



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1

$$A = d \cdot 1111, \text{ где } d - \text{цифра}, c \neq 0$$

$$A = d \cdot 11 \cdot 101$$

101 - простое $\Rightarrow \text{еквот}(d, 101) = 1$

C - двузначное $\Rightarrow (C, 101) = 1 \Rightarrow B : 101$

(чтобы степень входящих было чётной),

но $B \nmid 101^2$ т.к. B - только 3-х знак.

$B : 101 \Rightarrow B = 202$ (т.к. 3-х знак. $\frac{101}{\text{кок}}$)
и член 2

11 - тоже простое, при этом $B \nmid 11 \Rightarrow$

$C : 11$ (т.к. в A 11 входит нечётное кол-во раз),

но $C \nmid 11^2$, т.к. $11^2 = 121 - 3 \text{-х знак.}$

$C : 11$ и есть цифра 3 $\Rightarrow C = 33$

То можем:

$$A \cdot B \cdot C = d \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = 6d \cdot 11^2 \cdot 101^2$$

Чтобы было квадратом нужно: 6d - квадрат

$\Rightarrow d \leq 6 \quad d = n^2 \cdot 2 \cdot 3$, но d - цифра \Rightarrow

$$d = 6$$

Ответ: $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{y+1}{x-1} + \frac{x-1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

т.к. $x > 0$ и $y > 0$, то $x+y+2 \geq 0$

$$\Rightarrow xy = (x-1)(y+1) = xy + x - y - 1$$

$$x = y+1$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1) = \\ = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1$$

Заметим, что такое значение достаточно

~~найти~~, например, при $x=2$ $y=1$.

K не меняется, т.к. x и y меняются местами,

$$\text{а } M = 8 - 1 - 6 = 1.$$

Ответ: $M = 1$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

w3

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\pi \cdot \frac{x-y}{2}\right) \sin \pi x =$$

$$= 2 \cos\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{x-y}{2}\right) \cdot \sin \pi x$$

$$1) \sin\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cdot \sin \pi x = \cos\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) \cos \pi x.$$

$$\tan\left(\pi \cdot \frac{x+y}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \pi x\right)$$

$$\pi \cdot \frac{x+y}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi x + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = 1 - 2x + 2k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -3x + 2k + 1$$

$$2) \cos\left(\pi \cdot \frac{x-y}{2}\right) = 0$$

$$\pi \cdot \frac{x-y}{2} = -\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$x-y = -1 + 2n$$

$$y = x + 2n + 1$$

Ответ: $(x; -3x + 2k + 1)$,
 $(x; x + 2n + 1)$, $k, n \in \mathbb{Z}$.

$$\delta) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \quad -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1$$

$$-5 \leq x \leq 5 \quad -4 \leq y \leq 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -3x + 2k + 1$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2},$$

$$0 \leq \arccos \frac{y}{4} \leq \pi$$

приём работы есть же симметрия только

$$\text{при } \frac{x}{5} = 1, \quad \frac{y}{4} = -1 \quad x = 5 \quad y = -4,$$

Остальное же x и y , удобн. ОДЗ
найдёт.

$$1) \quad y = -3x + 2k + 1, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

y и x - рабочий множество

y -реж : $-4, -2, 0, 2, 4$ - 5 раб x -реж - 5 раб

y -нед : $-3, -1, 1, -3$ - 4 раб x -нед. - 6 раб.

$$\text{Всего раб} : 5 \cdot 6 + 5 \cdot 4 = 50$$

Все они найдёт, т.к. $3x + y = \text{нед} = 2k + 1$,

а неделе нед представим как $2k + 1, k \in \mathbb{Z}$.

$$2) \quad y = x + 2n + 1 \quad - \text{аналогично, приём}$$

решение, можно писать же как и в 1

\Rightarrow Всего 50 раб, раб. нед. 1 $(5, -4)$ раб.

Ответ: 49 раб.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Если в классе ≤ 4 уч., то вероятность
пойти как дома единична, так и будет
 \Rightarrow в классе ≥ 5 .

Пусть имелись x билетов
 x - человек в классе:

1) $k \geq x$:

Всего $P_2 = 1$ в начале: $P_1 = \frac{4}{5}$:

$$P_1 = \frac{\binom{x-2}{2}}{\binom{x}{4}} = \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!} \cdot \frac{4!(x-4)!}{x!} = \frac{12}{x(x-1)} = \frac{2}{5}$$

$$x(x-1) = 30$$

$$x = 6$$

Проверка: какое бьг количество билетов
 ≥ 6 не будем вероятность увеличить
в 2.5 раза, но (вредный классу вадят
больше билетов, тем там уч-к)

2) $k < x$.

$$2.5 P_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{\binom{k-2}{2}}{\binom{x}{k}} = \frac{\binom{2}{x-2}}{\binom{4}{x}}$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{4!}{2!} = \frac{k!}{(k-2)!} = k(k-1)$$

$$\frac{5}{2} \cdot 4 \cdot 3 = k(k-1)$$

$$30 = k(k-1) \Rightarrow \\ k=6$$

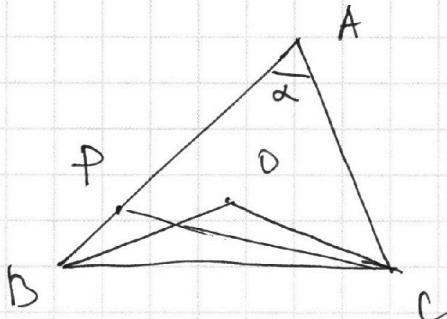
Ответ: 6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

w5



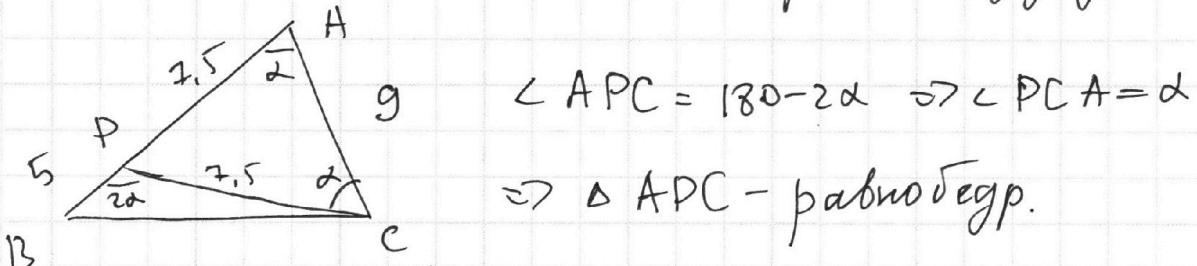
$$AP = 7,5$$

$$BP = 5$$

$$AC = 9$$

Пусть $\angle A = \alpha \Rightarrow \angle BOC = 2\alpha$ (центральный)

$\angle BPC = \angle BOC = 2\alpha$ (отпр. на 1 град)



$$\angle APC = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle PCA = \alpha$$

$\Rightarrow \triangle APC$ - равнобедр.

т. компасов $g_1 g_2 \triangle APC$

$$7,5^2 = 9^2 + 7,5^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot 9 \cos \alpha$$

$$15 \cdot 9 \cos \alpha = 9^2 \quad \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{25-9}}{5} = \frac{4}{5} \quad (\text{половин. т.к. } \alpha < 180)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 12,5 \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 5 \cdot 9 = 45$$

$$\text{Объем: } S_{ABC} = 45$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

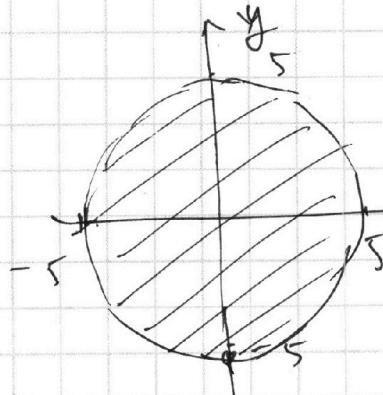
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

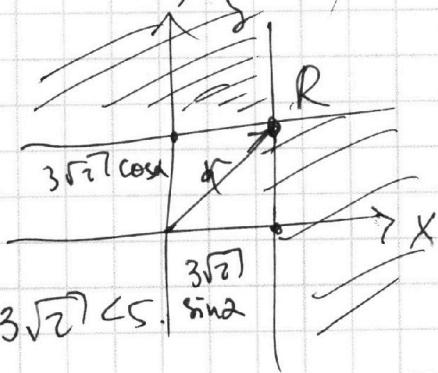
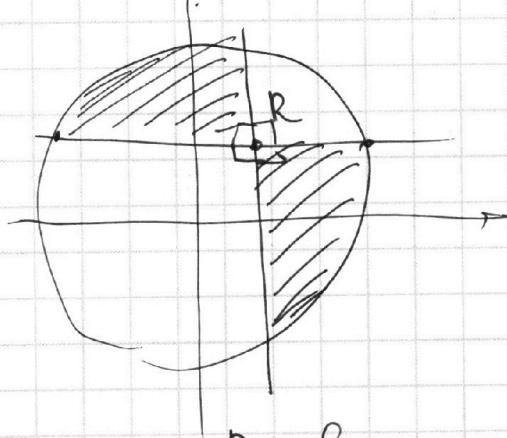
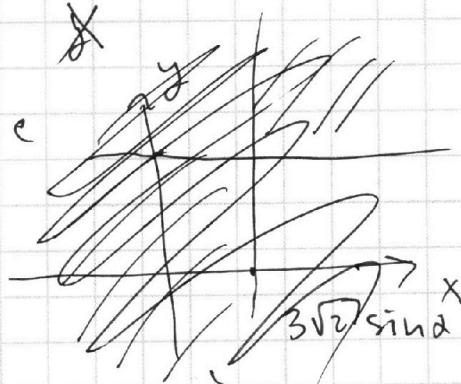
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$$x^2 + y^2 \leq 25$$



$$(x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0$$



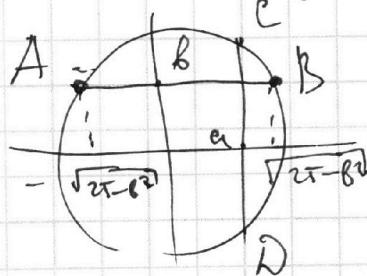
$$|\vec{r}| = 3\sqrt{2} < 5$$

точка R лежит внутри круга т.к.

$3\sqrt{2} < 5$. $P(\Phi)$ состоит из 2 отрезков

и 2-х угловых сумм. Сумма углов = $\frac{2\pi \cdot 5}{2} = 5\pi$,

т.к. (угловая величина углов = $\frac{\pi}{2}$).



$$3\sqrt{2}\cos\alpha = b \Rightarrow$$

$$AB = 2\sqrt{25-b^2}$$

$$3\sqrt{2}\sin\alpha = a \quad CD = 2\sqrt{25-a^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB+CD = \sqrt{25-b^2} + \sqrt{25-a^2}$$

2

$$a^2+b^2 = \cancel{3+18} 18$$

$$\frac{AB+CD}{2} = \sqrt{25+a^2-\cancel{b^2}} + \sqrt{25-a^2} \xrightarrow{\text{max.}}$$

$$a^2=t. \quad \begin{matrix} 25 \\ \hline t \end{matrix}$$

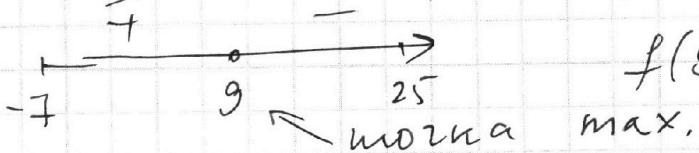
$$f(t) = \sqrt{7+t} + \sqrt{25-t} \xrightarrow{\text{max.}}$$

$$f'(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{7+t}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{25-t}} = 0$$

$$\sqrt{7+t} = \sqrt{25-t}$$

$$7+t=25-t \quad t = \frac{25-7}{2} = 9$$

$$t > 9 \quad \sqrt{7+t} > \sqrt{25-t}$$



$$f(9) = 8$$

$$\alpha = t = 9 \Rightarrow \alpha = 53$$

$$\alpha = 53 : \sin \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = -3 : \sin \alpha_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\alpha_2 = \pi - \arcsin \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\alpha_3 = \arcsin \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\alpha_4 = \pi + \arcsin \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\Phi(\alpha_0) = 5\pi + 16 \quad \text{Отвем: } 5\pi + 16$$

$\bar{z} = 1, 2, 3, 4$

$$\alpha_{1,2} = \pm \arcsin \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\pi k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b+h=2R$$

$$x^2 = a(h+b)$$

$$y^2 = b(h+a)$$

$$x^2 - y^2 = (a-b)h$$

$$a = \frac{x^2 - y^2}{h} + b$$

$$x^2 = \left(\frac{x^2 - y^2}{h} + b \right) (h + b)$$

При $n=3$.

$$2xy \left(3 \cos^2 \frac{\pi}{n} - 2 \right) = -\cos^2 \frac{\pi}{n} \cdot (x^2 + y^2)$$

$$2xy \left(\frac{3}{4} - 2 \right) = -\frac{1}{4} (x^2 + y^2)$$

$$\cdot \frac{5}{2}xy = \frac{1}{4}(x^2 + y^2). \quad x^2 + y^2 = 10xy. \quad | : xy \quad x^2$$

$$* \quad 1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{10y}{x} \quad \frac{y}{x} = t > 1$$

$$t^2 - 10t + 1 = 0$$

$$t^2 - 10t + 1 = 0 \quad \Delta = 100 - 4 = 96$$

$$t = \frac{10 + \sqrt{96}}{2} = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$\frac{S_{окн}}{S_{шум}} = \left(\frac{1}{5+2\sqrt{6}} + 1 \right)^2 = \left(\frac{5-2\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}} + 1 \right)^2 = \\ = 4 \left(\frac{3-\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}} \right)^2 = 60 - 24\sqrt{6}$$

Ответ: $60 - 24\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

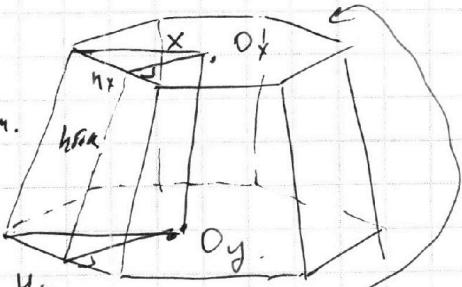
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

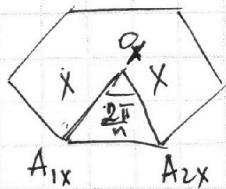
w7

X - радиус окр
опис. окружности верх. о сферой.
 y - окружность поперечн.



a_x, a_y - стороны прав. многоугольника
 n - угольник

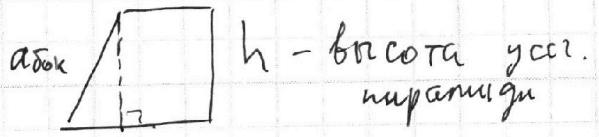
$a_{\text{бок}}$ - длина основного ребра



h_x - высота б. $\Delta O_x A_1x A_2x$
 $\times \frac{180^\circ}{n} = \frac{\pi}{n}$ rad.

$$h_x = h_x = x \cos \frac{\pi}{n}$$

$$a_x = 2x \sin \frac{\pi}{n}$$



$$a_{\text{бок}}^2 = h^2 + (y-x)^2$$

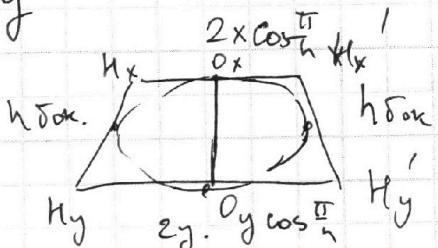
$$h_{\text{бок}}^2 = h^2 + (y-x)^2 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

посмотрим на трапецию.

$O_x O_y h_x$ отразим её относительно $O_x O_y$.

T.k. сфера касалась $H_x O_x$ б. т. O_x , $H_y O_y$ б. т. O_y

и $H_x H_y$, что полученная трапеция - описана.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

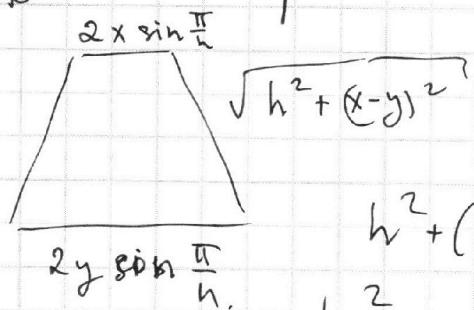
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h_{\text{бок}} = (x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$

$$(x+y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} = h^2 + (y-x)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

Боковая грани:



Это оные. т.к. соприкасаются бок. ср. супроп. \Rightarrow

$$h^2 + (x-y)^2 = (x+y)^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = -\cos^2 \frac{\pi}{n} \cdot (x^2 + y^2) + 2xy(1 + \sin^2 \frac{\pi}{n})$$

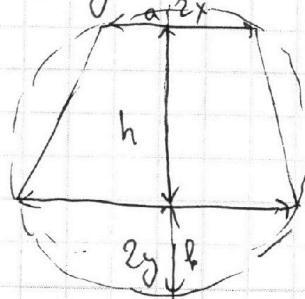
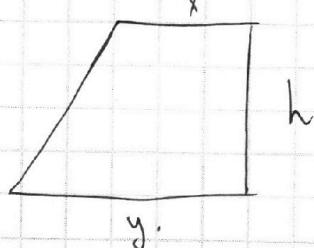
$$\cancel{+ 2xy} (2\cos^2 \frac{\pi}{n} + 1 + \sin^2 \frac{\pi}{n}) = -\cos^2 \frac{\pi}{n} (x^2 + y^2)$$

$$\underline{2xy} (\cancel{2\cos^2 \frac{\pi}{n} + 1 + \sin^2 \frac{\pi}{n}} - 2) = -\cos^2 \frac{\pi}{n} (x^2 + y^2).$$

$$S_{\text{бок}} = (x+y) \sin \frac{\pi}{n} \cdot (x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot n$$

$$S_{\text{бок}} = y^2 \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \frac{\pi}{n}$$

$$\frac{S_{\text{бок}}}{S_{\text{бум}}} = \frac{(x+y)^2}{y^2} = \left(\frac{x}{y} + 1 \right)^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

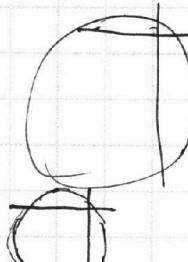
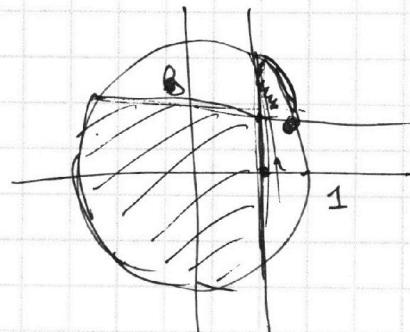
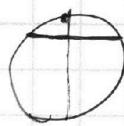
6

7

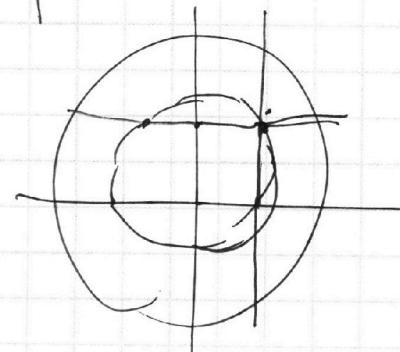
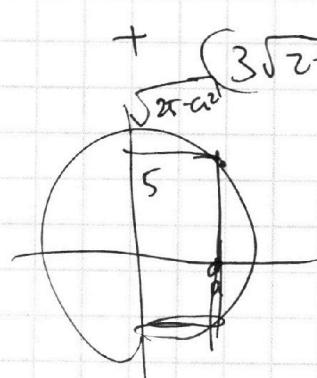
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 \leq 25$$



$$26+29$$



$$2\sqrt{25-a^2} + 2\sqrt{}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{шар}} = \frac{1}{2} y^2 \sin \frac{2\pi}{n} \cdot n \cdot k(x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot \left(\frac{x+y}{2} \sin \frac{\pi}{n} \right)^2$$

$$S_{\text{бок}} = n \cdot \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{n} \cdot \sqrt{h^2 + \cos^2 \frac{\pi}{n} (x-y)^2}$$

$$k = \frac{(x+y)}{y^2}$$

$$\sqrt{h^2 + (x-y)^2 - \frac{(x-y)^2}{\tan^2 \frac{\pi}{n}}} = (x+y) \cdot \frac{\pi}{n}$$

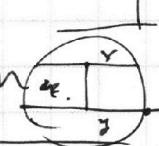
$$\cos \frac{\pi}{n} = \sin \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 + (x^2 + y^2 - 2xy) \cdot \frac{\pi^2}{n^2} = x^2 + 2xy + y^2$$

$$h^2 = 4xy \cdot \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

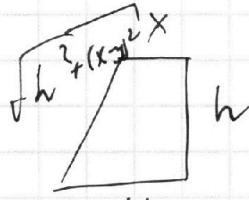
$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} + 2xy \cos \frac{\pi}{n}$$

$$k(x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot \left(\frac{x+y}{2} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot n$$



$$4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} + x^2 - 2xy + y^2 - \frac{x^2}{4} \cos^2 \frac{\pi}{n} - \frac{y^2}{4} \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$\left(1 - \frac{\cos^2 \frac{\pi}{n}}{4} \right) x^2 + \frac{xy}{2} \cos^2 \frac{\pi}{n}$$



$$h_x = x \cos 18^\circ \times \cos \frac{\pi}{n}$$

$$a_x = 2x \sin \frac{\pi}{n}$$

$$h = (x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$

$$2x \sin \frac{\pi}{n}$$

$$\sqrt{h^2 + (x-y)^2} = k(x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$

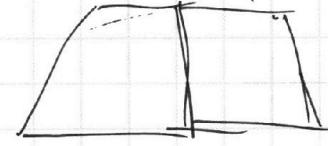
$$h_{\text{бок}} = h_{\text{бок}} = h^2 + (x-y)^2 - (x-y)^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}$$

$$2y \sin \frac{\pi}{n}$$

$$(y-x) \sin \frac{\pi}{n}$$

$$2x \cos \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 + (x-y) \cos^2 \frac{\pi}{n} = \frac{x+y}{2} (x+y) \cos^2 \frac{\pi}{n}$$



$$\sqrt{h^2 + (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}} = \sqrt{2(x+y) \cos^2 \frac{\pi}{n}}$$

$$2y \cos \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



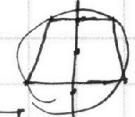
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_x = 2 \times \sin \frac{\pi}{n}$$

$$a_{\text{ок}} = \sqrt{h^2 + (x-y)^2}$$



$$h_x = y \cos \frac{\pi}{n}$$

$$h_{\text{ок}} = \sqrt{h^2 + (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}} = (x+y) \cos \frac{\pi}{n}$$

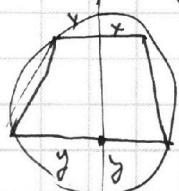
$$1) ((x+y) \sin \frac{\pi}{n})^2 = h^2 + (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} = 2 \cos \frac{\pi}{n} \sqrt{h^2 + (x-y)^2}$$

$$2) ((x+y) \cos \frac{\pi}{n})^2 = h^2 + (x-y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$h^2 = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} \cdot \sqrt{a-t^2 + \sqrt{b+t^2}}$$

$$(x^2 + y^2 + 2xy) \sin^2 \frac{\pi}{n} = 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} + x^2 + y^2 - 2xy.$$

$$2xy + 2xy \sin^2 \frac{\pi}{n} - 4xy \cos^2 \frac{\pi}{n} = (x^2 + y^2) \cos^2 \frac{\pi}{n}$$



$$2xy - 2xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$4xy - 6xy \cos^2 \frac{\pi}{n}$$

$$S_{\text{ок}} = y^2 \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \frac{\pi}{n}$$

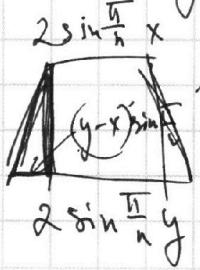
$$(x+y)^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} = 4(4xy \sin^2 \frac{\pi}{n})$$

$$S_{\text{ок}} = (x+y) \cos \frac{\pi}{n} \cdot \sin \frac{\pi}{n} (x+y)$$

$$\tan^2 \frac{\pi}{n} = \frac{(x+y)^2}{4xy}$$

$$\frac{S_{\text{ок}}}{S_{\text{ок}}} = \frac{(x+y)^2}{y^2} = \left(\frac{x}{y} + 1\right)^2$$

$$\tan^2 = \frac{\sin^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2} - 1$$



$$\sqrt{h^2 + (x-y)^2} = (x+y) \sin \frac{\pi}{n}$$

$$\cos \frac{\pi}{n} = \frac{y-x}{\sqrt{h^2 + (x-y)^2}}$$

$$\frac{(y+x)^2}{(y-x)^2} - 1 = \frac{\tan^2}{4xy}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

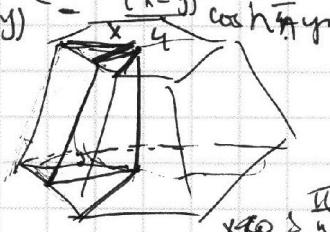
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x. S_{\text{sum}} = \frac{1}{2} y^2 \sin \frac{2\pi}{n}$$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^k}$$

$$l^2 = h^2 + (x-y)^2 - \frac{(x-y)^2}{x^2} \cos \frac{\pi}{n} \text{ уменьшил}$$

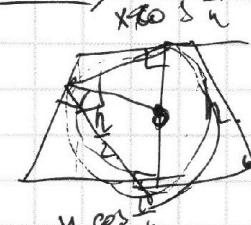


$$\frac{5}{2} \approx 2,5 \frac{5}{2}$$

$$\frac{(x-2)! h \cdot x+y}{2(x-4)!}$$

$$\frac{x! (x-2)! (x-4)!}{2(x-2)! (x-4)!} =$$

$$\frac{(x-2)!}{x! (x-k)!} =$$



$$\frac{5}{2} \cdot \frac{125}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$24$$

$$k! \sqrt{h^2 + (x-y)^2}$$

$$\textcircled{1}$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{(x-2)!}{2 \cdot (x-4)!} \cdot \frac{(x-4)! \cdot 4!}{(k-2)! (x-k)!} = \frac{(x-2)!}{(k-1)! (x-k)!} \cdot \frac{k! \cdot 4!}{x!}$$



$$\textcircled{2}$$

$$= 2 \cos \frac{360}{n} = 2 \cos \frac{180}{n} - 1$$

$$7,5 \cdot 12,5 \cdot 9 \cdot 7,5 \cdot 5 \cdot 3,5 \cdot 2,5 = 0$$

$$k^2 - k + 30 = 0$$

$$k = -5$$

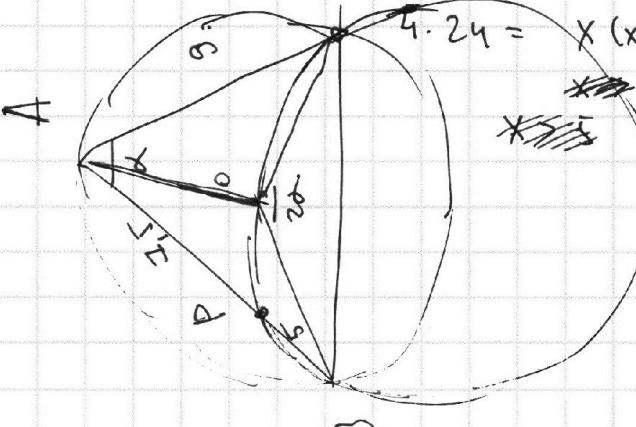
$$k = 6$$

2).

k > x.

\textcircled{4}

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{4!}{x(x-1)} = 0,25 \frac{1}{4}$$



$$x^2 - x - 4 \cdot 24 = 0$$

$$x^2 - x - 96 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 96}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{385}}{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{385}}{2}$$

$$h = x \cos \frac{\pi}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A \geq c \cdot 1111, \text{ т.е. } c=1, \dots, 9.$$

$$\frac{1+y}{2}\pi = \frac{\pi}{2} + \pi k.$$

$$1111 = 11 \cdot 101 \leq 1111.$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$x+y = 1+2k.$$

$$x = -y + 1+2k.$$

$$\begin{aligned} B: 101 & \text{ или } C: 101 \\ A = c \cdot 101 \cdot 11 & \\ B = 202 & \end{aligned}$$

$$\sin \pi x = \sin \frac{x-y}{2}\pi \cos \frac{x+y}{2}\pi$$

$$= \cos \pi x \cdot \cos \frac{x+y}{2}\pi \cdot \cos \frac{x-y}{2}\pi$$

$$c=2 \rightarrow 11 \quad : 1111 \quad 33$$

$$c=2, \quad c=8$$

$$\tan \pi x = \cot \left(\frac{x-y}{2}\pi \right)$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y}{xy} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y}{(x-1)(y+1)} + 2 \left| \pi x = \frac{x-y}{2}\pi - \frac{\pi}{2} + \pi k. \right.$$

$$\frac{x}{2} = -\frac{y}{2} - \frac{\pi}{2} + k$$

$$x = -y - 1 + 2k$$

$$\begin{cases} 1) \quad x+y=-2 \\ 2) \quad xy = xy + x-y+1 \end{cases}$$

$$x-y=1.$$

$$y=x-1$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 + 3xy \\ x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 1 \\ - 3x^2 + 3x = 1. \end{aligned}$$

$$y = -x-3$$

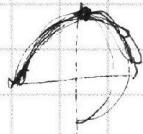
$$\begin{array}{l} y = -4 \\ x = -5 \\ x = -3 \\ \lambda = \end{array}$$

$$x^3 + x^3 + 6x^2 + 12x + 8 + 3x^2 + 6x =$$

$$\cos \alpha = \frac{y}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{x}{5}$$

$$y = -x + 2k+1$$



$$y = x + 2n+1$$

$$(2n+9) - 9 + 8 = 2(2n+8)$$

$$\begin{cases} \frac{x}{5} \neq 1 \\ \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$