



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:

- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- $C$  — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 2, а  $y$  — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 6xy$ .

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$ .

б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 25$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 35$ .

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.










СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ , где  $a \in \{1; 2; 3; \dots; 9\}$

$$\Rightarrow A = a \cdot 1111 = a \cdot 101 \cdot 11$$

$101$  и  $11$  - простые числа и  $a \nmid 101; 11$

$\Rightarrow$  Если  $ABC$  - квадратной пары чисел

$$\Rightarrow BC : 101 \cdot 11$$

$C$  - двузначное  $\Rightarrow B : 101$

если  $B$  есть четырехзначное, то

а единичеменное число которое делится

на  $101$ , имеет цифру  $6$  в единицах

Примером может быть  $606$

( $B = b \cdot 101$ ,  $b \in \{1; \dots; 9\}$ , так как иначе  $B > 1000$  это неверно)

$$\Rightarrow C : 11 \Rightarrow C = c \cdot 11 \quad (c \in \{1; \dots; 9\}),$$

и  $c$  имеет  $3$   $\Rightarrow c = 33$

$$\Rightarrow ABC = a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = k^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2e^2 \\ e \leq 10 \end{cases} \quad (e \in \mathbb{N})$$

$$\Rightarrow e < 3 \Rightarrow e = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \begin{cases} 2222 \\ 8888 \end{cases}$$

Ответ:  $(2222; 606; 33); (8888; 606; 33)$

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$K = \frac{e}{x} + \frac{e}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{e}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\begin{aligned} \text{1) } & y+x+5=0 && \leftarrow \begin{array}{l} \text{если } e > 0 \text{ это } x \\ \text{если } e < 0 \text{ это } y \\ \text{верное} \end{array} \\ \text{2) } & xy = (x-2)(y+2) \end{aligned}$$

$$\text{2) } xy = xy + 2x - 2y - 4$$

$$y = x-2$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - (x-2)^3 - 6(x-2)x = \\ &= x^3 - x^3 + \underline{6x^2} - 12x + 8 - \underline{6x^2} + 12x = \\ &= 8 \end{aligned}$$

Ответ: 8.

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{x} \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} + 3y \sqrt{1 - \left(\frac{x}{6}\right)^2} < 0$$

$$x \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} < -3y \sqrt{1 - \left(\frac{x}{6}\right)^2} \leftarrow x \text{ и } y$$

$$x \geq 0 \Rightarrow y < 0$$

$$x^2 \left(1 - \frac{y^2}{4}\right) < 9y^2 \left(1 - \left(\frac{x}{6}\right)^2\right)$$

$$x^2 - \frac{x^2 y^2}{4} < 9y^2 - \frac{y^2 x^2}{4}$$

$$x^2 < 9y^2$$

$$(3y - x)(3y + x) > 0$$

$$\begin{cases} 3y < 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow 3y - x < 0 \Rightarrow 3y + x > 0$$

или

допустимо

$$3y > -x$$

$$\text{но а) подходит } \underline{(5; -1)} \rightarrow x + y = 0$$

$$\begin{cases} -6 > -x \\ -3 > -x \end{cases} \quad \underline{(4; -2)}$$

$$(3x - y = 0)$$

т.е не симметрично

другие  $x$ , есть  
другой единицы, есть  
будут балансные 3y

$$\cancel{y \geq 0} \Rightarrow x < 0 \quad |) \quad y \geq 0$$

$$x \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} < -3y \sqrt{1 - \left(\frac{x}{6}\right)^2} < 0$$

$$-x \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} > 3y \sqrt{1 - \left(\frac{x}{6}\right)^2} \geq 0$$

$$x^2 > 9y^2$$

$$(3y - x)(3y + x) < 0$$

$$3y - x > 0 \rightarrow \cancel{3y < -x} \quad \begin{cases} 3y < -x \\ -6 < x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 < -x, y \\ 0 < -x < 6 \end{cases}$$

$$2 \geq y > 0 \quad \begin{cases} -6 < x < 0 \\ 2 \geq y > 0 \end{cases}$$

$$3x - y = 0 \quad \text{или } x + y = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда  $(-4; 2); (-2; 2)$   
 ~~$(-4; 1); (-5; 1)$~~   
 $(x, y - \text{одной четности})$

$$2) x \leq 0 \quad y < 0$$

$$x\sqrt{1-\frac{y^2}{4}} < -3y \sqrt{1-(\frac{x}{6})^2}$$

$$x^2 > 9y^2$$

$$(3y-x)(3y+x) < 0$$

$$3y+x < 0 \Rightarrow 3y > -x$$

$$\begin{cases} 3y > x \\ -6 > x \\ -3 > 0 \\ -6 \leq x \leq 0 \end{cases}, \begin{cases} y = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$3y - x$  четно,  $x, y - \text{одной четности}$

подходит  $(-4; -2); (-2; -2);$

$(0; -2); (-1; -1)$

Ответ:  $(-4; -2); (-2; -2); (0; -2);$

$(-1; -1); (-5; 1); (5; -1); (4; -2)$

a)  $(k-a; k+a) \quad k \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{Q}$

$(\frac{h-b}{3}; -h-b) \quad h \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Q}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

e<sup>3</sup>

(Z - целые; Q - действительные)

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \sin \pi x = -2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2}.$$

$$\cdot \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cos \pi x$$

$$1) \quad \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0$$

$$\frac{\pi x + \pi y}{2} = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi x + \pi y = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$x + y = 2k, \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$  пары  $(k-a, k+a),$   
 $\forall k \in \mathbb{Z}$  где  $a \in \mathbb{Q}$

$$2) \quad \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \sin \pi x = -\sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cos \pi x$$

$$\cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \sin \pi x + \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cos \pi x = 0$$

$$\sin \left( \pi x + \frac{\pi x - \pi y}{2} \right) = 0$$

$$\sin \left( \frac{3\pi x - \pi y}{2} \right) = 0$$

$$3\pi x - \pi y = 2\pi h, \quad h \in \mathbb{Z}$$

$$3x - y = 2h, \quad h \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

пары  $(\frac{2h-b}{3}, -h-b), \quad \forall h \in \mathbb{Z}$

$h \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Q}$

$$3) \quad \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi \Rightarrow \begin{cases} -6 < x < 6 \\ -2 < y < 2 \end{cases}$$

$$\sin \left( \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \right) < 0$$

$$\frac{x}{6} \cos \arcsin \frac{y}{2} + \frac{y}{2} \cos \arcsin \frac{x}{6} < 0$$

$$\frac{x}{6} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{2}\right)^2} + \frac{y}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{6}\right)^2} < 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.  $\frac{\binom{n}{n-2}}{\binom{n}{k}} = \frac{\binom{n-2}{2}}{\binom{n}{k}}$

$\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!} = \frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!}$

$\frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$6 \cdot 5 \cdot 4 = (k-1)k$

$72 = (k-1)k$

$k = 9$

Ответ: 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$72 = 6 \cdot 3 \cdot 4 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$1) k(k-1) = 72 \Rightarrow k=9$$

$$k(k-1) \Rightarrow 5 \cdot 6 = 4 \cdot 3$$

$$\exists \cdot k \cdot k \geq 5 \Rightarrow k(k-1) \geq 20$$

тогда перебираем все возможные

$$\text{степени } 2^\alpha \cdot 3^\beta = k(k-1),$$

ищем пару  $3 \cdot 2 = 6$  пареократов

$$\alpha = 3 \quad \beta = 2$$

$$k(k-1) = 72 \Rightarrow k = 9$$

$$\alpha = 3 \quad \beta = 1$$

$$k(k-1) = 24$$

$$k^2 - k - 24 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 24 = 1 + 96 = 97 \Rightarrow \sqrt{D} \neq 2$$

$$\alpha = 2 \quad \beta = 2$$

$$k(k-1) = 4 \cdot 9 = 36$$

$$k^2 - k - 36 = 0$$

$$D = 1 + 36 \cdot 4 = 1 + 144 = 145 \Rightarrow \sqrt{D} \neq 7$$

$$\alpha = 2 \quad \beta = 1$$

$$k(k-1) = 4 \cdot 3 < 20$$

$$\alpha = 1 \quad \beta = 2$$

$$k(k-1) = 2 \cdot 9 < 20$$

$$\alpha = 1 \quad \beta = 1$$

$$k(k-1) = 2 \cdot 3 < 20$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача  
Всего членов  $n$ , а в конце осталось  
таких пар  $k$  биномов  $n \geq k \geq 4$ ,  $n, k \in \mathbb{N}$

Вероятность в конце

$$\frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{4}}$$

$$\frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{4}}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{1) } \frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{4}} = \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{\frac{4!}{(n-4)!}} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)} = \frac{6 \cdot 3 \cdot 4}{(n-2)(n-3)} \\
 & \text{2) } \frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{4}} = \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{\frac{4!}{(n-4)!}} = \frac{k!(n-k)!}{(n-4)!(n-k+1)(n-k+2)} = \frac{(k-1)(k-2)}{(n-4)(n-3)} \\
 & \text{3) } \frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{4}} = \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{\frac{4!}{(n-4)!}} = \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)}{(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)} = \frac{24}{(n-2)(n-3)} \\
 & \Rightarrow k(k-1) \leq 24 \quad \text{а это означает, что } k \leq 5
 \end{aligned}$$

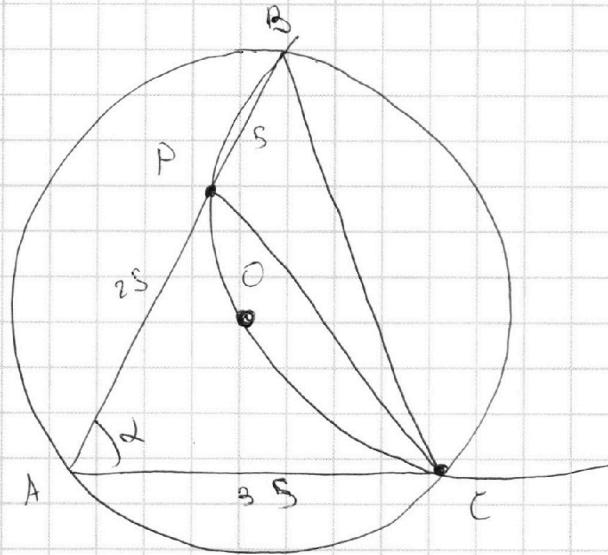
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№8



Решение:

$$1) \angle BAC = \alpha$$

$$2) \angle BOC = 2\alpha \quad (\text{свойство центрального угла})$$

$$\Rightarrow \angle BPC = \angle BOC = 2\alpha \quad (\text{свойство центрального угла})$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \angle BPC - \text{ внешний угол } \triangle ABC = \angle PCA = \angle BPC - \angle PAC = \alpha$$

$$\Rightarrow \triangle APC - \text{ равнобедр.} \Rightarrow AP = PC = 2S$$

3)  $\triangle APC$ : по т. косинусов

$$\cos \angle PAC = \cos \alpha = \frac{AP^2 + AC^2 - PC^2}{2 \cdot AP \cdot AC} = \frac{3S^2 + 3S^2 - 2S^2}{2 \cdot 2S \cdot 3S} = \frac{3S^2}{2 \cdot 2S} = \frac{3S}{4} = \frac{7}{10}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$4) S_{APC} = S_{APC} + S_{BPC} = \frac{AP \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} + \frac{BP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha}{2} =$$

$$= \frac{AP \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} + BP \cdot PC \cdot \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2S \cdot 3S}{20} + S \cdot 2S \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} =$$

$$= \frac{2S \cdot S\sqrt{51}}{20} \left( 7 + \frac{7}{5} \right) = \frac{2S \cdot S\sqrt{51} \cdot 7}{20} \left( 1 + \frac{1}{5} \right) = \frac{2S \cdot S\sqrt{51} \cdot 7}{20} \cdot \frac{3}{5} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{5 \cdot 7 \cdot 3 \sqrt{5} \ell}{2} = 52,5 \sqrt{5} \ell$$

$$\begin{array}{r} & 2 \\ \times & 5 \\ \hline 105 & \end{array}$$

Ответ:  $52,5 \sqrt{5} \ell$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

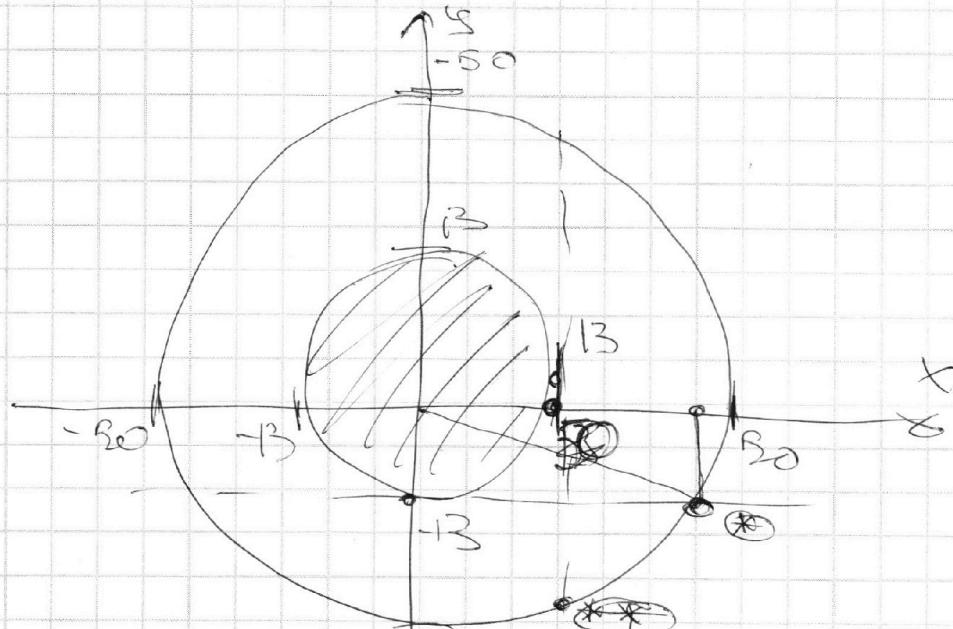
- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Конструкция где эти две окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50^2 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$



$S_0 \rightarrow \text{MAX } P \text{ при } P=260$

наибольший круг  $R=13$  находится

внутри области это доказано

когда мы будем эти точки ~~найти~~  
на окр.  $R=50$  от  $*$  до  $*$

$$(*) \Rightarrow 13^2 + 25\cos^2 \alpha = 50^2$$

$$25\cos^2 \alpha = \frac{50^2 - 13^2}{25} = \frac{2500 - 169}{25} = \frac{2331}{25}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{2331}{25}} = \pm \sqrt{93}, k \in \mathbb{Z}$$

$$(*) \quad 13^2 + 25\sin^2 \alpha = 50^2$$

$$\sin \alpha = \sqrt{93}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

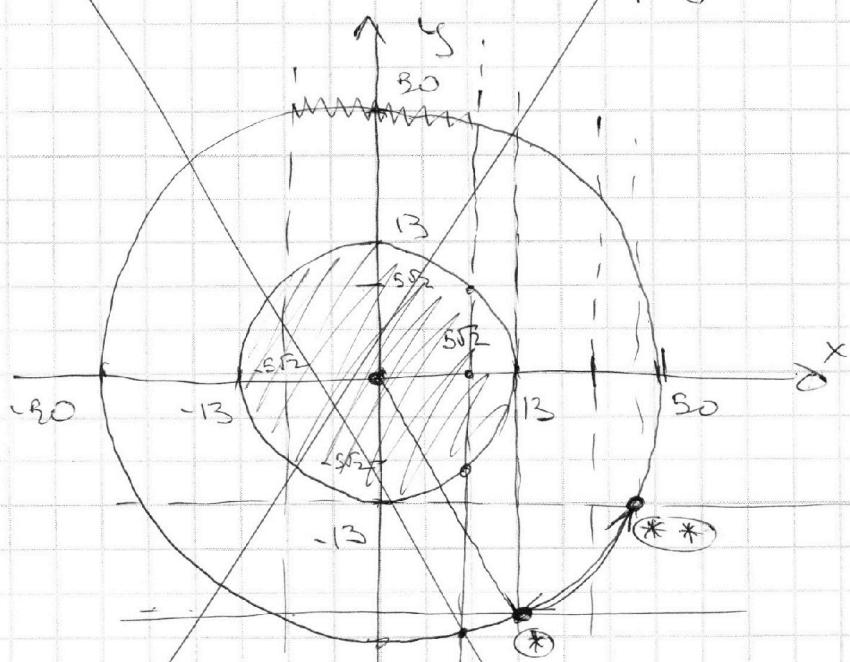
 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*лб**Настоящее*

*Воображение ясно: синий диск  
одного перевенчевъ  
(окружившися)*



*Чтобы наименьший периметр будет, где  
веса круг  $r=13$  будет круг при  $P=2\pi r=26\pi$*

*Настоящее при  $\alpha \in [0, \pi]$  получим  
от  $\sqrt{50^2 - 5^2}$  при отражении круг  
не нужно находить в своей вершиной*

$$\sqrt{50^2 - 5^2} = 13$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



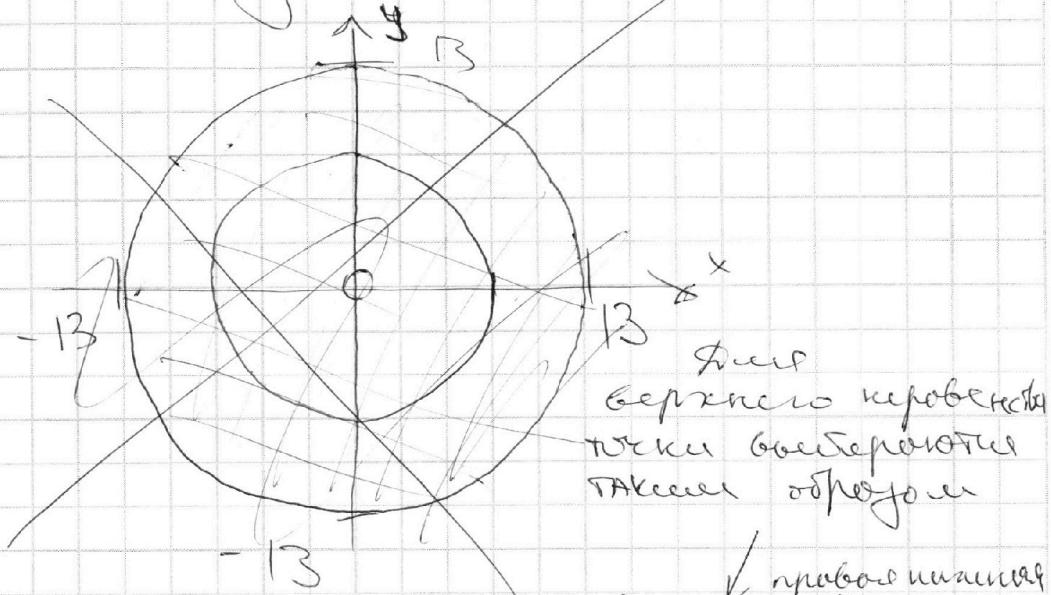
- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
4 из 3

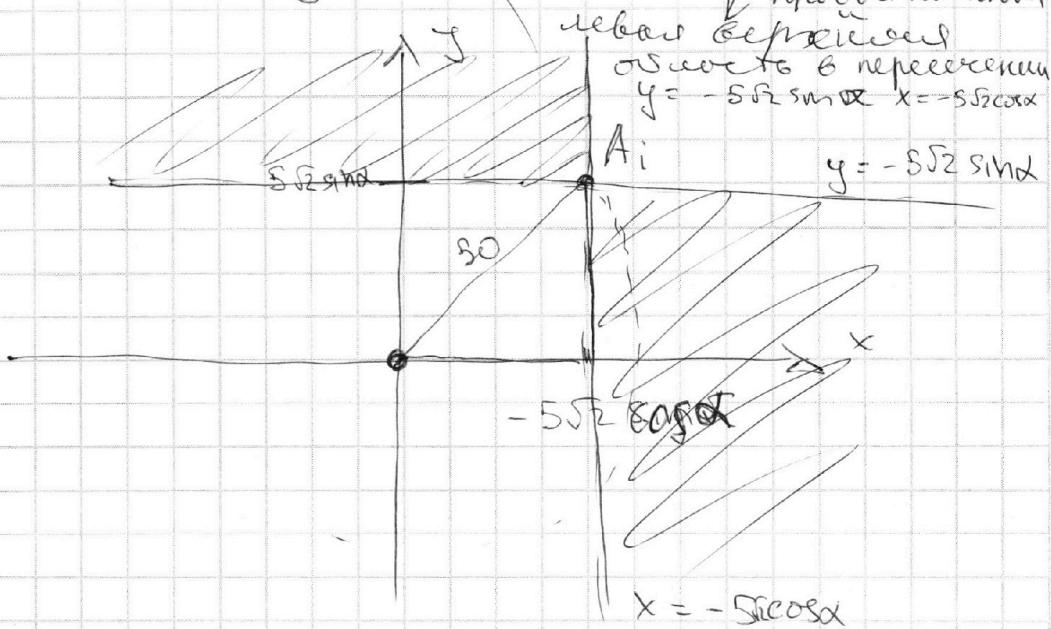
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 189 \end{cases}$$



верхнюю первенствующую точку выберем мы так как обработан



правая инициал  
левая верхняя  
область в пересечении  
 $y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$   $x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$

$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$

$A_1$

$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$

-  $5\sqrt{2}$  ~~база~~

$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$

все точки  $A_i$  лежат на окружности

$$R = (-5\sqrt{2} \sin \alpha)^2 + (-5\sqrt{2} \cos \alpha)^2 = 50$$

$$x \in [-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2}] \quad y \in [-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}]$$

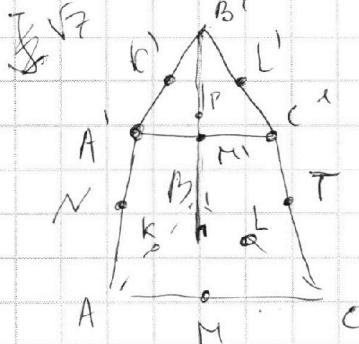
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



О соединение катетов  
вершины как на  
секретце

$$(S_{A'B'C'} < S_{ABC})$$

и точки катетов широкий  
буквенный как на  
секретце

Tanya

$$kP = BL = BP$$

$$MC = LC - TC \quad \left\{ \begin{array}{l} AM + MC = AC \\ \Rightarrow BL = AC - LC = AM \end{array} \right.$$

$$AN = AM = AK \quad \left\{ \begin{array}{l} BK = AC - AM = MC \\ \Rightarrow AM = MC \end{array} \right.$$

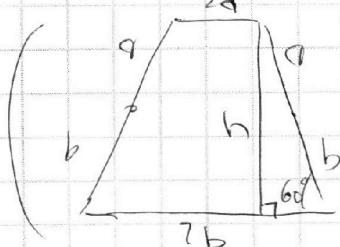
$$\Rightarrow NA = AK = AM = CM = CL = CT = BK = BL = BP = b$$

и аналогоческое расположение можно  
применить к вершине есть  
предполагаю и получит

$$A'N = A'M = A'K = C'T = C'M = C'L = B'L = B'K = B'P = a$$

$$\Rightarrow S_1 = S_{A'B'C'} + S_{ABC} = a^2\sqrt{3} + b^2\sqrt{3} = \sqrt{3}(a^2 + b^2)$$

$$S_2 = S_{AA'C'C} + S_{AA'B'B} + S_{CC'B'B} = 3\sqrt{3}(a+b)^2$$



трапеций с основанием  
2a и 2b и склонением  
бисекта — h =  $(\frac{a+b}{2})\sqrt{3}$

$$S = \left(\frac{a+b}{2}\right)\sqrt{3} + 2(a+b) \cdot \frac{(a+b)^2}{4}\sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

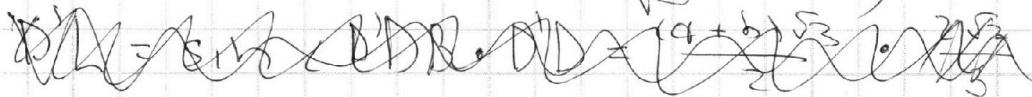
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \angle S D O_2 = \frac{S O_2}{SD} = \sqrt{\frac{3b^2 - \frac{b^2}{3}}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{aligned} \sin \angle S B O_2 &= \frac{S O_2}{B O_2 S B} = \frac{\sqrt{3b^2 - \frac{b^2}{3}}}{2b\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{3}} = \\ &= \frac{\sqrt{3b^2 - \frac{b^2}{3}}}{2b} = \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

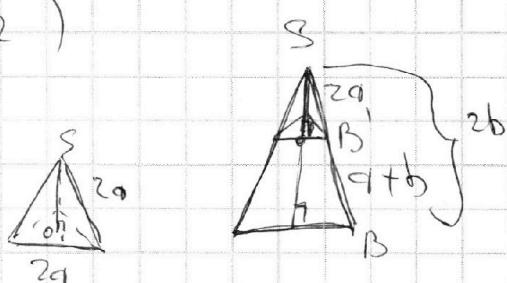
3 BH - высота б. проекции DD' B'B  
~~D'L~~ BH  $\Rightarrow D'L = BH$

$$BH = \sin \angle B'BD \cdot B'B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} (a+b) = 2\sqrt{\frac{2}{3}} (a+b)$$



(т.к. BH || O<sub>1</sub>O<sub>2</sub>)

$$SO_2 = \frac{\sqrt{8}}{3} b \quad SO_1 =$$



$$SB = 2b$$

$$B'C = a+b \quad \left\{ \Rightarrow SB_1 = 2b-a-b = b-a = 2a \right.$$

(т.к. A'B'C'S - тоже правильная пирамида)

$$\Rightarrow b = 3a$$

$$\Rightarrow S_2 = 3\sqrt{3} (a+3a)^2 = 12\sqrt{3}a^2$$

$$S_{A'B'C'} = a^2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{S_{A'B'C'}}{S_2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12\sqrt{3}a^2} = \frac{1}{12}$$

$$\text{Объем: } \frac{1}{12}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Остается найти отношение  $a:b$ .

Чтобы симметрии

$O_1$  - центр  $\triangle A'B'C'$

$O_2$  - центр  $\triangle ABC$

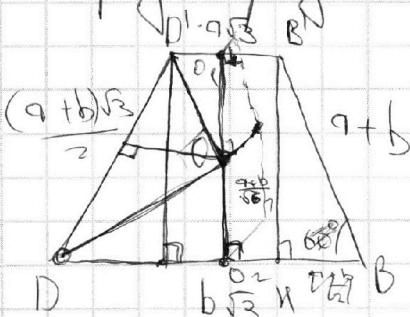
чт-ж симметрии симметрически

точки  $O_1, O_2, B, B'$   $O_1$  и  $O_2$

- точки касания  $\omega$   $\triangle A'B'C'$  и  $\triangle A^*B^*C^*$

сочетательно и эта точка

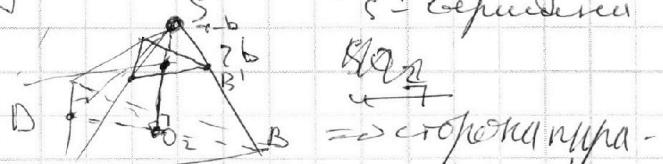
пересекает  $AA'C'$  - самое проходящее  
через середину отрезка ( $D$  - середина  $A'C'$ )



i) какое значение  $D'DB$

вторичный приращение  
до полной приращения

$$= \sqrt{\frac{8}{3}b - \frac{8}{\sqrt{3}}a}$$



$$\Rightarrow O_2D = \frac{b\sqrt{3}}{3}, SD = b\sqrt{3}, O_2B = \frac{2b\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \angle SDO_2 = \frac{O_2D}{SD} = \frac{b\sqrt{3}}{b\sqrt{3}} = \frac{1}{2}, \sin \angle O_2B = \frac{1}{2}, \sin \angle O_2B = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Система  $f = 9$

$$(n-2)(n-3) = (n-8)(n-7)$$

$$n^2 - 5n + 6 = n^2 - 15n + 56$$

$$10n = 50$$

$$n = 5$$

3 2 (-3. 12)

$$\frac{C_5^2}{C_5^4} = \frac{8 \cdot 4 \cdot 2}{2} = 2$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2^4 \cdot 3^3} = \frac{(n-2)(n-3)}{2(n-7)(n-6)}$$



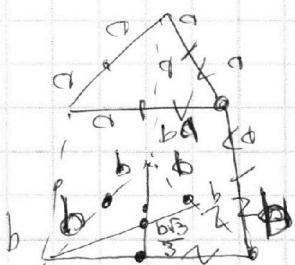
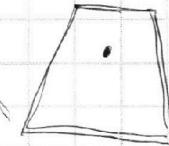
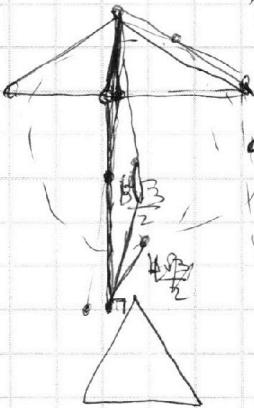
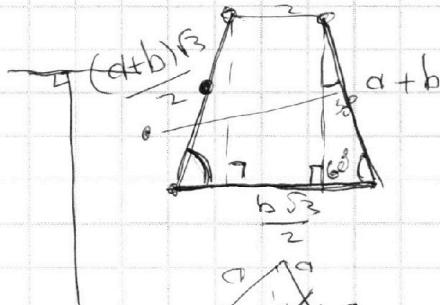
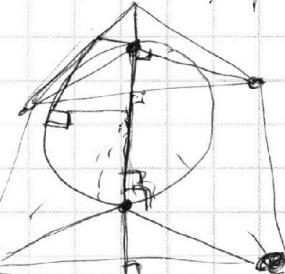
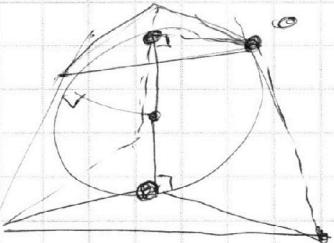
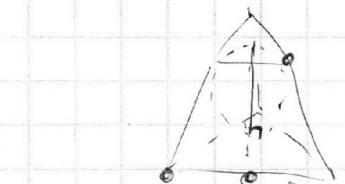
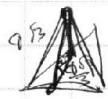
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{8a^2}{3}$$



$$\frac{d\sqrt{3} \cdot 2a}{2} = a\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}(b^2 - a^2)$$

$$\frac{a+b}{2} \cdot 2b = \left( \frac{a+b}{2} + b \right) \left( \frac{\frac{a+b}{2}(a+b)}{2} \right)$$

$$\frac{b\sqrt{3}}{3} + \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a+b\sqrt{3}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < 0$$

$$-6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2$$

$$\sin(\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2}) < 0$$

$$\frac{x}{6} \cos \arcsin \frac{x}{6} + \frac{y}{2} \cos \arcsin \frac{y}{2} < 0$$

$$\frac{x}{6} \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} + \frac{y}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} < 0$$

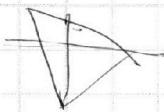
$$\cos(\arcsin x) = \cos(\arccos(\sqrt{1 - \cos^2 x}))$$

$$\cos(\arcsin x) = t$$

$$\arcsin x = \arccos t$$

~~$$\arcsin x = \arccos t$$~~

$$t = \pi - x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$\sin x = \cos t$$

$$\sin(\cdot) + t =$$

~~$$\sin x = \cos t$$~~

$$\sin x = \cos t$$

$$x = \sin \alpha$$

$$t = \cos \beta$$

$$\alpha = \arcsin x$$

$$\beta = \arccos t$$

$$\alpha = \beta$$

~~$$x = \frac{\sqrt{1-y^2}}{4}$$~~

$$x^2 + t^2 = 1$$

~~$$t = \sqrt{1-x^2}$$~~

$$x \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} + 3y \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}} < 0$$

$$x \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} < -3y \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}$$

$$x^2 \left(1 - \frac{y^2}{4}\right) < 9y^2 \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$$

$$x^2 - \frac{x^2 y^2}{4} < 9y^2 - \frac{9y^2 x^2}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

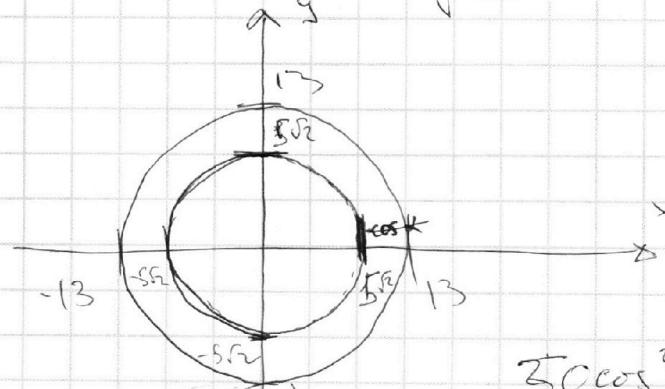
$$y(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) + 5\sqrt{2} \sin \alpha (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 50$$

$$y(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)$$

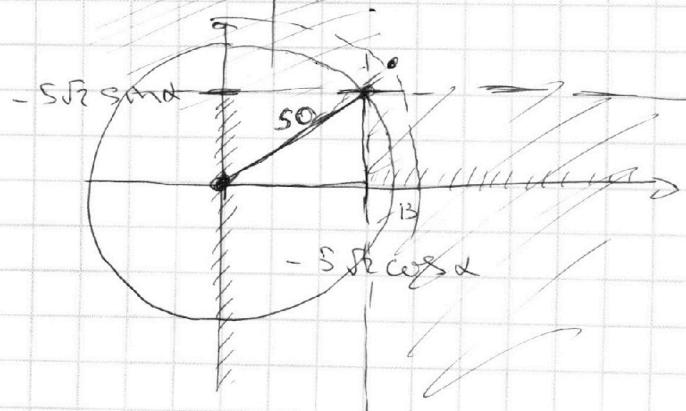
$$\left\{ \begin{array}{l} x + 5\sqrt{2} \cos \alpha > 0 \\ y \leq -\frac{5\sqrt{2} \sin \alpha (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)}{x + 5\sqrt{2} \cos \alpha} = -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \cos \alpha = 2 \\ \sin \alpha = 1 \\ 2^2 + 1^2 = 1 \end{array}$$

$$x^2 + y^2 \leq 169 \quad \sqrt{50} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 50$$



$$50 \cos^2 \alpha + 50 \sin^2 \alpha = 50$$



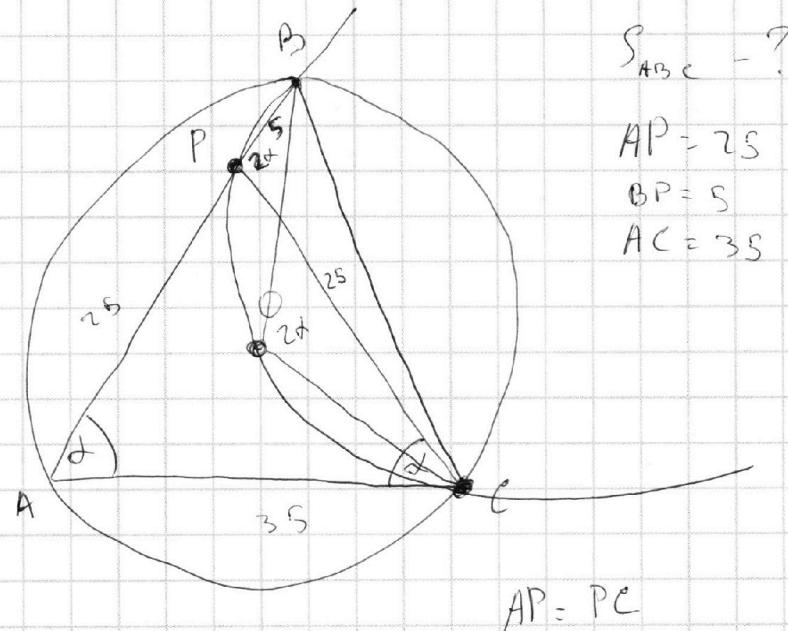


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



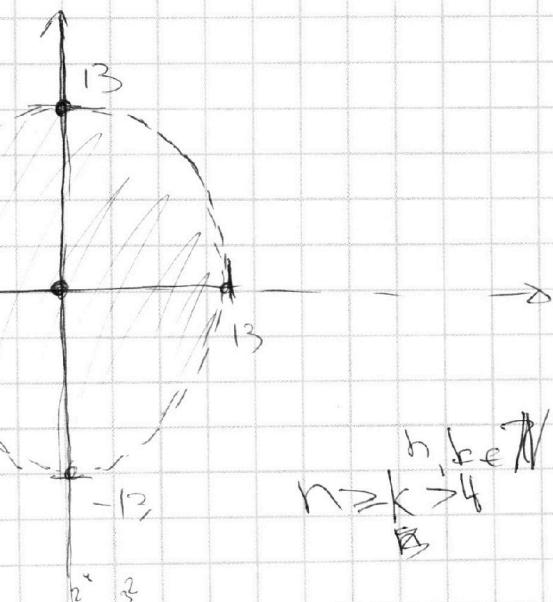
$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 16^2 \end{cases}$$

$$(x - 1)(y + 1) \leq 0$$

$$xy - 1 - y + x \leq 0$$

$$y(x - 1) \leq -x$$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ y \leq \frac{-x}{x-1} \end{cases}$$



$$n, k \in \mathbb{N}$$

$$n \geq k \geq 4$$

$$y + 5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$6 \cdot 9$$

$$k(n-k-1)(n-k-2)(n-k-3) = 14n(n-k+1)(n-k+2)$$

$$\frac{(n-k-2)(k)}{n-k+2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$k(k-1)$$

$$n-2 = t+k-2$$

$$n-k = t$$

$$k = n$$

$$k-1 = n-t-1$$

$$k = n-t$$

$$\begin{matrix} n \\ 2^4 \\ 2^5 \end{matrix}$$

$$16 \cdot 9$$

$$(k^2 - k)(n-2)(n-3) = 36 \cdot 4(n-k+1)(n-k+2)$$

$$\underbrace{(k-1)k}_{k-1} \underbrace{(n-2)}_{n-2} \underbrace{(n-3)}_{2} \quad 5$$

$$144((n-k)^2 + 3(n-k) + 2)$$

$$6 \cdot 2k$$

$$\underbrace{k^2 n^2}_{-5nk^2} + \underbrace{k^2(6-144)}_{-2 \cdot 144} - \underbrace{kn^2}_{k} + \underbrace{nk(5+288)}_{-k(6-3144)} -$$

$$k^2(n^2 - 5n + 138) + k(-n^2 + 293n + 3 \cdot 144 - 6) - 2 \cdot 144 = 0$$

$$\begin{matrix} 3 \cdot 46 \\ 6 \cdot 23 \end{matrix}$$

$$n^2(k^2 - k) + n(-5k^2 + k \cdot 293) - 138k^2 + (3144 - 6)k - 2 \cdot 144$$

$$k(k-1)(n-2)(n-3) = 144(n-k+1)(n-k+2)$$

$$k:3 \quad k=3 \quad n-k+t = \frac{3}{3}$$

$$n = \frac{k+t}{3}$$

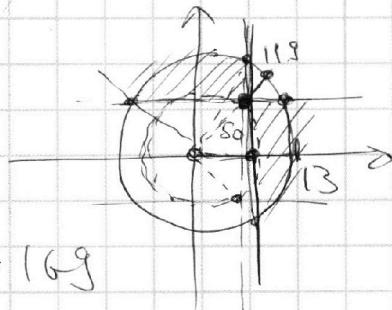
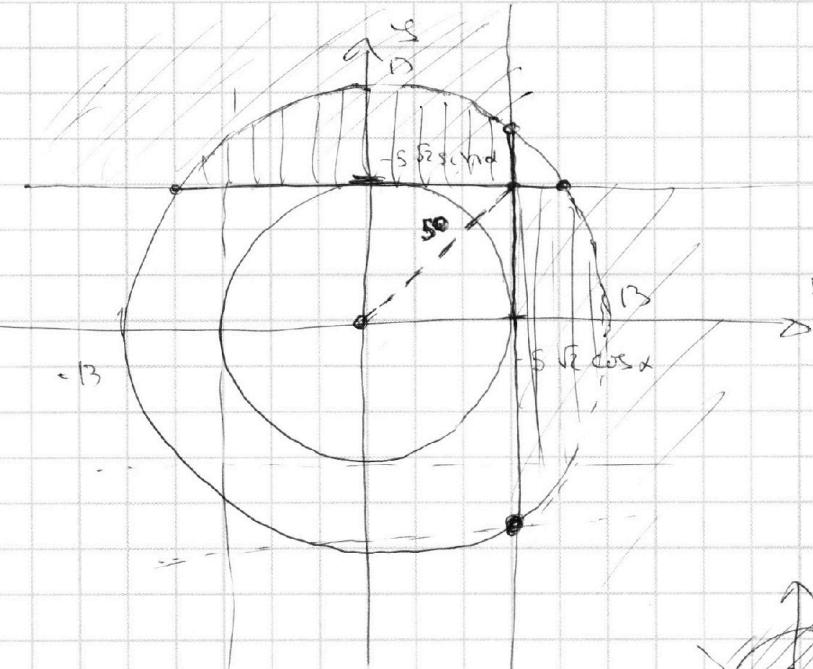


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$(-5\sqrt{2} \cos \alpha)^2 + y^2 = 169$$

$$50 \cos^2 \alpha + y^2 = 169$$

$$x^2 + y^2 = 50$$

$$(x_0; y_0) \quad x_0^2 + y_0^2 = 50$$

$$\begin{cases} x = x_0 \\ x_0^2 + y_0^2 = 169 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

48.

$n$  - количество одноклассников

$$6 \cdot \frac{\binom{n}{2}}{\binom{4}{n}} = \cancel{6} \cdot \frac{\binom{n}{k-2}}{\binom{k}{n}}$$

~~$\cancel{6} \cdot n(n-1)$~~

$$\frac{n!}{4! \cdot (n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3)$$

$$\frac{4! \cdot 6 \cdot n(n-1)}{n(n-1)(n-2)(n-3)} = \frac{36 \cdot 4}{(n-2)(n-3)}$$

$$\binom{n}{k-2} = \frac{n!}{(k-2)!(n-k+2)!} = \frac{k!(n-k)!}{(k-2)!(n-k+2)!} =$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(k)!(n-k)!}$$

$$k(k-1); 144 = 12 \cdot 8$$

~~$k^2 \cdot k \cdot (n-k)$~~

$$= \frac{(k-1)k}{k(n-k+1)(n-k+2)} = \frac{36 \cdot 4}{(n-2)(n-3)}$$

$$(k^2 - k)(n-2)(n-3) = 36 \cdot 4 (n-k+1)(n-k+2)$$

$$(k^2 - k)(n^2 - 5n + 6) = 144 (n-k)^2 + 3(n-k) + 2$$

$$k^2 n^2 - 5nk^2 + 6k^2 - kn^2 + 5nk - 6k = 144n^2 - 288kn + 144k^2 + 3 \cdot 144n - 3 \cdot 144k + 2 \cdot 144$$

~~$k(k-1)(n-2)(n-3)$~~

$$k(k-1)(n-2)(n-3) = 144(n-k+1)(n-k+2)$$

~~(n-k+3)(k)~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$A = \overline{aaaa}$$

$$B = \begin{matrix} 6 & b & c \\ \hline 6 & 6 & c \\ \hline b & c & 6 \end{matrix}$$

$$C = \sqrt{\frac{3d}{d\sqrt{3}}}$$

$$a(1+r)$$

$$\alpha / 101 \cdot 11 \quad 101 \cdot 11 - \text{простое}$$

↙

$$606 : 101$$

$$\cancel{606}$$

$$\Rightarrow \times$$

$$ABC = a \cdot 101 \cdot 11 \cdot \cancel{606} \cdot \sqrt{\frac{3d}{d\sqrt{3}}} = \square$$

$$a = 2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(y+2)} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

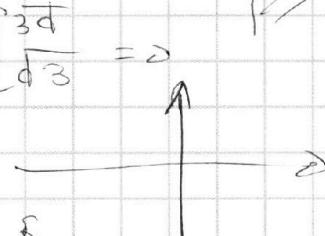
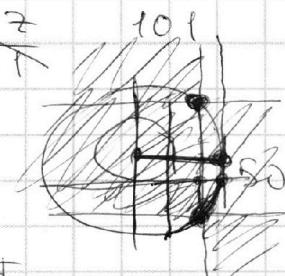
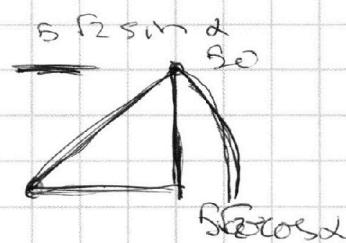
$$M = x^3 - y^3 - 6xy$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+x+5=0 \\ xy=(x-2)(y+2) \\ xy=x^2-2y+2x-4 \\ 0=2x-2y-4 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-5-x \\ y=x-2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} y>0 \\ -x-5>0 \\ -5>x \end{array}$$

$$M_1 = x^3 + (x+5)^3 + 6x(x+5) = x^3 + x^3 + 15x^2 + 75x + 125 + 6x^2 + 30x = 2x^3 + 21x^2 + 105x + 125$$

$$M_2 = x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2) = x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(k^2 - k) \left( \frac{x}{6} \cos \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \right) < 0$$

$$k(k-1) \left( \frac{x}{6} \cos \arcsin \frac{y}{2} + \frac{y}{2} \cos \frac{x}{6} \right) < 0 \quad x \in \mathbb{Z} \quad y \in \mathbb{Z} \quad \frac{x}{6} \in \mathbb{Z}$$

$\begin{cases} x = k-1 \\ \sin x = \frac{x}{6} \\ \sin \alpha = \frac{x}{6} \\ \alpha = \arcsin \frac{x}{6} \end{cases}$

$\begin{cases} x = k \\ \sin x = \frac{y}{2} \\ \sin \beta = \frac{y}{2} \\ \beta = \arcsin \frac{y}{2} \end{cases}$

$(n-k+1, n-k+2)$  - боковые прости

$$\mathcal{V}_2(k) = \alpha$$

$$\mathcal{V}_2(n-k) = \min(\alpha, \beta)$$

$$\mathcal{V}_2(n-k) = \beta$$

$$\mathcal{V}_2(n-k+2) = \beta$$

↓

$$\alpha + \beta = 5$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta \quad \sin \alpha =$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \pi x \\ \alpha - \beta = \pi y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{|x|}{6} \leq 1 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi x + \pi y}{2}$$

$$\beta = \frac{\pi x - \pi y}{2} \quad -2 \leq y \leq 2$$

$$2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \sin \pi x = -2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cos \pi x$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$$

$$\sin \pi x = -\cos \pi x$$

$$\sin \pi x + \cos \pi x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \pi x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \pi x = \sin \left( \frac{\pi}{4} + \pi x \right) = 0$$