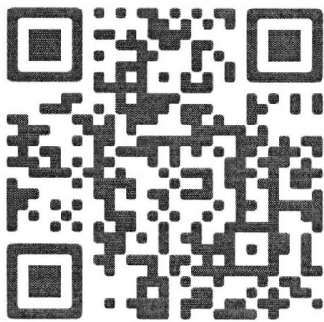




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① A - четырехзначное из одинаковых цифр

B - трехзначное с 2

C - двузначное с 3

$$ABC = n^2$$

$$A \neq 1, B \neq 1, C \neq 1 \Rightarrow \begin{cases} AB \neq n \text{ и } C \neq n \\ AC \neq n \text{ и } B \neq n \\ BC \neq n \text{ и } A \neq n \end{cases}$$

возможные A: 1111, 2222, 3333, 4444, 5555,

6666, 7777, 8888, 9999, каждое: 1111 т.е. имеет вид $x \cdot 1111$, где x - цифра

$1111 = 101 \cdot 11$ 101 и 11 простые чтобы каждое простое входило в ABC четное число раз

$$B \cdot C : 1111 \quad B \cdot C : 101 \quad B \cdot C : 11$$

$$C : 101 \Rightarrow B : 101 \quad B = 101 \cdot k \quad k < 10 \Rightarrow B \neq 11 \Rightarrow C : 11$$

чтобы B трёхзнач.

возможные B: 202, в ост. случ. в B нет 2 или оно не трёхзнач.

$C = 33$ в ост. случ. в C нет 3 или она не двузнач.

$$B = 202 \quad C = 33 \Rightarrow B \cdot C = 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 \Rightarrow A = 6666$$

Ответ: $A = 6666; B = 202; C = 33$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

② $x > 0 \quad y > 0 \quad M = x^3 - y^3 - 3xy - ?$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\begin{cases} x+y+2=0 & \text{кет. т.к. } x>0 \text{ и } y>0 \\ xy=(x-1)(y+1) \end{cases}$$

$$xy = xy - y + x - 1 \Leftrightarrow y = x - 1$$

$$M = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 3x^2 + 3x = 1$$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\sin \pi x \sin \pi y - \cos \pi x \cos \pi y = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$- (\cos (\pi x + \pi y)) = \cos 2\pi x$$

$$\cos 2\pi x + \cos (\pi x + \pi y) = 0$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 2\pi x + \cos (\pi x + \pi y) = 2 \cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} = 0 & \frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0 & \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x+y}{2} + \frac{1}{2} + 2k & 3x+y = 1+2k \\ \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} + 2k & x-y = 1+2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

а) x и y должны удовлетворять одному из условий: $3x+y = 1+2k$; $x-y = 1+2k$

$$б) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta < \frac{3\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \beta \leq \pi \end{cases} \quad \text{ар. arcsin и arccos}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \alpha + \beta \leq \frac{3\pi}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha + \beta = \frac{3\pi}{2} \text{ только при } \alpha = \frac{\pi}{2} \quad \beta = \pi$$

в ост. случаях $\alpha + \beta < \frac{3\pi}{2}$

когда $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\beta = \pi$?

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} = \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k & x = \frac{5\pi}{10} + 10\pi k \\ \frac{y}{4} = \pi + 2\pi l & y = 4\pi + 8\pi l \end{cases} \quad l, k \in \mathbb{Z}$$

Всегда такие x и y удов. равенству из а?

$$\begin{cases} 3x + y = 1 + 2k \\ x - y = 1 + 2k \end{cases} \quad \frac{15\pi}{10} + 30\pi k + 4\pi + 8\pi l = 1 + 2k$$

$$\begin{cases} 3x + y = 1 + 2k \\ x - y = 1 + 2k \end{cases} \quad \frac{5\pi}{10} + 10\pi k - 4\pi - 8\pi l = 1 + 2k$$

левая часть гл.а справа целые $\Rightarrow$ это никогда не выполняется $\Rightarrow$ если $(x_0; y_0)$ удов. первому ур-нию, то $(x_0; y_0)$ удов. второму пер. бу. пар. $(x_0; 1 + 2k - 3k)$ и $(x_0; 1 + 2k - 3k)$ беск. много

Ответ:

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 & x = 5 \\ \frac{y}{4} = -1 & y = -4 \end{cases} \quad \text{при остальных } x, y \text{ не выполнят.}$$

но в целых x и y удов. первому ур-нию бесконечно много

Ответ: бесконечно много



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

④ начало месяца: n детей, 4 билета

~~способ~~ варианты победы: C_n^4

благ: даём по 1 Пете и Вале, ост. C_{n-2}^2

$$\text{вероятность: } \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}}{\frac{n!}{4!(n-4)!}} = \frac{(n-2)! \cdot 4!}{2! \cdot n!} = \frac{4!}{2 \cdot n(n-1)}$$

конец месяца: n детей x билетов

вар. победы: C_n^x

благ: C_{n-2}^{x-2}

$$\text{вероят: } \frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x} = \frac{\frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!}}{\frac{n!}{x!(n-x)!}} = \frac{(n-2)! \cdot x!}{(x-2)! \cdot n!}$$

$$\frac{4!}{2 \cdot n(n-1)} : \frac{5}{2} = \frac{(n-2)! \cdot x!}{(x-2)! \cdot n!}$$

$$\underbrace{4 \cdot n(n-1)(n-2)!}_{n!} \cdot x! = 5! \cdot (x-2)! \cdot n!$$

$$4x! = 5! \cdot (x-2)! \cdot \cancel{n!}$$

$$4x(x-1) = 120$$

$$4x^2 - 4x - 120 = 0 \quad x^2 - x - 30 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 30 = 121$$

$$x_1 = \frac{1+11}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{1-11}{2} < 0$$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

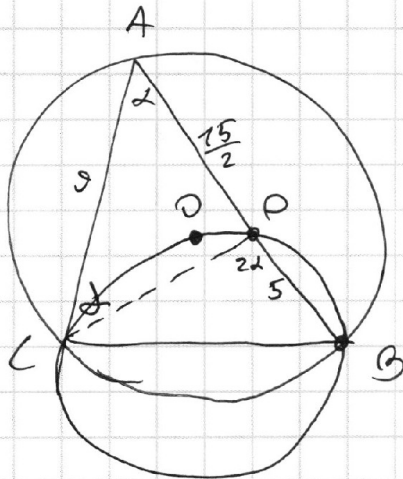
7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$4CP^2 - 549CP + 2430 = 0$~~

5



$$\angle CPA = 180^\circ - 2\alpha$$

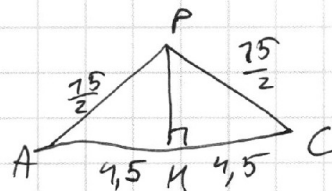
$$\angle ACP = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = \alpha$$

" $\angle CAP$

$$\triangle ACP - p/5$$

$$CP = \frac{15}{2}$$

$$S_{ACP} = PH \cdot \frac{9}{2}$$



$$PH = \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{81}{4}}$$

||

$$\frac{12}{2} = 6$$

$$S_{ACP} = 6 \cdot \frac{9}{2} = 27$$

$$S_{CBP} = \frac{2 \cdot 27}{3} = 18$$

$$S_{ABC} = 27 + 18 = 45$$

Ответ: 45



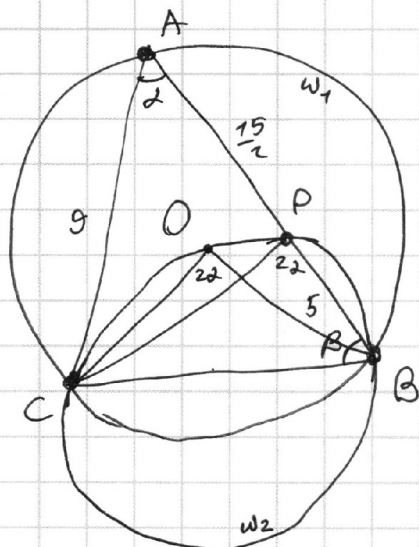
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5



$$AP = \frac{15}{2} \quad BP = 5 \quad AC = 9$$

$$S(ABC) = ?$$

$$\angle CAB = \alpha \text{ (впис.)}, \angle CBA = \beta$$

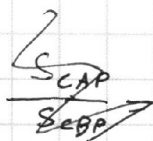
$$\angle COB = 2\alpha \text{ (центр. кат. же)}$$

$$\angle CPB \text{ (ггз в } w_2)$$

$$AB = \frac{15}{2} + 5 = \frac{25}{2}$$

$$S_{ABC} = S_{CAP} + S_{CPB}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \sin \alpha$$



$$S_{CAP} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{15}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot \frac{15}{2} \cdot \sin(180 - 2\alpha)$$

$$S_{CPB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot CP \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} CB \cdot 5 \cdot \sin \beta$$

$$\text{т. sin } \triangle ABC: \frac{CB}{\sin \alpha} = \frac{9}{\sin \beta} \Rightarrow CB \cdot \sin \beta = 9 \sin \alpha$$

$$S_{CPB} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sin \alpha \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot 5 CP \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \triangle APC: CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2 \cdot AC \cdot AP \cdot \cos \alpha$$

$$CP^2 = 81 + \frac{225}{4} - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$CP^2 = \frac{549}{4} - 135 \cos \alpha$$

$$CP^2 = \frac{549}{4} - \frac{135 \cdot 15}{2CP}$$

$$4CP^3 = 549CP - 2 \cdot 135 \cdot 15$$

$$\frac{S_{CAP}}{S_{CPB}} = \frac{\frac{15}{2}}{5} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$S_{CPB} = \frac{2S_{CAP}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

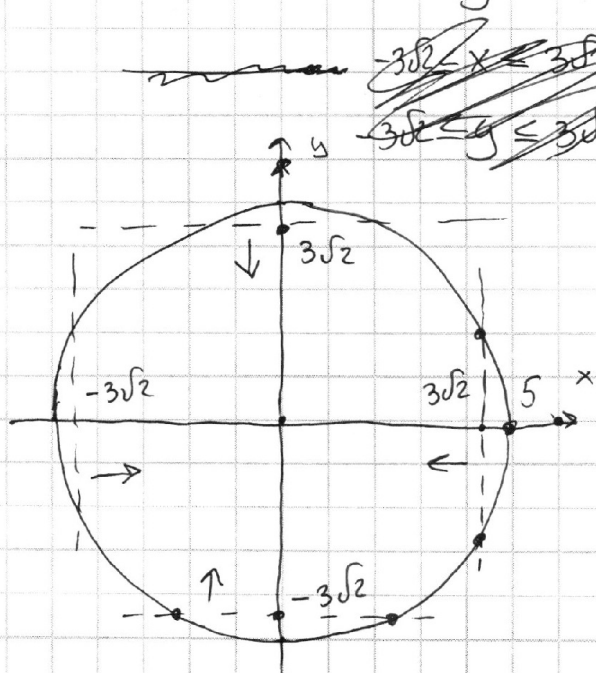
$$6. \begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 & \text{I} \\ x^2 + y^2 \leq 25 & \text{II} \end{cases}$$

II: ~~окружность~~ круг $R=5$ центр $(0;0)$

~~Алгебра~~

$$\text{I: } (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3\sqrt{2} \sin \alpha, y = 3\sqrt{2} \cos \alpha - \text{нули}$$



$$\begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 3\sqrt{2} \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq -3\sqrt{2} \\ x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq -3\sqrt{2} \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq -3\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq y + 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ x + 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq y + 3\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

при изм α границы двигаются по стрелочкам.

нарисуем границы:

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y = 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow x + y = 3\sqrt{2} (\sin \alpha + \cos \alpha) \leq 6$$

$$\begin{matrix} -6 & \sqrt{2} \\ \uparrow & \downarrow \\ & \sqrt{2} \\ & \downarrow \\ & -\sqrt{2} \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

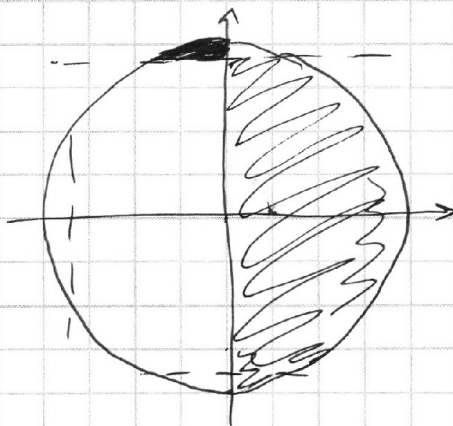
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

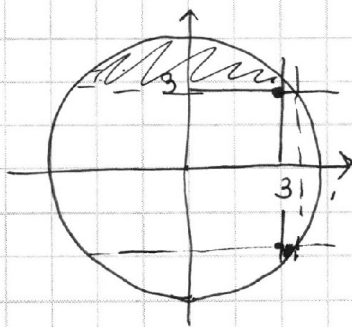
⑥ при $\alpha = 0$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 3\sqrt{2} \\ x \geq 0 \\ y \leq 3\sqrt{2} \end{cases}$$



при $\alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$$\begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \\ y \geq 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \\ x \geq 3 \\ y \leq 3 \end{cases}$$



при $\alpha = \pi$

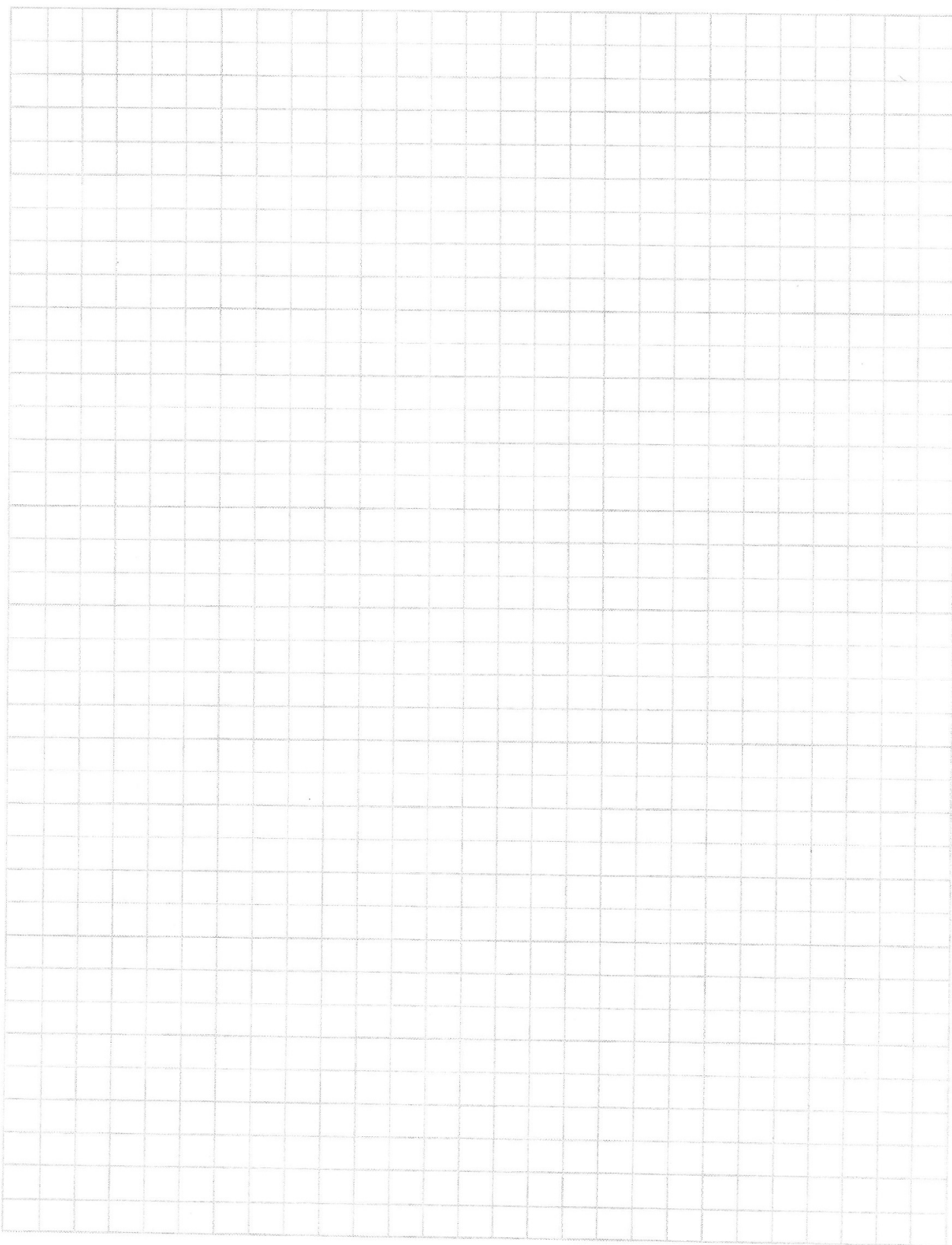


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c

$$a = x \cdot 1000 + x \cdot 100 + x \cdot 10 + x$$

$$b = \overline{\dots 2 \dots} \quad (3 \text{ цифры})$$

$$c = \overline{3 \dots} \text{ или } \overline{\dots 3}$$

$$abc = n^2 \Rightarrow ab = n \quad c = n \quad \text{какого-то} \neq 1$$

333

$$ac = n \quad b = n$$

$$bc = n \quad a = n$$

$$ab = n \quad \text{и} \quad c = n \quad \text{нет. т.к. с макс}$$

$$ac = n \quad \text{и} \quad b = n \quad \text{нет. т.к. b макс}$$

$$bc = n \quad \text{и} \quad a = n \quad \text{га!}$$

$$x = 3\sqrt{2} \sin 42$$

$$y = 3\sqrt{2} \cos 42$$

$$x + y = 3\sqrt{2} (\sin 42 + \cos 42)$$

$$\sqrt{2}$$

$$x + y \leq 6$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 13 \\ \hline 366 \\ 122 \\ \hline 1586 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 112 \\ 112 \\ \hline 336 \\ 112 \\ \hline 1456 \end{array}$$

23

$$\begin{array}{r} 1111 \cdot x \\ 21 \\ \times 992 \\ 93 \\ \hline 2976 \\ 8928 \\ \hline \dots 6 \end{array}$$

α	002	020	200
03	6		
30			

$$\alpha = 30^\circ \quad \beta = 0^\circ \quad \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2(\cos 45^\circ + \cos 15^\circ) = \sqrt{2} +$$

$$\cos 2 + \cos \beta = 2 \cos \frac{2+\beta}{2} \cos \frac{2-\beta}{2}$$

$$\cos 2 - \cos \beta = -2 \left(\sin \frac{2+\beta}{2} \sin \frac{2-\beta}{2} \right)$$

$$2 = 60^\circ \quad \beta = 0^\circ \Rightarrow 2(\cos 30^\circ + \cos 30^\circ) = 4 \cos 30^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$$

$$x^3 - y^3 - 3xy$$

$$3\sqrt{2} < 3 \cdot \frac{3}{2} \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} x &\rightarrow x-1 \\ y &\rightarrow y+1 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{(y+1)+(x-1)+2}{(x-1)(y+1)}$$

(2)

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+x+2}{x^2y - y + x - 1}$$

or

$$\begin{cases} y+x+2=0 \text{ крестиком} \\ xy = x^2y - y + x - 1 \end{cases} \begin{cases} y = -x-2 \\ y = x-1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^3 - (-x-2)^3 - 3x(-x-2) &= x^3 + (x+2)^3 + 3x^2 + 6x = \\ &= x^3 + x^3 + 8 + 6x^2 + 12x + 3x^2 + 6x \end{aligned}$$

$$y = x-1$$

$$\begin{aligned} x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) &= x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 3x^2 + 3x = \\ &= \underline{x^3 - x^3} + \underline{3x^2} - \underline{3x} + \underline{1} - \underline{3x^2} + \underline{3x} = 1 \end{aligned}$$

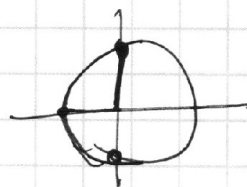
$$\cos 2 + \cos 3 = 2 \left(\sin \frac{2+3}{2} \cdot \sin \frac{2-3}{2} \right)$$

$$\alpha = 60^\circ \quad \beta = 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} + 1 = 1,5 = 2 \left(\sin 30^\circ \cdot \sin 30^\circ = 4 \cdot \sin 30^\circ = 2 \right)$$

$$2 \left(\cos 30^\circ \cdot \cos 30^\circ \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2\sqrt{3}$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$



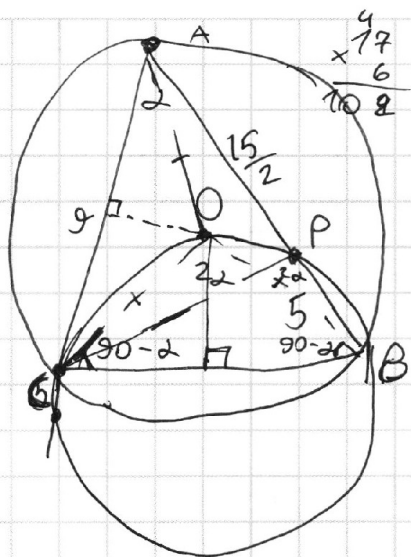


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

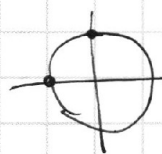
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S(ABC) - ?$$

$$\frac{549}{9} = 61$$



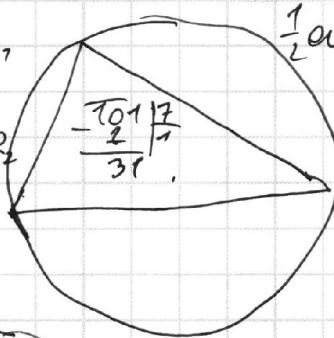
$$\text{через } R? S = \frac{abc}{4R}$$

$$\frac{CB}{\sin \alpha} = 2R_1$$

$$\frac{CB}{\sin 2\alpha} = 2R_2$$

$$CB = 2R_1$$

A



$$\frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{6 \cdot 270}{9} = 2430$$

$$180 - (180 - 2\alpha) - 2$$

$$\frac{81 \cdot 360}{9} = 3240$$

$$\frac{3240}{549} = 5.9$$

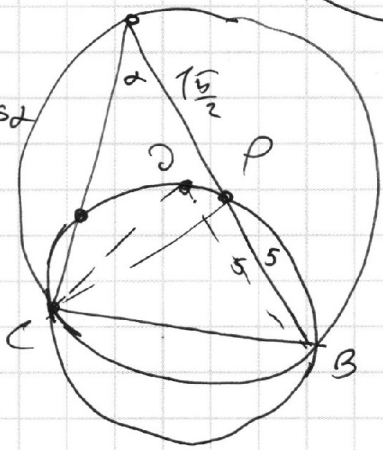
$$AB =$$

$$7.5 + 5 = 12.5$$

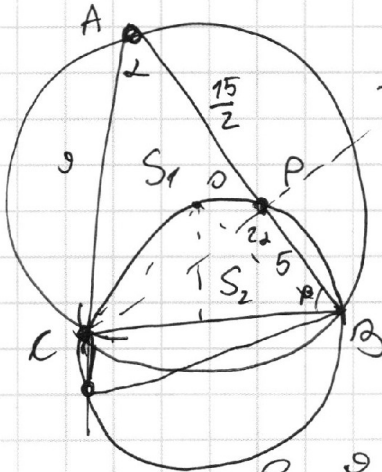
$$\frac{15}{2} + \frac{10}{2} = \frac{25}{2}$$

$$CP^2 = 9^2 + \frac{225}{4} - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$CP^2 = 81 + \frac{225}{4} - 15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$



$$CB^2 = CP^2 + PB^2 - 2 \cdot CP \cdot PB \cdot \cos \alpha$$



$$\frac{225}{4} - \frac{81}{4} = \frac{144}{4} = 36$$

$$\frac{25}{4} - \frac{8}{4} = \frac{17}{4} = 4.25$$

$$\frac{5 \cdot 3}{4} = 9 \times \frac{15}{9} = 13.5$$

$$\frac{53}{4} = 13.25$$

$$x = \frac{125}{12} = \frac{12.9}{12} = \frac{17}{12}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$S_1 = 9 \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot 5 \cdot \sin 2\alpha$$

$$R = \frac{9}{2 \sin \alpha} = \frac{CB}{2 \sin \alpha}$$

$$\frac{CB}{\sin \alpha} = \frac{9}{\sin \alpha} = 2R$$

$$9 \sin \alpha = CB \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} R \cdot R \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{CB^2}{4 \sin^2 \alpha} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot CB \cdot 5 \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sin 2\alpha \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{15}{2}$$

$$4x^2 - 4x - 120 = 0$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$