



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① A - четырёхзнач. из однознак. цифр

B - трёхзначное с 2

C - двухзначное с 3

$$ABC = n^2$$

$$A \neq 1, B \neq 1, C \neq 1 \Rightarrow \begin{cases} ABn \text{ и } C = n \\ AC = n \text{ и } B = n \\ BC = n \text{ и } \end{cases}$$

возможные A: 1111, 2222, 3333, 4444, 5555,

6666, 7777, 8888, 9999, возможное: 1111 т.е. имеет вид
 $\times \cdot 1111, \text{ где } \times$

$1111 = 101 \cdot 11$ 101 и 11 простые \times -цифра
чтобы каждое простое входило в ABC чётное число раз

$$B \cdot C : 1111 \quad B \cdot C : 101 \quad B \cdot C : 11$$

$$C : 101 \Rightarrow B : 101 \quad B = 101 \cdot k \quad k < 10 \Rightarrow B \neq 11 \Rightarrow C : 11$$

здесь B трёхзнач.

возможные B: 202, 6 ост. числ. в B нет 2 или 5 это же трёхзнач.

$C = 33$ в ост. числ. в C нет 3 или она не двузнач.

$$B = 202 \quad C = 33 \Rightarrow B \cdot C = 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 \Rightarrow A = 6666$$

= 6666

Ответ: A=6666; B=202; C=33



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

② $x > 0 \ y > 0 \quad M = x^3 - y^3 - 3xy - ?$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$x+y+2=0 \text{ кет. т.к } x>0 \text{ и } y>0$$

$$xy = (x-1)(y+1)$$

$$xy = xy - y + x - 1 \Leftrightarrow y = x - 1$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 3x^2 + 3x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(3)

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\sin \pi x \sin \pi y - \cos \pi x \cos \pi y = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$-(\cos(\pi x + \pi y)) = \cos 2\pi x$$

$$\cos 2\pi x + \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 2\pi x + \cos(\pi x + \pi y) = 2 \cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} = 0 \quad \frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0 \quad \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3x+y}{2} + \frac{1}{2} + 2k \quad 3x+y = 1+2k \\ \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} + 2k \quad x-y = 1+2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

a) x и y должны удовлетворять одному из условий: $3x+y=1+2k$; $x-y=1+2k$

$$\text{d}) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta < \frac{3\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \beta \leq \pi \end{array} \right. \rightarrow \text{огр. } \arcsin \text{ и } \arccos$$

$$-\frac{\pi}{2} < \alpha + \beta \leq \frac{3\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha + \beta = \frac{3\pi}{2} \text{ только при } \alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \pi$$

6 ост. случаев $\alpha + \beta < \frac{3\pi}{2}$

когда $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \pi?$

$$\left\{ \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \right.$$

$$\left\{ \arccos \frac{y}{4} = \pi \right.$$

$$\frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{y}{4} = \pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{5\pi}{10} + 10\pi k$$

$$y = 4\pi + 8\pi k$$

$k \in \mathbb{Z}$

~~З~~ когда такие x и y удовл. равенству из о?

$$3x + y = 1 + 2k \quad \frac{15\pi}{10} + 30\pi k + 4\pi + 8\pi k = 1 + 2k$$

$$x - y = 1 + 2k \quad \frac{5\pi}{10} + 10\pi k - 4\pi - 8\pi k = 1 + 2k$$

~~шестая~~ первое уравнение справа целые \Rightarrow это
никогда не выполняется \Rightarrow если (x_0, y_0) удовл.

~~первому ур-ию, то (x_0, y_0) удовл. второму
ур.~~ (x_0, y_0) удовл. первому
ур. (x_0, y_0) удовл. второму
ур.

~~Отвей:~~

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases} \quad x = 5 \quad y = -4$$

~~При остальных x, y первое ур-во выполн.~~

~~но в целых x и y удовл. первому ур-ю~~
~~доказательство много~~

~~Отвей: доказательство много~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① На сколько мальчиков: n девочек, q البنات
~~всего~~ варианты подходит: C_n^q

Благ: девочки по 1 Петре и Вале, ост. C_{n-2}^2

$$\text{Вероятность: } \frac{C_{n-2}^2}{C_n^q} = \frac{\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}}{\frac{n!}{(n-4)!q!}} = \frac{(n-2)! \cdot q!}{2! \cdot n!} = \frac{q!}{2 \cdot n(n-1)}$$

какому мальчику: n девочек \times البنات

вари. подходит: C_n^x

Благ: C_{n-2}^{x-2}

$$\text{Вероятн: } \frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x} = \frac{\frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!}}{\frac{n!}{x!(n-x)!}} = \frac{(n-2)! \cdot x!}{(x-2)! \cdot n!}$$

$$\frac{q!}{2 \cdot n(n-1)} : 5 = \frac{(n-2)! \cdot x!}{(x-2)! \cdot n!}$$

$$\underbrace{q \cdot n(n-1)(n-2)!}_{n!} \cdot x! = 5! \cdot (x-2)! \cdot n!$$

$$q \cdot x! = 5! \cdot (x-2)!$$

$$q \cdot x(x-1) = 120$$

$$4x^2 - 4x - 120 = 0 \quad x^2 - x - 30 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 30 = 11^2$$

$$x_1 = \frac{1+11}{2} = 6 \quad x_2 = \frac{1-11}{2} < 0$$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

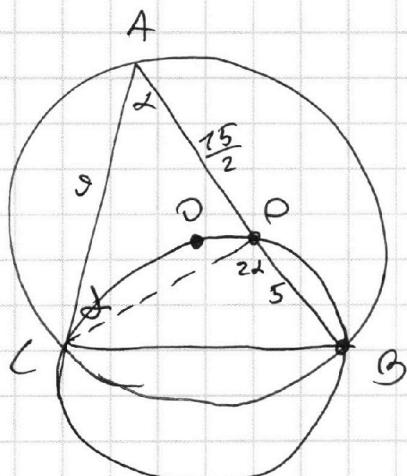
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{4CP^3 - 549CP + 2430 = 0}$$

(5)



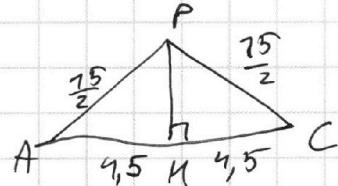
$$\angle CPA = 180^\circ - 2x$$

$$\angle ACP = 180^\circ - x - (180^\circ - 2x) = x$$

$$\triangle ACP - \text{rt/}\sqrt{5}$$

$$CP = \frac{15}{2}$$

$$S_{ACP} = PH \cdot \frac{9}{2}$$



$$PH = \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{81}{4}}$$

$$\frac{11}{2} = 6$$

$$S_{ACP} = 6 \cdot \frac{9}{2} = 27$$

$$S_{CBP} = \frac{2 \cdot 27}{3} = 18$$

$$S_{ABC} = 27 + 18 = 45$$

Ответ: 45



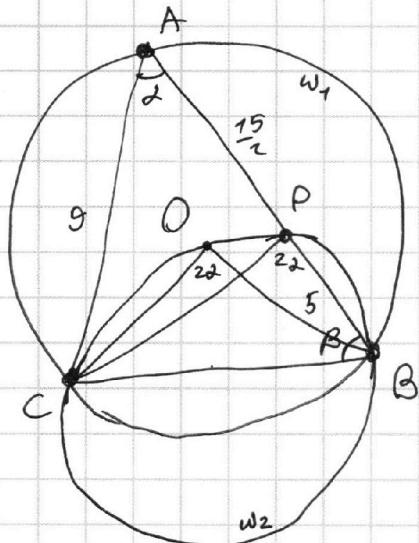
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

⑤



$$AP = \frac{15}{2} \quad BP = 5 \quad AC = 9$$

$$S_{ABC} - ?$$

$$\angle CAB = 2 \quad (\text{бисс.}, \angle BOP)$$

$$\angle COB = 22 \quad (\text{цент. вел. тупое углы})$$

$$\angle CPB \quad (\text{угол } \angle BOP)$$

$$AB = \frac{15}{2} + 5 = \frac{25}{2}$$

$$S_{ABC} = S_{CAP} + S_{CPB}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \sin 2$$

$$\frac{S_{CAP}}{S_{CPB}}$$

$$S_{CAP} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{15}{2} \cdot \sin 2 = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot \frac{15}{2} \cdot \sin(180 - 22)$$

$$S_{CPB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot CP \cdot \sin 22 = \frac{1}{2} CB \cdot 5 \cdot \sin \beta$$

$$\text{т. } \sin \Delta ABC: \frac{CB}{\sin 2} = \frac{9}{\sin \beta} \Rightarrow CB \cdot \sin \beta = 9 \sin 2$$

$$S_{CPB} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sin 2 \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot 2 \cdot \sin 2 \cdot \cos 2$$

~~$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \sin 2 = \frac{225}{4} \cdot \sin 2$$~~

~~$$CP = \sqrt{AC^2 + AP^2 - 2 \cdot AP \cdot AC \cos 2}$$~~

~~$$CP^2 = 81 + \frac{225}{4} - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cos 2$$~~

~~$$CP^2 = \frac{549}{4} - 135 \cos 2$$~~

~~$$CP^2 = \frac{549}{4} - 135$$~~

~~$$CP^3 = 549 CP - 2 \cdot 135$$~~

$$\frac{S_{CAP}}{S_{CPB}} = \frac{\frac{15}{2}}{5} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$S_{CPB} = \frac{2 S_{CAP}}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

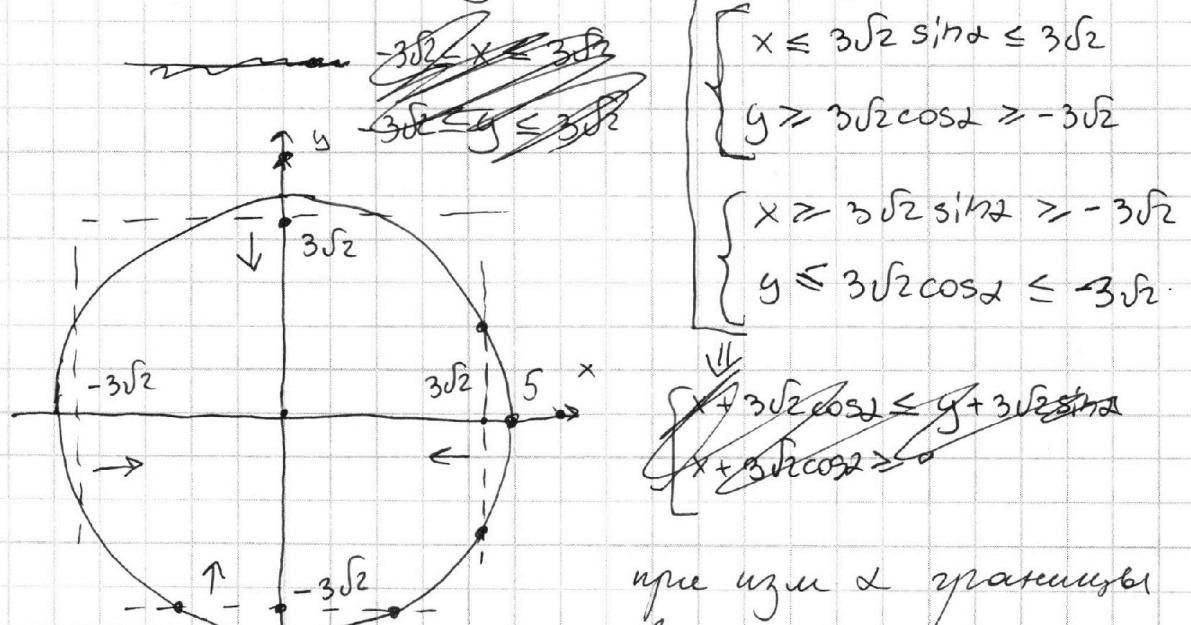
$$6. \begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 & I \\ x^2 + y^2 \leq 25 & II \end{cases}$$

II: ~~округ~~ круг $R=5$ центр $(0,0)$

* ~~написано~~

I: $(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$

$\Rightarrow x = 3\sqrt{2} \sin \alpha, y = 3\sqrt{2} \cos \alpha$ - прям



$$\begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 3\sqrt{2} \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq -3\sqrt{2} \\ x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq -3\sqrt{2} \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 3\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq y + 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ x + 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases}$$

при этом x и y гратицированы
двигаются по окружности.

нашему уравнению:

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y = 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow x + y = 3\sqrt{2} (\sin \alpha + \cos \alpha) \leq 6$$

$$\begin{matrix} -6 \\ \nearrow \\ \sqrt{2} \\ \searrow \\ -2\sqrt{2} \end{matrix}$$

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

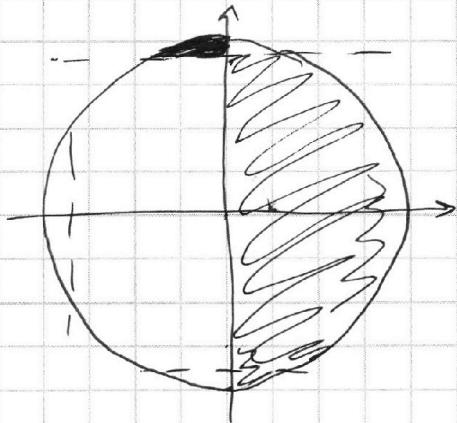
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 при $\alpha = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 0 \\ y \geq 3\sqrt{2} \end{array} \right.$$

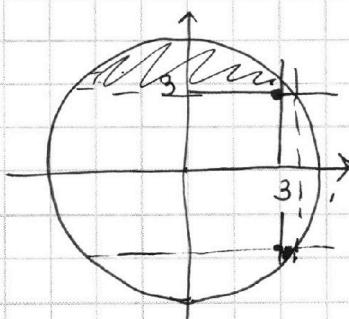
$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \leq 3\sqrt{2} \end{array} \right.$$



при $\alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \\ y \geq 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ y \leq 3 \end{array} \right.$$



при $\alpha = -$

L

L

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I-

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

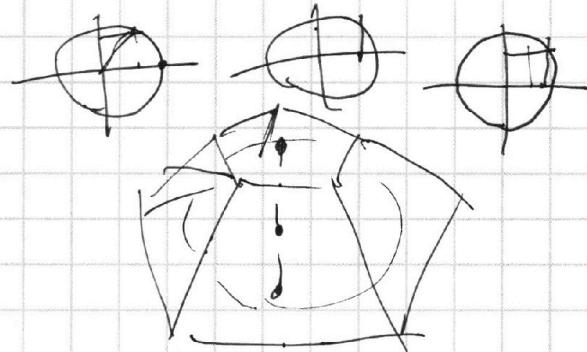
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c

$$a = x \cdot 1000 + x \cdot 100 + x \cdot 10 + x$$

$$b = \underline{\dots} \underline{2} \dots \quad (3 \text{ цифры})$$

$$c = \overline{3 \dots} \text{ или } \underline{\dots} \overline{3}$$



$$(a)(b)(c) = n^2 \Rightarrow ab = n \quad c = n \quad \text{какого то } \neq 1$$

$$\begin{array}{l} ac = n \\ bc = n \\ bc = n \end{array} \quad \begin{array}{l} b = n \\ a = n \\ a = n \end{array}$$

$$x = 3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$y = 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$abc = n \quad \text{и} \quad c = n \quad \text{нет. т.к. с одинаковыми корнями}$$

$$x+y = 3\sqrt{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$ac = n \quad \text{и} \quad b = n \quad \text{нет. т.к. в одинаковыми корнями}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$bc = n \quad \text{и} \quad a = n \quad \text{нет!}$$

$$x+y \leq 6$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ \hline 366 \\ 122 \\ \hline 1586 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 112 \\ \hline 336 \\ 112 \\ \hline 1456 \end{array}$$

$$23$$

$$\begin{array}{r} 1111 \cdot x \\ \times 992 \\ \hline 8928 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 13 \\ \hline 008 \\ 080 \\ \hline 200 \end{array}$$

$$- - - 6$$

$$\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ \quad \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \left(\cos 45^\circ + \cos 75^\circ \right) = \sqrt{2} +$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \left(\cos \frac{\alpha+\beta}{2} + \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \left(\sin \frac{\alpha+\beta}{2} - \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \right)$$

$$\alpha = 60^\circ, \beta = 0^\circ \Rightarrow 2 \left(\cos 30^\circ + \cos 30^\circ \right) = 4 \cos 30^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$$

$$x^3 - y^3 - 3xy$$

$$3\sqrt{2} < 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x \rightarrow x-1$$

$$y \rightarrow y+1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} =$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{(y+1)+(x-1)+2}{(x-1)(y+1)}$$

(2)

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+x+2}{x^2y - y + x - 1}$$

or

$$y+x+2=0 \text{ кемоми}$$

или

$$xy = xy - y + x - 1$$

$$\begin{cases} y = -x-2 \\ y = x-1 \end{cases}$$

$$x^3 - (-x-2)^3 - 3x(-x-2) = x^3 + (x+2)^3 + 3x^2 + 6x =$$

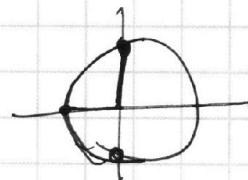
$$= x^3 + x^3 + 8 + 6x^2 + 72x + 3x^2 + 6x$$

$$y = x-1$$

$$\begin{aligned} x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) &= x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 3x^2 + 3x \\ &= \underline{x^3 - x^3} + \underline{3x^2 - 3x + 1} - \underline{3x^2 + 3x} = 1 \end{aligned}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\alpha+\beta}{2} + \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \right)$$

$$\alpha = 60^\circ \quad \beta = 30^\circ$$



$$\frac{1}{2} + 1 = 1,5 = 2 \left(\sin 30^\circ + \sin 60^\circ \right) = 2 \cdot \sin 30^\circ = 2$$

$$2 \left(\cos 30^\circ + \cos 60^\circ \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = 2\sqrt{3}$$

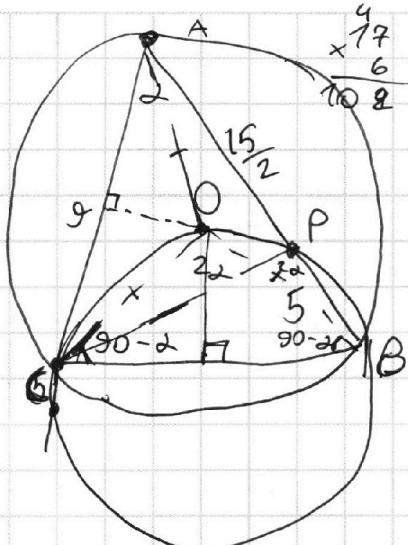
$$2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S(ABC) - ?$$

$$\frac{CB}{\sin \alpha} = 2R_1$$

$$\frac{CB}{\sin 2\alpha} = 2R_1$$

$$CB = 2R_1$$

A

$$\frac{x \cdot 549}{9} = 61$$



$$\text{через } R? S = \frac{abc}{4R}$$

$$\frac{6 \cdot 270}{9} = 243$$

$$180 - (180 - 2\alpha) - 2$$

$$\frac{x \cdot 81}{9} = 360$$

$$AB = \frac{18}{54}$$

$$7,5 + 5 = 12,5$$

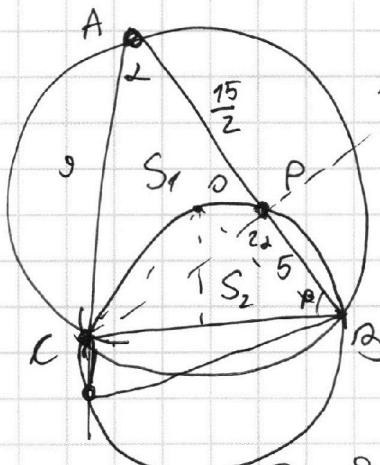
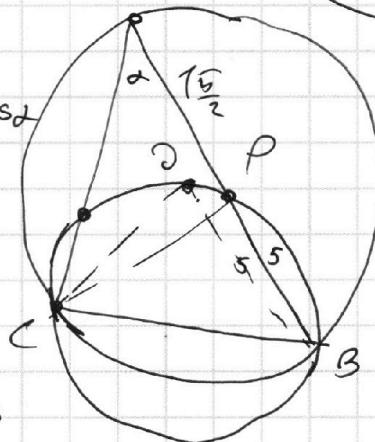
$$\frac{15}{2} + \frac{10}{2} = \frac{25}{2}$$

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = 9 \cdot x$$

$$CP^2 = 9^2 + \frac{225}{4} - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$CP^2 = 81 + \frac{225}{4} - 15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$CB^2 = CP^2 + PB^2 - 2 \cdot CP \cdot AB \cos \alpha$$



$$\frac{125}{81} - \frac{225}{144} = \frac{25}{144}$$

$$\frac{25}{8} = \frac{25}{144}$$

$$\frac{5^3 \cdot 3}{9} = 9x \quad \frac{125}{144} = 9x$$

$$\frac{125}{144} = 9x$$

$$5 \quad x = \frac{125}{144} = \frac{125}{144} = \frac{125}{144}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{144} \cdot \sin 2\alpha$$

$$S_1 = 9 \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{7}{2} \cdot \sin 2\alpha$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot 5 \cdot \sin 2\alpha \quad \frac{1}{2} CB \cdot \frac{25}{144} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot CB \cdot 5 \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 \cdot \sin 2\alpha$$

$$\frac{CB}{\sin \alpha} = \frac{9}{\sin \beta} = 2R$$

$$9 \sin \alpha = CB \sin \beta$$

$$\frac{1}{2} R \cdot R \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{CB^2}{9 \sin^2 \beta} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sin 2\alpha \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{144}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n ребят

- 1 2 3 4

девушка

вероятность девушки найти:

$$\text{способов } n(n-1)(n-2)(n-3) \xrightarrow{n!} = C_n^4$$

$$\text{доказул. } \frac{(n-2)(n-3)}{2!} = C_{n-2}^2 = \frac{(n-2)!}{(n-4)! \cdot 2!} = \frac{(n-3)(n-2)}{2}$$

$$C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

деви: 000



A B C ~~D~~

○ ○ ○

○ ○

A B C D

○ .

$$\frac{3 \cdot 2}{2}$$

$$2 \cdot 1$$

$$\frac{\frac{(n-3)(n-2)}{2}}{n(n-1)(n-2)(n-3)} = \frac{11}{9!} = \frac{2 \cdot n(n-1)}{2 \cdot n(n-1)}$$

≠ X символов

$$\text{сост. } C_n^x$$

$$\frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$n-2 - (x-2) =$$

$$\text{доказ. } C_{n-2}^{x-2}$$

$$\frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x} = \frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!} = \frac{(n-2)! \cdot x!}{x!(n-x)!} = \frac{(n-2)! \cdot x!}{(x-2)! \cdot n!}$$

$$\frac{9!}{2 \cdot n \cdot (n-1)} \cdot \frac{5}{2} = \frac{(n-2)! \cdot x!}{(x-2)! \cdot n!}$$

$$3^4 \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot x! = 3^5 \cdot (x-2)! \cdot 5!$$

$$9x! = 5!(x-2)!$$

$$9x \cdot (x-1) = 5!$$

$$4x^2 - 4x - 120 = 0$$

