



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Макс из условий $A = a \cdot 111$, где $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow a = 9 \cdot 11 \cdot 10 + \underline{\underline{1}}$

П.к. $ABC = h^2$, где $h \in N$, то все члены множества в произведение ABC

должны входить чётное количество раз $\Rightarrow BC : 101 \cdot 11$. П.к. $C < 100$, то

$B : 101 \Rightarrow B = \overline{608}$, где $B \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Т.к. по условию B содержит

номер 7 , то $B = 7 \Rightarrow B = 707 : 11 \Rightarrow C : 11 \Rightarrow C = C \cdot 11$, где $C \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Т.к. по условию C содержит чётный 1 , то $C = 11 \Rightarrow BC = 101 \cdot 11 \cdot 1 \cdot 7$, значит

$BC : 7 \Rightarrow A : 7 \Rightarrow (9 \cdot 11 \cdot 101) : 7 \Rightarrow 9 : 7 \Rightarrow 9 = 7 \Rightarrow A = 7777 \Rightarrow$ цифра 9

$(A|B|C) = (7777|707|11)$ - единственное решение

Ответ: $(7777|707|11)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

До изменения $k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$, после изменения $k = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$,

мы будем считать что изменение то $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} = 1$

$$\Rightarrow \frac{x-x+4}{x(x-4)} + \frac{y-y+4}{y(y+4)} + \frac{3(x^2 - xy + 4y - 4x + 16)}{(x-4)(y+4)xy} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x-4)} - \frac{1}{y(y+4)} + \frac{3(y - x + 4)}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y(y+4) - x(x-4) + 3y - 3x + 12}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \Leftrightarrow \frac{y^2 + 4y - x^2 + 4x + 3y - 3x + 12}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y^2 + 7y - x^2 + 10 + 12}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \Leftrightarrow \frac{\left(y + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} - (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} + 12}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left(y + \frac{7}{2}\right)^2 - (x - \frac{1}{2})^2}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y + \frac{7}{2} = x - \frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 4 \\ y \neq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + \frac{7}{2} = x - \frac{1}{2} \\ y + \frac{7}{2} = -x + \frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 4 \\ y \neq -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 4 = x \\ y + 3 = -x \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 4 \\ y \neq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + 4 = x \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 4 \\ y \neq -4 \end{cases}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = (y+4)^3 - y^3 - 12y(y+4) = y^3 + 12y^2 + 48y + 64 - y^3 - 12y^2 - 48y =$$

= 64 - Сюда значение момента доставляется например при шаге (5) !,

$$\text{иск. } \frac{1}{5} + \frac{1}{1} + \frac{3}{5 \cdot 1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{3}{1 \cdot 5} = 1 \frac{4}{5}, \text{ т.к. } A = 125 - 1 - 60 = 125 - 61 = 64$$

Ответ: 64.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) \left(3\sin(\pi y) - 3\sin(\pi x) \right) \sin(\pi y) = (\cos(\pi y) + \cos(\pi x)) \cos(\pi y)$$

$$3\sin^2(\pi y) - 3\sin(\pi x) \sin(\pi y) = \cos^2(\pi y) + \cos(\pi x) \cdot \cos(\pi y)$$

$$3\sin^2(\pi y) - \cos^2(\pi y) = \cos(\pi y - \pi x)$$

$$-\cos(2\pi y) = \cos(\pi y - \pi x) \Rightarrow \cos(\pi y - \pi x) + \cos(2\pi y) = 0 \Rightarrow 2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi y + \pi y - \pi x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y - \pi y + \pi x}{2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{3\pi y - \pi x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y + \pi x}{2}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{\pi y + \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\pi y - \pi x = \pi + 2\pi k \\ \pi y + \pi x = \pi + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} 3y - x = 1 + 2k \\ y + x = 1 + 2k \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x+1+2k}{3} \\ y = -x+1+2k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$d) \text{ Для } \forall x \in [-1, 1] \quad \begin{cases} \arccos(x) \in [0, \pi] \\ \arcsin(x) \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \arccos(x) \geq 0 \\ -\arcsin(x) \geq -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \arccos\left(\frac{x}{7}\right) - \arcsin\left(\frac{x}{7}\right) \geq -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \arccos\left(\frac{x}{7}\right) = 0 \\ \arcsin\left(\frac{x}{7}\right) = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{7} = 1 \\ \frac{x}{7} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -7 \end{cases}$$

Проверка на удовлетворение шага (7/4) условия из пункта а):

$$\begin{cases} y = \frac{8+2k}{3} \\ y = -6+2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \in \mathbb{Z} \\ k = 5 \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \text{шаг (7/4) удовлетворен условиями шагов а) и б).}$$

Ост.: а) $(x, \frac{x+1+2k}{3})$ иш. $(x, -x+1+2k)$ где $\forall x \in \mathbb{R}$ и $k \in \mathbb{Z}$;

б) все иш. $(x, \frac{x+1+2k}{3})$ иш. $(x, -x+1+2k)$ где $\forall x \in \mathbb{R}$ и $k \in \mathbb{Z}$, кроме иш. $(7, 4)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уз условие $\arccos\left(\frac{x}{7}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) > -\frac{\pi}{2}$ следующее что $\begin{cases} |\frac{x}{7}| \leq 1 \\ |\frac{y}{4}| \leq 1 \\ x \neq 4(y/x) + 7/4 \end{cases}$

$$\begin{cases} x \in \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\ y \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \\ (x/y) \neq 7/4 \end{cases}$$

При $x = -7$: $\begin{cases} y = \frac{-6+2k}{3} \Rightarrow y \in \{-4, -2, 0, 2, 4\} \\ y = \frac{8+2k}{3} \Rightarrow y \in \{-4, -2, 0, 2, 4\} \end{cases} \rightarrow 5$ way

При $x = -6$: $\begin{cases} y = \frac{-5+2k}{3} \Rightarrow y \in \{-3, -1, 1, 3\} \\ y = \frac{7+2k}{3} \Rightarrow y \in \{-3, -1, 1, 3\} \end{cases} \rightarrow 4$ way

При $x = -2$: $\begin{cases} y = \frac{2u+1+2k}{3} \Rightarrow y/2 \approx y \in \{-3, -1, 1, 3\} \\ y = \frac{-2u+1+2k}{3} \Rightarrow y/2 \approx y \in \{-3, -1, 1, 3\} \end{cases} \rightarrow 4$ way для $y \neq \pm 2$

При $x = 2u+1$: $\begin{cases} y = \frac{2u+2+2k}{3} \Rightarrow y/2 \approx y \in \{-4, -2, 0, 2, 4\} \\ y = \frac{-2u+1+2k}{3} \Rightarrow y/2 \approx y \in \{-4, -2, 0, 2, 4\} \end{cases} \rightarrow 5$ way для $y \neq \pm 2$

Всего way: $8 \cdot 5 + 7 \cdot 4 - 1 = 40 + 28 - 1 = 67$

Ответ: а) $(x, \frac{x+1+2k}{3})$ или $(x, -x+1+2k)$ при $x \in \mathbb{R}$ и $k \in \mathbb{Z}$

б) 67 way



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

54

Жуль было x одноклассников и у бывшев в конце месяца. Количество способов выбрать 4 друга из x друзей $\geq C_x^4$. Если Жуль и Вася начали на концерте,

то осталось 2 свободных места, тогда количество вариантов выбрать пару $\leq C_{x-2}^2$. Вероятность для Жуля и Вася быть Жуль и Вася в начале вече $p_1 = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{\frac{(x-1)!}{2!(x-4)!}}{\frac{x!}{4!(x-4)!}} = \frac{(x-1) \cdot 4!}{2! \cdot x!} = \frac{3 \cdot 4}{x(x-1)}$.

Количество способов выбрать 2 друга из x друзей C_x^2 . Если Жуль и Вася начали на концерте, то осталось $(y-2)$ свободных мест, тогда количество

вариантов пар, содержащих в себе Жуль и Вася C_{x-2}^{y-2} . Вероятность для Жуля и Вася начать на концерте в конце месяца $p_2 = \frac{C_{x-2}^{y-2}}{C_x^y} = \frac{\frac{(x-1)!}{(y-2)!(x-y)!}}{\frac{x!}{(y-2)!x!}} = \frac{(x-1) \cdot y!}{(y-2) \cdot x!} = \frac{y(y-1)}{x(x-1)}$.

$$\text{так то условие } p_2 = 11p_1 \Rightarrow \frac{y(y-1)}{x(x-1)} = \frac{11 \cdot 12}{x(x-1)} \Rightarrow y(y-1) = 132 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 - y - 132 = 0 \Rightarrow (y-12)(y+11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 12 \\ y = -11 < 0 - \text{невозможно} \end{cases} \Rightarrow$$

\Rightarrow в конце месяца было 12 бывших.

Ответ: 12.

I



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I

Дано,

$\triangle ABC$ вписан в ω_1 ,

$\triangle BOC$ - вписан в ω_2

$P \in \omega_2$

$P \in AB$

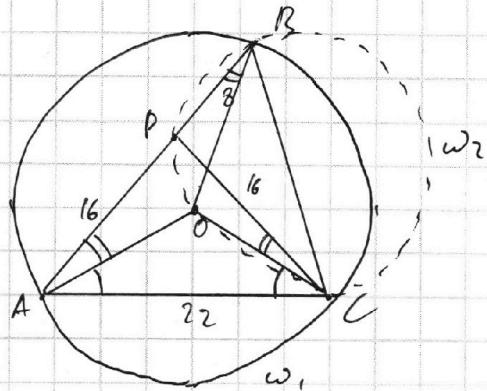
$AP = 16$

$BP = 8$

$AC = 22$

$S(\triangle ABC) = ?$

$\sqrt{5}$



Решение

1) $OA = OC$ (радиусы ω_1) $\Rightarrow \triangle AOC$ - равнобедр. $\Rightarrow \angle OAC = \angle OCA$ ч-бо

2) $OA = OB$ (радиусы ω_2) $\Rightarrow \triangle AOB$ - равнобедр. $\Rightarrow \angle OAB = \angle OBA$ ч-бо

3) $\angle BOC$ - угол между диагональю четырехугольника, вписанного в ω_2

$\angle OBC = \angle OBP$ (одинаковые коэффициенты)

CP

COPB

h.з)

$\angle OCP = \angle OBA = \angle OAB$

4) $\angle BAC = \angle OAC + \angle OAB$ ч-бо $\Rightarrow \angle BAC = \angle PCA$ $\Rightarrow \triangle ADC$ - равнобедр. $\Rightarrow AP = PC = 16$

$\angle PCA = \angle OCA + \angle OCP$

$$\Rightarrow 256 = 256 + 484 - 2 \cdot 16 \cdot 22 \cdot \cos \angle BAC \Rightarrow 2 \cdot 16 \cdot 22 \cos \angle BAC \approx 2 \cdot 22 \Rightarrow \cos \angle BAC = \frac{11}{16} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle BAC = \sqrt{\frac{256-121}{16}} = \frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$

$$6) S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 22 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

$\frac{99\sqrt{15}}{2}$

Ответ:

I

I

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



56

$$\begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \quad (2) \\ x^2+y^2 \geq 36 \quad (1) \end{cases}$$

(1) $x^2+y^2 \geq 36$ - внешней части круга с центром в точке $(0,0)$ и радиусом 6

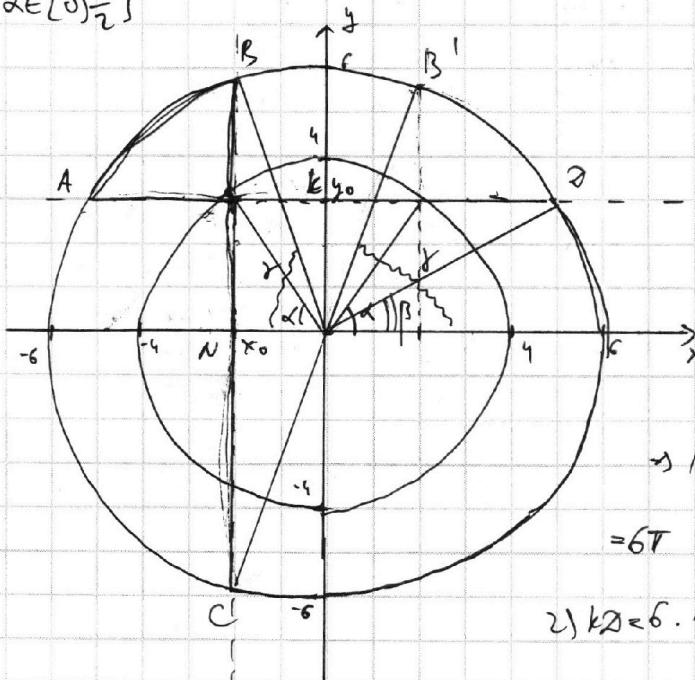
$$(2) (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0$$

Числ. $x_0 = -4\sin\alpha$ и $y_0 = 4\cos\alpha$, тогда $x_0^2 + y_0^2 = 16\sin^2\alpha + 16\cos^2\alpha = 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x_0, y_0)$ - точка на окружности с центром в точке $(0,0)$ и радиусом 4

$$(x-x_0)(y-y_0) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-x_0 \leq 0 \\ y-y_0 \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x-x_0 \geq 0 \\ y-y_0 \leq 0 \end{cases}$$

$$\angle \in [0; \frac{\pi}{2}]$$



$$\cos \alpha = \frac{-x_0}{6} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3} \cos \alpha$$

1) дуга AB симметрична дуге

$B'D$ относительно оси $Oy \Rightarrow$

\Rightarrow их длина равна \Rightarrow

$$\Rightarrow |AB| + |B'D| = |CD| + |DB'| = |CB'| =$$

$$= 6\pi$$

$$2) k_2 = 6 \cdot \sin(90^\circ - \rho) = 6 \cdot \cos \rho = 6 \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AD = 2k_2 = 12 \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{y_0}{6} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3} \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{y_0}{6} \Rightarrow \sin \beta = \frac{2}{3} \sin \alpha$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 \alpha}$$

$$3) NB = 6 \cdot \sin \beta = 6 \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 \alpha} \Rightarrow CB = 12 \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 \alpha}$$

I-

I-

I-

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) M' = |CB'| + AD + BC' = 6\pi + 12(\sqrt{1 - \frac{4}{3}\sin^2 \alpha} + \sqrt{1 - \frac{4}{3}\cos^2 \alpha}) \geq$$

\Rightarrow то выражение 0. Следовательно ~~максимум~~ достигается при $\tan^2 \alpha = 1 - \frac{4}{3} \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{3} \cos^2 \alpha$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

5) Для фиксированного α можно спрятать $\alpha \in [0, \frac{\pi}{4}]$, но из симметрии ~~максимум~~

в других случаях будет достигаться как $\log \alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$

$$6) M'_{\min} = 6\pi + 12(2\sqrt{1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}}) = 6\pi + 24\sqrt{1 - \frac{2}{3}} = 6\pi + 24 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = 6\pi + 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} =$$

$$= 6\pi + 8\sqrt{3}$$

Однако $M_{\max} = 6\pi + 8\sqrt{3}$ достигается при

$$7) M = |CB| + AD + BC' = 12\pi - 6\pi + AD + BC' = 6\pi + AD + BC' = M'_{\max} = 6\pi + 8\sqrt{3}$$

8) Минимум M' совпадет с максимумом $M \Rightarrow$ достигается при всех α .

Однако $M_{\max} = 6\pi + 8\sqrt{3}$ достигается при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

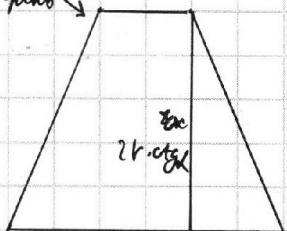
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$d = ?$

$\sqrt{7}$

Боковая часть



Деление

- 1) Пусть R-радиус Ω и r-радиус ω .
- 2) Так ω касается верхней и нижней частей, что боковая часть
делённой фигуры равна $2r$.
- 3) Пусть некоторый угол между, когда боковая боковой части равна $2r \cdot \cos$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \cancel{(a^2 + b^2 + x^2) / (b^2 + 8^2 + x^2)} = \cancel{(a^2 + x^2)} \\
 & \cancel{2r^2(2a^2 + 1)} \\
 & \cancel{(a^2 + k)(b^2 + k)} = k(2r^2)(2a^2 + 1) \\
 & a^2 b^2 + (a^2 + b^2)k + k^2 = k(2r^2(2a^2 + 1)) \\
 & \cancel{(a^2 + b^2 + x^2)(b^2 + 8^2 + x^2)} = \cancel{b^2 + x^2} \\
 & \cancel{(2r)^2 + 2(a-8)^2} \\
 & \cancel{b^2 + k^2} = \cancel{\frac{(2r)^2 + a^2 - b^2}{4r}} = \cancel{\frac{(2r)^4 + a^4 + b^4 - 2b^2(2r)^2 - 2b^2a^2 + 2a^2(2r)^2}{16r^2}} \\
 & \cancel{16r^2} = \cancel{16r^2} \\
 & \cancel{(2r)^4} \quad a^2 b^2 + k(a^2 b^2) + k^2 = k((2r)^4 + 2(a-8)^2) \quad a^2 + 2ab + b^2 \\
 & \cancel{16r^2} \quad k^2 + k(a^2 b^2 - 2(a-8)^2 - (2r)^2) + a^2 b^2 = 0 \\
 & k^2 + k(-a^2 - b^2 + 4ab - (2r)^2) + a^2 b^2 = 0 \\
 & D = (4ab - a^2 - b^2 - (2r)^2)^2 - 4a^2 b^2 = (4ab - a^2 - b^2 - (2r)^2 - 4ab)(4ab - a^2 - b^2 - (2r)^2 + 4ab) \\
 & = (-a^2 - b^2 - (2r)^2)(6ab - a^2 - b^2 - (2r)^2) = ((a-8)^2 + (2r)^2)((2r)^2 + (a-8)^2 - 4ab) = \\
 & = p(p-4ab) \\
 & k_2 = \frac{(p-4ab) \pm \sqrt{p(p-4ab)}}{2}
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(A \mid B)C \in \mathbb{N}$$

$$ABC = a^2 \Rightarrow C < 100 \\ BC : 101 \Rightarrow B : 101 \Rightarrow B = 707$$

$$A = \underline{\underline{aaaa}} \quad A = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$$

$7 \in B$

$$C \nmid 11 \Rightarrow C = 11$$

$$ABC = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 7 \cdot 101 \cdot 11 = a \cdot 7 \cdot (11 \cdot 101)^2 = 4^2 \Rightarrow 7a = k^2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow (A \mid B)C = (7777, 707, 11)$ - **однозначные цифры.**

$$x \geq 20$$

52

$$(x-4)(y+4) = xy - 4y + 4x - 16$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy$$

$$\frac{x-y+4}{(x-4)x} + \frac{y-x-4}{(y+4)y} + \frac{3xy - 3(x-4)(y+4)}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$\frac{4}{x(x-4)} - \frac{4}{y(y+4)} + \frac{3(xy - 4y + 4y - 4x + 16)}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$\frac{4(y(y+4) - x(x-4))}{xy(x-4)(y+4)} + \frac{4(3y - 3x + 12)}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$\frac{y^2 + 4y - x^2 + 4x + 3y - 3x + 12}{xy(x-4)(y+4)} = 0 \Rightarrow y^2 + 7y - x^2 + x + 12 = 0$$

$$y^2 + 7y = (y^2 + 2 \cdot \frac{7}{2}y + \frac{49}{4}) - \frac{49}{4} = (y + \frac{7}{2})^2 - \frac{49}{4}$$

$$-x^2 + x = -(x^2 - x) = -(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) + \frac{1}{4}$$

$$A = (y + \frac{7}{2})^2 - \frac{49}{4} - (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} = (y + \frac{7}{2})^2 - (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{48}{4} / 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(y + \frac{x}{2})^2 = (x - \frac{1}{2})^2 \Rightarrow \begin{cases} y + \frac{x}{2} = x - \frac{1}{2} \\ y + \frac{x}{2} = \frac{1}{2} - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + 4 = 0 \\ y + \cancel{x} = -x - \text{верно} \text{ так как } y + 3 > 0 \\ -x < 0 \end{cases}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = (y+4)^3 - y^3 - 12y(y+4) = (y^3 + 3y^2 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 \cdot y) - y^3 - 12y^2 - 48y$$

- 64 - единственный вариант - достигается при $(5, 1)$

$$k_1 = \frac{1}{5} + 1 + \frac{3}{5} = \frac{4}{5} + 1 = 1 \frac{4}{5} \Rightarrow M = 125 - 1 - 60 = 125 - 61 = 64 \text{ - верно}$$

$$k_2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{3}{8} = 1 \frac{4}{5} \quad (\text{чтобы упростить})$$

$$(x)y \in \mathbb{R}^2$$

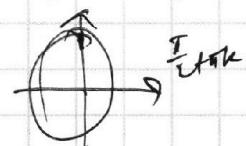
$$a) (3\sin ty - 3\sin tx) 3\sin ty = (\cos ty + \cos tx) \cos ty$$

$$3\sin^2 ty - 3\sin tx \cdot 3\sin ty = \cos^2 ty + \cos tx \cdot \cos ty$$

$$-\cos ty = \cos(ty - tx) \Rightarrow \cos(ty - tx) \neq 0$$

$$\lambda \cdot \cos\left(\frac{ty - tx + \pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{ty - tx + \pi}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{3ty - tx}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{ty + tx}{2}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3ty - tx}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{ty + tx}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 3ty - tx = \pi + 2\pi k \\ ty + tx = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y - x = 1 + 2k \\ y + x = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x + 1 + 2k}{3} \\ y = -x + 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{- общее к решению a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

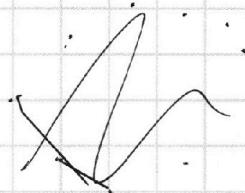
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

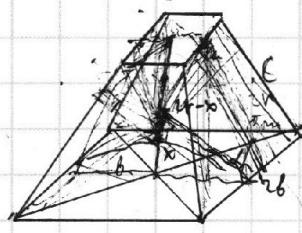
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Omega(R)$$

$$\omega(r)$$



$\sqrt{7}$



$$h = 2r$$

$$\begin{aligned} c^2 &= \left(\frac{2r}{\sin \alpha}\right)^2 + (r - b)^2 = \frac{4r^2}{\sin^2 \alpha} + r^2 - 2rb + b^2 \\ &= \frac{r^2}{\sin^2 \alpha} + (2r \operatorname{ctg} \alpha)^2 = (2r)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \operatorname{ctg}^2 \alpha\right) \\ \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha &= 1 / \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1$$

$$\sqrt{b^2 + a^2}$$

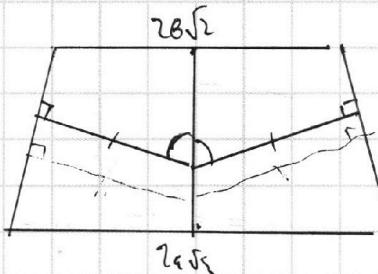
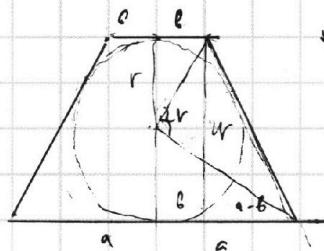
$$r = \frac{\sqrt{r^2 + b^2} \sqrt{r^2 + a^2}}{c}$$

$$\frac{2r}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{r^2 + b^2} \sqrt{r^2 + a^2}}{r}$$

$$\Rightarrow S_{\text{base}} = \frac{2r^2}{\sqrt{r^2 + b^2} \sqrt{r^2 + a^2}}$$

$$(2r)^2 + (a-b)^2 = \left(\frac{2r}{\sin \alpha}\right)^2 \Rightarrow (a-b)^2 = (2r)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1\right) = (2r \operatorname{ctg} \alpha)^2$$

$$a-b = 2r \operatorname{ctg} \alpha$$



$$R = \sqrt{b^2 + x^2}$$

$$R = \sqrt{a^2 + (2r-x)^2}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + x^2 - 4rx}$$

$$b^2 + x^2 = a^2 + (2r-x)^2 \Rightarrow (2r-x)^2 = b^2 + x^2 - a^2$$

$$b^2 = a^2 + (2r)^2 - 4rx$$

$$4rx = \frac{(2r)^2 + a^2 - b^2}{4r}$$

$$\frac{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (2r-x)^2} \cdot \sqrt{(b\sqrt{2})^2 + x^2}}{2rk \cdot r\sqrt{2} \cdot \sqrt{2\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1}} = \sqrt{b^2 + x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№6

4 $\Phi(x)$:

$$\begin{cases} (x+4\pi m)(y-4\pi n) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases} \quad \text{с радиусом 6.}$$

Черт.

$$(1) \begin{cases} x+4\pi m \leq 0 \\ y-4\pi n \geq 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x+4\pi m \geq 0 \\ y-4\pi n \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -4\pi m \\ y \geq 4\pi n \end{cases}$$

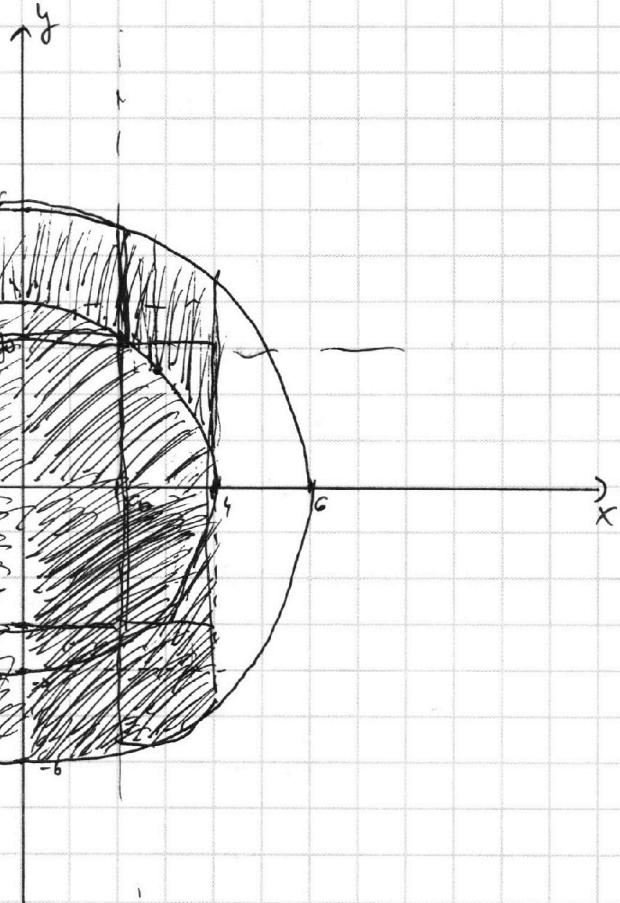
$$x^2 + y^2 = 16\pi^2 + 16\pi^2 = 16$$

окружность
с радиусом 4

аналогично

$$\begin{cases} x \leq x_0 \\ y \geq y_0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x \geq x_0 \\ y \leq y_0 \end{cases}$$

напечатать x_0 и y_0
на один
и дожидаться





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } b_2 = 11 \Rightarrow \frac{y(y+1)}{x(x+1)} = \frac{11 \cdot 12}{12 \cdot 13} \Rightarrow y(y+1) = 11 \cdot 12 \Rightarrow y = 12$$

- Кас. 60 дюймов
в конце

$$64 \cdot 7 = 448 + 28 = 476$$

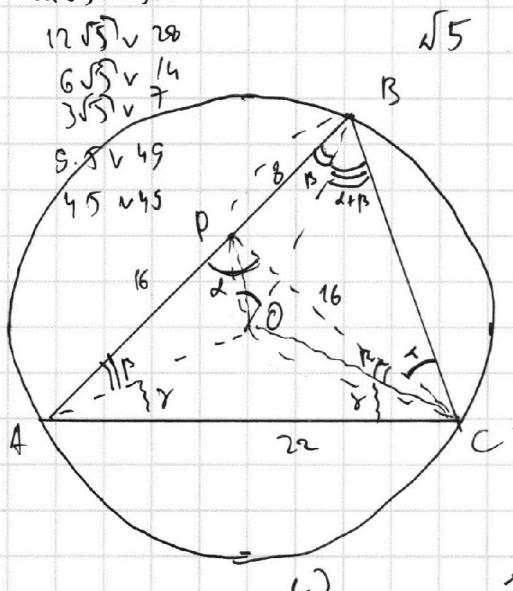
$$224 = 4 \cdot 56$$

$$12 + 4\sqrt{57} \sqrt{8\sqrt{57}}$$

$$y^2 - y - 132 = 0$$

$$(y-12)(y+11) = 0$$

$$\begin{cases} y = 12 \\ y = -11 \leftarrow \text{неверно} \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 & 12\left(\sqrt{1-\frac{4}{9}} + \sqrt{1-0}\right) = \\
 & S(ABC) = 12\left(\frac{\sqrt{5}}{3} + 1\right) = \\
 & = 12 + 4\sqrt{5} \\
 AP &= 16 \\
 12 \cdot 2 \sqrt{1-\frac{2}{3}} &= 24 \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \\
 6\sqrt{2} &= 8\sqrt{3} \\
 2\sqrt{2} &= 4\sqrt{3} \\
 x_1 &= 2\sqrt{2} \\
 x_2 &= \sqrt{2} + \sqrt{4-2} \\
 &= \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2
 \end{aligned}$$

1) \downarrow APC - faktenlogisch $\Rightarrow AP = PC = 16$

$$2y + 4y + 2d = 180^\circ$$

$$2) \text{ Work & APG} \quad 22^2 = 16^2 + 16^2 - 2 \cdot 16 \cdot 16 \cdot \cos \alpha \Rightarrow 484 = 2 \cdot 256 - 2 \cdot 256 \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 512 \text{ cm}^2 = 512 - 484 \Rightarrow 512 \text{ cm}^2 = 28 \Rightarrow 256 \text{ cm}^2 = 14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 128 \text{ cm} d = 7 \Rightarrow \underline{\underline{d = \frac{7}{128}}}$$

$$w_{2d} = 1 - \gamma m^2 \Rightarrow m^2 = \frac{1 - w_{2d}}{\gamma}$$

$$3) \cos(\beta + \gamma) = \cos\left(\frac{180^\circ - \alpha}{2}\right) = \cos(90^\circ - \frac{\alpha}{2}) = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2}{128}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{126}{128}}{2}} = \sqrt{\frac{126}{256}} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$

$$4) \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin(\beta + \gamma) = \frac{1}{2} \cdot [4 \cdot 12] \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} = \frac{99\sqrt{15}}{2} \text{ - unbenannt}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

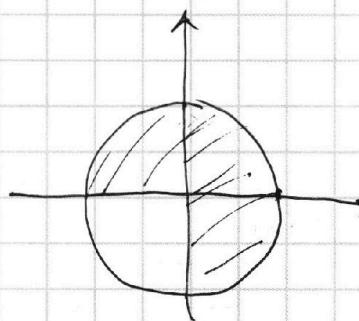
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\delta) \begin{cases} 3y - x = 1 + 2k \\ y + x = 1 + 2k \end{cases}$$

16 из 24

$$\arccos\left(\frac{x}{2}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) > -\frac{\pi}{2}$$



$$\arcsin \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arccos \in [0, \pi] \quad (0+x) - \frac{\pi}{2} = x - \frac{\pi}{2} > -\frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

⇒ единственный вероятный не выполнимый случай

$$\begin{cases} \arccos = 0 \\ \arcsin = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \cos(0) \\ \frac{y}{4} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = 1 \\ \frac{y}{4} = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

⇒ Число вероятных не выполнимых случаев 2

$$\begin{aligned} & \text{Уравнение } 12 - 7 = 1 + 2k \Rightarrow 5 = 1 + 2k \Rightarrow k = 2 \\ & \text{Уравнение } 11 = 1 + 2k \Rightarrow 10 = 2k \Rightarrow k = 5 \Rightarrow \\ & (3m+7) - (3m+5) = (m+4) + (m+1) \end{aligned}$$

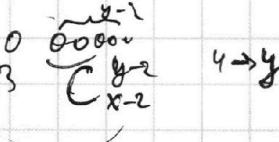
⇒ Число неудовлетворяющих условию случаев 2 ⇒ ① - ответ к пункту δ

✓

Придумать однократно используемые комбинации чисел x и y.

$$p_1 = \frac{C_x^1 C_y^1}{C_x^4} = \frac{1 \cdot 1}{4! / (x-4)!} = \frac{1}{x!} = \frac{1}{4! / (x-4)!}$$

C_x^4 - Кол-во вариантов выборки
4 подбираются



$$p_1 = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!} = \frac{(x-2)! \cdot 4!}{x! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4}{(x-1)x} = \frac{12}{x(x-1)}$$

$$p_2 = \frac{C_{x-2}^{y-2}}{C_x^y} = \frac{(x-4)!}{(y-2)!(x-y)!} = \frac{(x-2)! \cdot y!}{x! \cdot (y-2)!} = \frac{y(y-1)}{x(x-1)}$$