



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N1 Все $(A; B; C)$ р. 7. $A = \overline{aaaa}$. B - 3х4н. р. 8.
содержит цифра "2"; C - 2ци р. 7. содержит 1 цифра "3".

$$A \cdot B \cdot C = n^2, n \in \mathbb{N}$$

$$A = a \cdot \overline{1111} = a \cdot 101 \cdot 11 \quad \text{где } a - \text{цифра } (70)$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline 101 \\ + 101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

1) Р.к. $A \cdot B \cdot C = n^2$ в произв. $B \cdot C$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline 1111 \end{array}$$

должен встретиться множитель 101, т.к. с-двухзнач.

$B: 101$ и по усл. B содержит цифру 2 р.п. $B = 202$

2) (т.е. представимо
в виде $\overline{101} \cdot b$ -цифра)
 $n^2 = A \cdot B = 2 \cdot a \cdot 101 \cdot 11 \cdot C \Rightarrow C$ содержит множитель 11

(т.е. представимо в виде $\overline{11} \cdot c$)
и есть цифра 3 р.с.

* где с-цифра (70)

$$3) n^2 = A \cdot B \cdot C = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot 101^2 \cdot 11^2 \Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot a - \text{полный квадрат, а значит } a = 2 \cdot 3 = 6$$

т.к. сум. единственный даёт просёка чисел:

$$A = 6666$$

$$B = 202$$

$$C = 33$$

Ответ: $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$N2 \quad x, y > 0 \quad k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}; \quad k = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

Найди все возможные $M = x^3 - y^3 - 3xy$

Решение:

$$\cancel{\frac{y+x+2}{xy}} = k = \frac{y+x-x+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{xy+x-y-1} \quad | \cdot (y+x+2) > 0$$

r.k. $x > 0$
 $y > 0$
 $2 > 0$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{xy+x-y-1} \quad | \cdot (x-1)(y+1) > 0 \quad \text{r.k. делим на члено по условию.}$$

$$\frac{xy+x-y-1}{xy} = 1 \quad | \cdot xy > 0 \quad \text{r.k. делим на члено по условию}$$

$$\cancel{xy+x-y-1} = \cancel{xy} \quad \text{t.e. } y = x-1$$

~~$$r.c. k = \frac{x-1+x+2}{x(x-1)} =$$~~

~~$$= \frac{2x+1}{x(x-1)}$$~~

$$M = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$$

$$- 3x^2 + 3x = \cancel{x^3} - \cancel{3x^2} + \cancel{3x} - \cancel{x^3} + \cancel{3x^2} - \cancel{3x} + 1 = 1 \quad \text{Obręg. 1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 8) - продолжение.

Заметим, что $\arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$ и $\arccos \frac{y}{4} \leq \pi$

т.е. $\arccos \frac{y}{4} + \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{3\pi}{2}$ всегда. а значит

$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$ верно когда $\arccos \frac{y}{4} \neq \pi$ или
 $\arcsin \frac{x}{5} \neq \frac{\pi}{2}$ (помним, что пары: $(x; x-1+2k)$, $n, k \in \mathbb{Z}$)

допустимые значения для $\frac{x}{5}$ и $\frac{y}{4}$

$$\begin{cases} \left| \frac{x}{5} \right| \leq 1 \\ \left| \frac{y}{4} \right| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |x| \leq 5 \\ |y| \leq 4 \end{cases}$$

Заметим также, что для x -чет: x -нечет, а для y -нечет: y -чет

$$\begin{aligned} x: (1; -5; -4; -3; -2; 1; 0; 1; 2; 3; 4; 5) \\ y: (2; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4) \end{aligned}$$

$\arccos \frac{y}{4} \neq \pi$ т.е. $\frac{y}{4} \neq -1$ $y \neq -4$ $x \neq -4$ из (1)

а для $y = -4$ ~~$\arcsin \frac{x}{5} \neq \frac{\pi}{2}$~~ $\arcsin \frac{x}{5} \neq \frac{\pi}{2}$ $\frac{x}{5} \neq 1$ $x \neq 5$

$y = -4$ $x = \sqrt{y^2} = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ т.е. 10 пар

$$88 + 10 = 98$$

Ответ: 98 пар

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

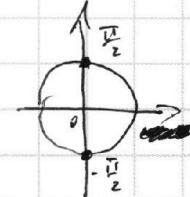
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$N \exists \alpha (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \sin \pi x - \cos \pi x \cos \pi y = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$-\cos(\pi y + \pi x) = \cos 2\pi x$$



$$\cos 2\pi x + \cos(\pi x + \pi y) = 0 \quad \text{т.е.} \quad 2 \cos \frac{2\pi x + \pi x + \pi y}{2} \cos \frac{2\pi x - \pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$\text{т.е.} \quad \begin{cases} \cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} = 0 \\ \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3x+y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{x-y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ x-y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 - 3x + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ y = x - 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Orber: $(x; 1-3x+2n, n \in \mathbb{Z}) \cup (x; x-1+2k, k \in \mathbb{Z})$ где целые значения x .

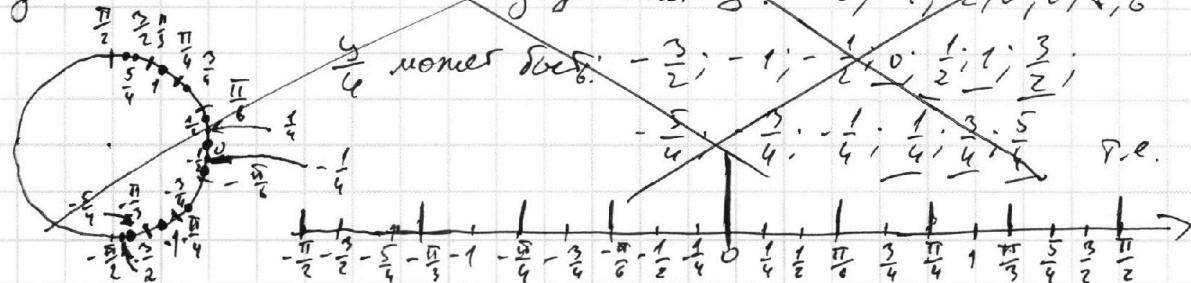
5) сколько пар целых чисел $(x; y)$ для которых удовлет.

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{y}{4} \leq \pi \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq 4\pi \\ -\frac{4\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} \quad \text{т.к. } x \text{ целое} \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq 15 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases} \quad (5\pi \approx 15,70) \quad (2\pi \approx 6,28...)$$

Заметим что для четных x есть y : $-5; -3; -1; 1; 3; 5$,

а для нечетных x есть y : $-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 14 В начале вечера доно было выделено 4 билета

$$2,5 P(A) = P(B) \text{ где}$$

A - Петя и Вася вместе идут на концерт. (когда выделены 4 билета)

B - Петя и Вася вместе идут на концерт (когда выделено больше 4 билетов. Рассеб это кол-во равно $4+x$)

(сколько выделили билетов? $x+4 = ?$)

Пусть K - кол-во одинаковых классиков, тогда ($K \geq 2$)

$$P(A) = \left(\frac{\binom{4}{K} \text{ билетов}}{K} \cdot \frac{\binom{3}{K-1}}{K-1} \right) = \frac{12}{K(K-1)} \quad P(B) = \frac{4+x}{K} \cdot \frac{3+x}{K-1} =$$

Вер-тв,
 что на концерт
 попадет Вася
 или Петя
 (кого?)
 Вер-тв
 что на
 концерт
 попадет
 второй человек

$$= \frac{12 + 7x + x^2}{K(K-1)}$$

$$\frac{30}{K(K-1)} = \frac{2,5 \cdot 12}{K(K-1)} = 2,5 \cdot P(A) = P(B) = \frac{12 + 7x + x^2}{K(K-1)} \quad | \cdot K(K-1)$$

2 1 т.ч.

$$x^2 + 7x - 18 = 0 \quad (x+9)(x-2) = 0 \quad \begin{cases} x = 2 \\ x = -9 \end{cases}$$

неравн. 0

не подходит -5 билетов.
т.е. -9 все подходит.

Выделили в конце $x+4 = 2+4 = 6$

Ответ: 6 билетов.

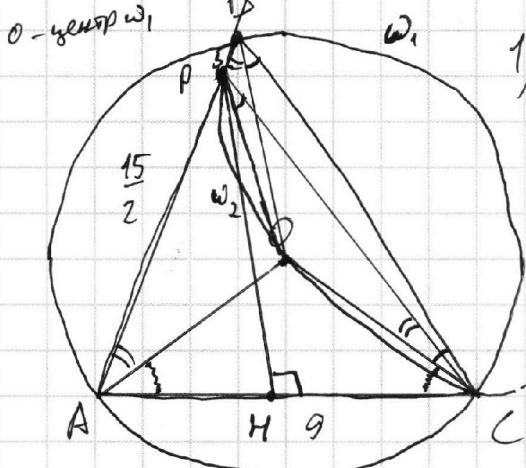
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 ω_1 - опис. окр. ABC (треугольника)
 ω_2 - опис. окр. BAC где
 O - центр ω_1



$S(ABC) = ?$ $\omega_2 \cap AB = P$ (членко отрезок AB !)
 $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$

$$1) PC = AP = \frac{15}{2} \text{ т.к. } \angle OAC = \angle OCA \text{ т.к. } AO = OC = R_{\omega_1},$$

$$\angle OAB = \angle BAO = \angle PBO = \angle PCO \text{ (т.к. } PE \in AB)$$

эти углы опир. на 1 дугу в окр-ти ω_2
 т.к. $\angle PAC = \angle BAO + \angle OAC = \angle PCO + \angle ACO =$
 $= \angle PCA$ т.к. $\angle APC = 90^\circ$

$$2) \text{Д.н. } PH - \text{ высота } \triangle APC \text{ извз} \quad AH = \frac{1}{2} AC = \frac{9}{2}$$

$$PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{9 \cdot 25}{4} - \frac{9 \cdot 9}{4}} = \frac{3}{2} \sqrt{25 - 9} =$$

$$= 6$$

$$\sin \angle PAH = \frac{PH}{AP} = \frac{6}{\frac{15}{2}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$3) S(ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle PAH =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{15}{2} + 5\right) \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = \frac{27}{2} \left(\frac{25}{2}\right) = 45 \quad \text{Одесг: 45}$$



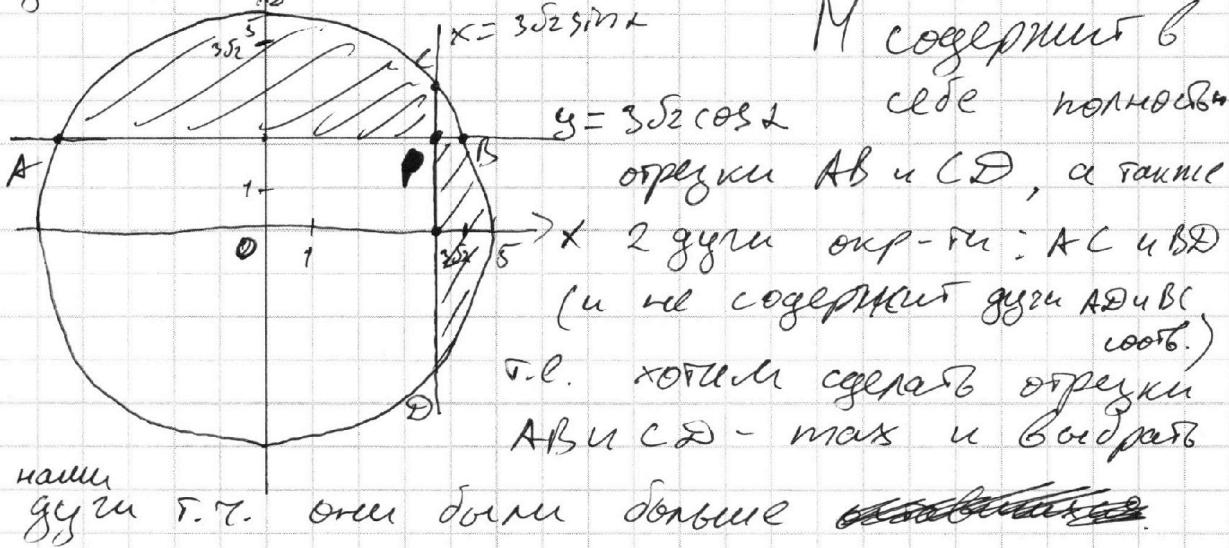
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6 М-периметр $\Phi(x)$: $f(x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0$
 $\max M$ - ? ил при которых $x^2 + y^2 \leq 25$
 достигается $\max M$.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ —

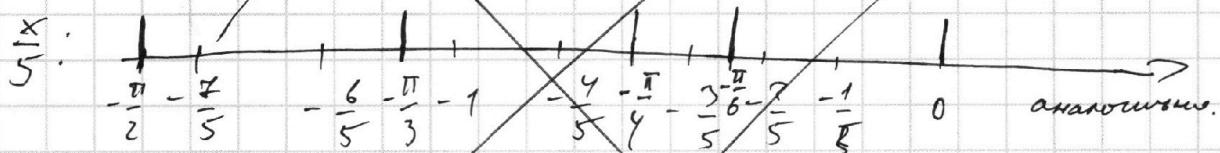
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq y \leq 4\pi \\ -\frac{5\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{array} \right. \text{ F. K. } x, y \in \mathbb{Z} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq y \leq 12 \\ -7 \leq x \leq 7 \end{array} \right.$$

$$\cancel{g_{11}} \times : -2j - 6j - 5j - 4j - 3j - 2j - 1j = 0$$

~~записи~~ ~~уравнений~~ ~~и~~ ~~решение~~ ~~уравнений~~ ~~в~~ ~~матрицах~~ ~~и~~ ~~определителях~~

your hobbies x: - See my resume or go to



$$\frac{7}{5} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad 14 \sqrt{15}, \dots \quad \cancel{\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{6}{5}}} \quad 15, \dots < 18$$

$$\frac{3}{5} \vee \frac{11}{4} \quad 12 < 15, 7 \dots \quad \cancel{\frac{11}{6} \vee \frac{3}{5}} \quad \cancel{\frac{9}{5} \vee \frac{11}{4}} \quad 16 > 15, 7 \dots$$

~~3000 ft. above sea level, 470° arc sin $\frac{x}{5} \Rightarrow -\frac{\pi}{2}$~~

~~Oscar cos $\frac{y}{x}$ \neq π \neq $\text{gescper } x \neq y$~~

~~arcsin $\frac{x}{5}$ see problem 7~~ ~~arcsin $\frac{y}{4} \neq \pi$~~

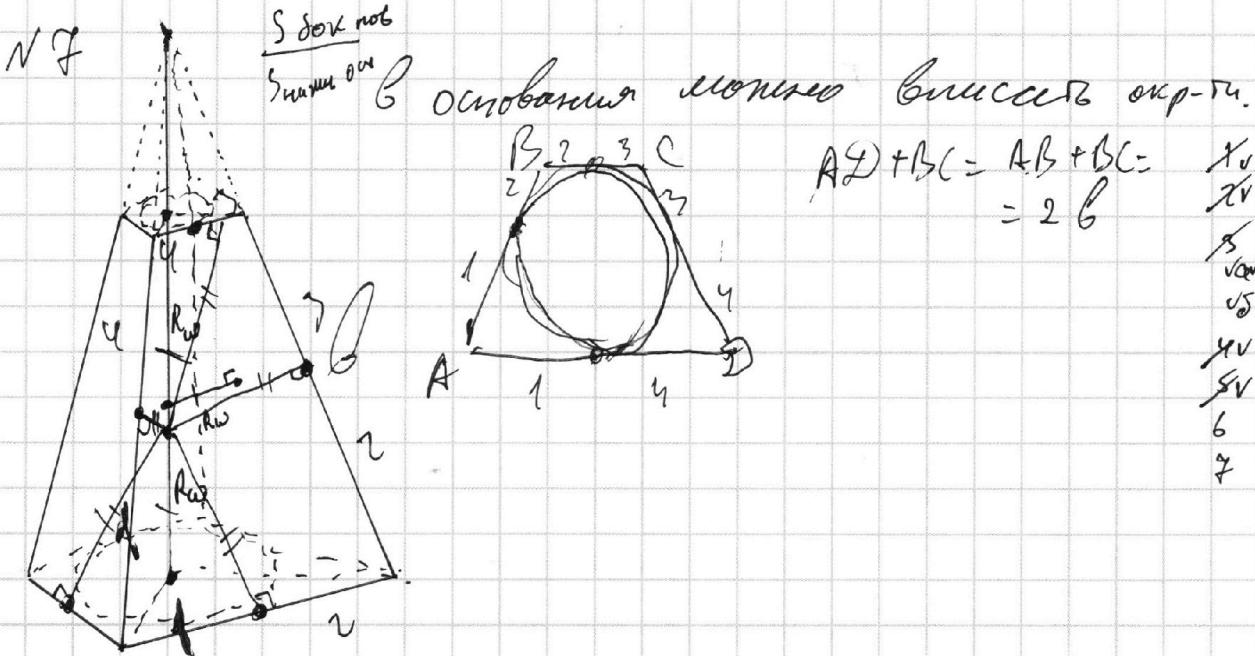


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$AD + BC = AB + BC = \frac{X}{2} \\ = 2B$$

✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓

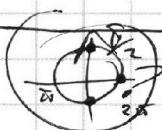
$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x \\ \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Бес (x; y) доказательство

3α

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$



$$\left(\frac{\sin \pi x}{\cos \pi x} + \frac{\sin \pi y}{\cos \pi x} \right) \cancel{\sin \pi x} = \frac{\cos \pi x}{\sin \pi x} + \frac{\cos \pi y}{\sin \pi x}$$

$$\cancel{\sin \pi x} + \frac{\sin \pi y}{\cos \pi x} = \cancel{\cos \pi x} + \frac{\cos \pi y}{\sin \pi x}$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \sin \pi x - \cos \pi x \cos \pi y = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \cos 2\pi x$$

$$-\cos(\pi y + \pi x) = \cos 2\pi x$$

$$0 = 2 \cos \frac{\pi y + \pi x + \pi y}{2} \cos \frac{\pi \pi x - \pi x - \pi y}{2} \Rightarrow \cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi \frac{3x+y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \pi \frac{x-y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} 3x+y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ x-y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 - 3x + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ y = -1 + x - 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

Решение: $(x; 1 - 3x + 2n) \cup (x; -1 + x - 2k)$

3d) $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$

arcsin arccos

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \frac{x}{5} \leq \pi \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{y}{4} \leq \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 5\pi \\ -2\pi \leq y \leq 2\pi \end{array} \right.$$

$5\pi \approx 5 \cdot 3,14 = 15,7$

т.е. $\left\{ \begin{array}{l} x \in [0; 15] \\ x \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 - 3x + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ y = x - 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

~~значения y~~ $y \in [-6; 6]$

$$x \in [0; 15] \quad (x \in \mathbb{Z})$$

$$y \in [-6; 6] \quad (x=0; 1) \cup (0; -5)$$

x

y

-6 1 0 -5

-4 -1

-2

0

2

4

6

$(x=1)$ $(1; -6)$ 5 -1

-4

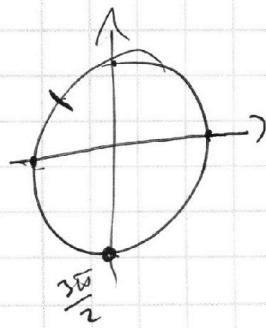
-2

$(x=2)$ $(2; -5)$

для x: 6 чет. для x (как?)

для x: 7 нечет. для x (как?)

$\arccos \frac{y}{4}$ для





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

