \frac{\pi(y+x)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(y-x)}{2} - \cos \pi y$$

$$\sin \frac{\pi(y-x)}{2} = \sin \pi y = \pi \left( \frac{\pi}{2} - \pi y \right)$$

$$\frac{\pi(y-x)}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi y \quad \frac{3\pi y}{2} - \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi y$$

$$\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi$$

$$\frac{\pi(y-x)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi \quad \frac{\pi - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi \quad \frac{\pi y + \pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi \quad \frac{\pi y + \pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\pi y = \pi \cdot c$$

$$\begin{cases} y = c \\ x = p - 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad$$

$$3y - x = 7 + 2n$$

$$= -\arccos(\cos(\frac{\pi}{2})) =$$

$$\arccos \cos(\pi y - \frac{\pi}{2}) = \arccos \sin \pi y =$$

$$\frac{\pi + \pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$x + 7 = p$$