



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111a \text{ для нек. } a \in \mathbb{Z}, 15a \leq 9$$

$$A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot B \cdot C \text{ — поли. квадрат,}$$

значит дел. на 11 и 101 хотя бы дважды

(т.к. 11, 101 — простые). $a \not\div 101$, $C \not\div 101$

$$\Rightarrow B \div 101 \Rightarrow B = 505 \text{ (т.к. } B \text{ содержит цифру 5)}$$

$$\Rightarrow ABC = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 505 \cdot C = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 101^2 \cdot$$

$$\cdot a \cdot C. \quad a \not\div 11 \Rightarrow C \div 11 \Rightarrow C = 33 \text{ (т.к.}$$

$$C \text{ содержит цифру 3)} \Rightarrow ABC = 2 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot a$$

$$\Rightarrow 2a \text{ — поли. квадрат} \Rightarrow a = 2 \text{ или } a = 8$$

$$\Rightarrow A = 2222 \text{ или } A = 8888$$

$$\text{Ответ: } (2222, 505, 33); (8888, 505, 33)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)/(y+2)}$$

$$\Rightarrow xy = (x-2)/(y+2) \text{ — при усл. что } x \neq 0, x \neq 2, y \neq 0, y \neq -2$$

$$\Rightarrow xy = xy - 2y + 2x - 4 \Rightarrow 2(x-y) = 4$$

$$\Rightarrow x - y = 2$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)^3 + 3x^2y - 3xy^2 -$$

$$- 6xy = (x-y)^3 + 3xy(x-y-2) =$$

$$= 8 \quad \text{Ответ: } 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) Пусть $\pi x = a$, $\pi y = b$

$$(\sin a + \sin b) \sin a = (\cos a - \cos b) \cos a$$

$$\cancel{2} \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} \cdot \sin a =$$

$$= \cancel{2} \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{b-a}{2} \cdot \cos a$$

$$\Rightarrow \sin a \cdot \cos \frac{a-b}{2} = \cos a \cdot \sin \frac{b-a}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{tg } a = \text{tg} \left(\frac{b-a}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{b-a}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \pi x = \frac{\pi y - \pi x}{2} + \pi n \Rightarrow x = \frac{y-x}{2} + n$$

$$\Rightarrow 2x = y - x + 2n \Rightarrow 3x = y + 2n$$

$$y = 3x + 2(-n)$$

$\Rightarrow$ ~~тогда~~ Тогда множество решений

опред. числами $t \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z} : x=t, y=3t+2n$

$$\text{или } (t, 3t+2n) \quad t \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} \cos a = 0 \\ \cos \left(\frac{a-b}{2} \right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} + n, \quad \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} + m \Rightarrow x-y = 1+2m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + n - y = 1+2m \Rightarrow y = n - 2m - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} + k \quad \text{для } k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Ответ: $(t, 3t+2m), t \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{Z}$~~

Ответ: 1. $(t, 3t+2m), t \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{Z}$

2. $(\frac{1}{2}+n, \frac{1}{2}+k), n, k \in \mathbb{Z}$

б) ~~арксин~~ $-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \Rightarrow$ подходит

любая пара (x, y) из ОДЗ.

x, y — целые $\Rightarrow x = t, y = 3t+2m$. С

помощью параметра m можно считать

y любым целым числом такой же

чётности, что и x . $\Rightarrow x = t, y = t+2k,$

$k \in \mathbb{Z}$. $-1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \Rightarrow -6 \leq x \leq 6$

$-1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \Rightarrow$ ~~хз~~ $-2 \leq y \leq 2$

В диапазоне $[-6; 6]$ 7 четных значений x ,
каждому из которых может соответствовать одно

из 3 четных знач. y из $[-2; 2]$. — $7 \cdot 3 = 21$ пар.

В $[-6; 6]$ 6 нечет. знач. x , каждому из которых
может соотв. одно из 2 нечет знач. y из $[-2; 2]$ — $6 \cdot 2 = 12$ пар

$21 + 12 = 33$ пар Ответ: 33.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть было выделено k билетов. Тогда
~~количество билетов~~ кол-во 17-классников
 — n . Тогда кол-во исходов, когда
 Негя и Вася имеют оба купившие билет
 — C_{n-2}^{k-2} . Общее кол-во исходов — C_n^k .

Вероятность благоприятного исхода:

$$\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)! \cdot (n-k)!}}{\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}} = \frac{(n-2)! \cdot k!}{n! \cdot (k-2)!} =$$

$$= \frac{k(k-1)}{n(n-1)}. \quad \text{Если } x - \text{кол-во}$$

билетов в конце месяца, то

$$\frac{x(x-1)}{n(n-1)} = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} \cdot 5 \Rightarrow x(x-1) = 72$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 72 = 0 \quad D = 1 + 288 = 289 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm 17}{2} \Rightarrow x = 9 \quad \text{т.к. } x > 4$$

Ответ: 9.

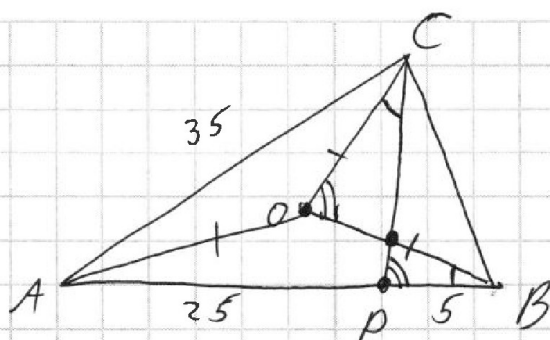


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \angle COB = 180 - 2\angle A \\ & \angle A O = B O = C O \Rightarrow \\ & \Rightarrow \angle C A O = \angle A C O, \angle B A O = \angle A B O \\ & \angle C B O + \angle B C O = 180 - \angle A - \\ & \quad - (\angle A B O + \angle A C O) = 180 - 2\angle A \end{aligned}$$

$$\angle COB = 180 - 2\angle A \quad 180 - (180 - 2\angle A) = 2\angle A$$

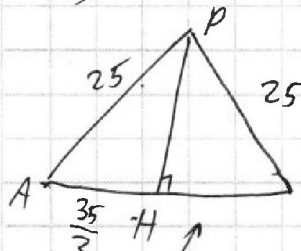
$$\begin{aligned} & R_1 = \text{радиус опис. окр. } (ABC), R_2 = \text{радиус } (BOC) \\ & 2R_1 = \frac{CB}{\sin \angle A}, \quad 2R_2 = \frac{CB}{\sin(2\angle A)} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin(2\angle A)}{\sin \angle A} = 2 \cos \angle A \end{aligned}$$

$$\angle COB = \angle CPB \text{ как впис.}$$

$$\Rightarrow \angle CPB = 2\angle A \Rightarrow \angle APC = 180 - 2\angle A$$

$$\Rightarrow \angle ACP = 180 - \angle A - (180 - 2\angle A) = \angle A$$

$$\Rightarrow AP = CP = 25$$



$$\cos \angle A = \frac{35}{25} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow \sin \angle A = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

т.р. ABC — остроугольный

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{ABC} &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle A = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = \\ &= \frac{105\sqrt{51}}{2} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{105\sqrt{51}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☒ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, сумма длин yz , прилегающих $\Phi(d)$ всегда равна половине длины окружности,

$$R=13, \frac{2\pi R}{2} = \pi R = [13\pi]$$

Частично ~~выбрав~~, длина части периметра, принадлежащая прямой $x = -5\sqrt{2}\cos d$ и $y = -5\sqrt{2}\sin d$

равна сумме длин отрезков этих прямых,

прилегающих к окружности, т.е.

$$L = \underbrace{2\sqrt{169-50\sin^2 d}}_{\text{длина отрезка прямой } y = -5\sqrt{2}\sin d} + \underbrace{2\sqrt{169-50\cos^2 d}}_{\text{длина отрезка прямой } x = -5\sqrt{2}\cos d}$$

максимизируем ~~выбрав~~

$$\sqrt{169-50\sin^2 d} + \sqrt{169-50\cos^2 d} =$$

$$= -\sqrt{169-50\sin^2 d} + \sqrt{169-50(1-\sin^2 d)} =$$

$$= \sqrt{169-50\sin^2 d} + \sqrt{119+50\sin^2 d}$$

$$\text{максимизируем } f(x) = \sqrt{169-x} + \sqrt{119+x}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{169-x}} + \frac{1}{2\sqrt{119+x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{169-x} = \sqrt{119+x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{169-x} = \sqrt{119+x} \Rightarrow 169-x = 119+x \Rightarrow 2x = 50$$

$$\Rightarrow x = 25. f(25) = 24, f(169) = 12\sqrt{2}, f(-119) =$$

$$= 12\sqrt{2} \Rightarrow \text{макс. при } x = 25$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow L \approx 2 \cdot 24 = 48, \quad 50 \sin^2 \alpha = 25$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

~~максимальное~~ $M = 13\pi + 48$

Ответ: макс. знач $M = 13\pi + 48$

при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n, \quad n \in \mathbb{Z}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

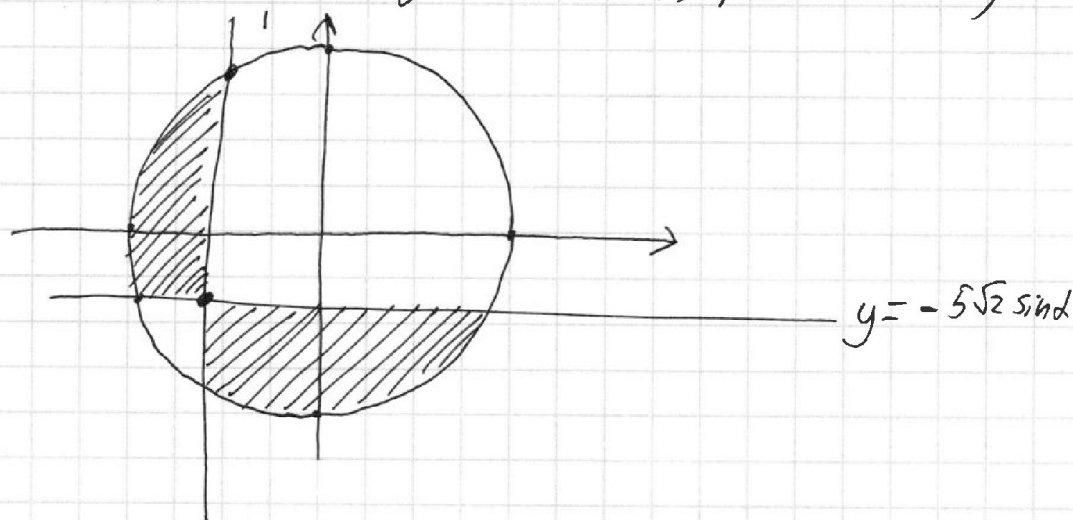
$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 169$ — ~~выбранный~~ все точки внутри окружности с радиусом 13 и центром в $(0, 0)$.

$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$ — левая верхняя и правая нижняя области, ограниченные прямыми

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha, \quad y = -5\sqrt{2} \sin \alpha.$$

Фигура $F(\alpha)$ выглядит так (затраченный обл.):



$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

т. пересечения прямых $(-5\sqrt{2} \cos \alpha, -5\sqrt{2} \sin \alpha)$ всегда лежит внутри окружности, т.к. $50 \sin^2 \alpha + 50 \cos^2 \alpha = 50 \leq 169$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

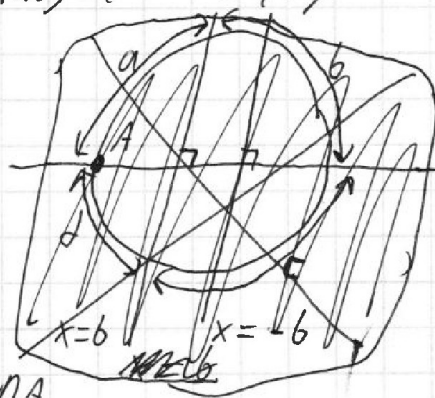
СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

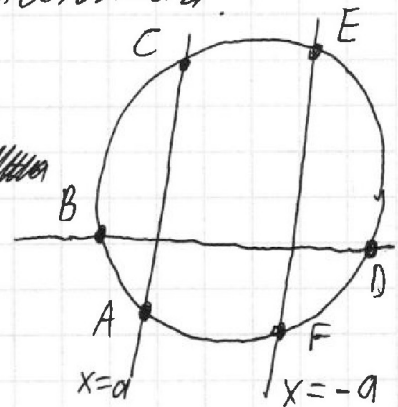
Периметр M равен сумме ^{длины} дуг окружности, принадлежащих $\Phi(\alpha)$ и длин отрезков ~~отраженных~~ ограничивающих прямых, принадлежащих $\Phi(\alpha)$.

Заметим, что сумма длин дуг ~~отраженных~~ принадлежащих $\Phi(\alpha)$ ~~всегда~~ постоянна.

Док-во:



~~Рассмотрим~~
 $y=b$



$\cup AB, \cup BC, \cup CD, \cup DA$

~~$\cup AB, \cup BC, \cup CD, \cup DA$~~ — дуги окружности от пересечения

с прямыми $y=a, x=b$. Докажем, что

~~$\cup AB = \cup CD$~~ . $\cup AB + \cup CD = \cup BC + \cup DA$. Рассмотрим $x=-a$.

Из симметрии K относительно прямой $x=0$:

$\cup ED = \cup BC, \cup AB = \cup FD$. Из симметрии относ. $y=0$:

$$\cup CE = \cup AF \Rightarrow \cup CD - \cup BC = \cup CD - \cup ED = \\ = \cup CE = \cup AF = \cup AD - \cup FD = \cup AD - \cup AB$$

$$\Rightarrow \cup CD - \cup BC = \cup AD - \cup AB \Rightarrow \cup AB + \cup CD = \cancel{\cup AB + \cup CD} \\ = \cup AD + \cup BC \text{ т.е. г.}$$



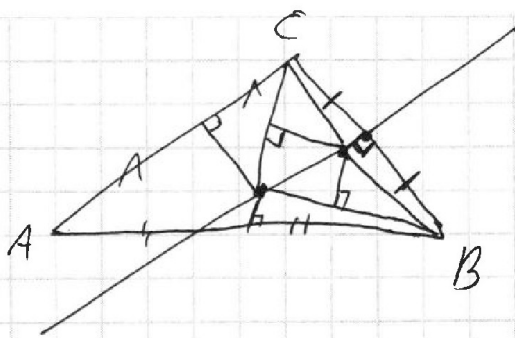
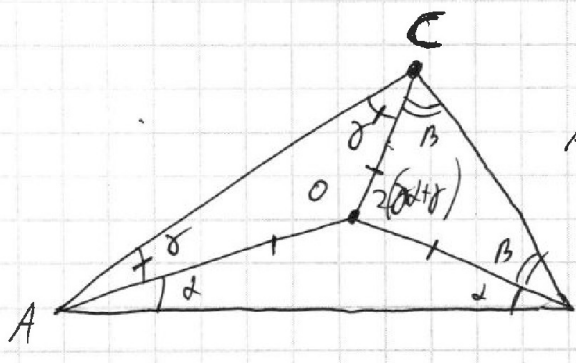
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



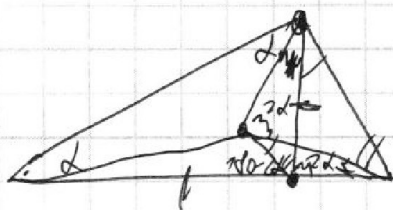
$$360 - (180 - 2\alpha) - (180 - 2\beta) = 2(\alpha + \beta)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = R_1 = \frac{CB}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$R_2 = \frac{CB}{\sin(2(\alpha + \beta))} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin(2(\alpha + \beta))}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{2 \sin \cos}{\sin} = 2 \cos$$

$$2 \cos \angle A$$



$$\frac{b}{R_1} =$$

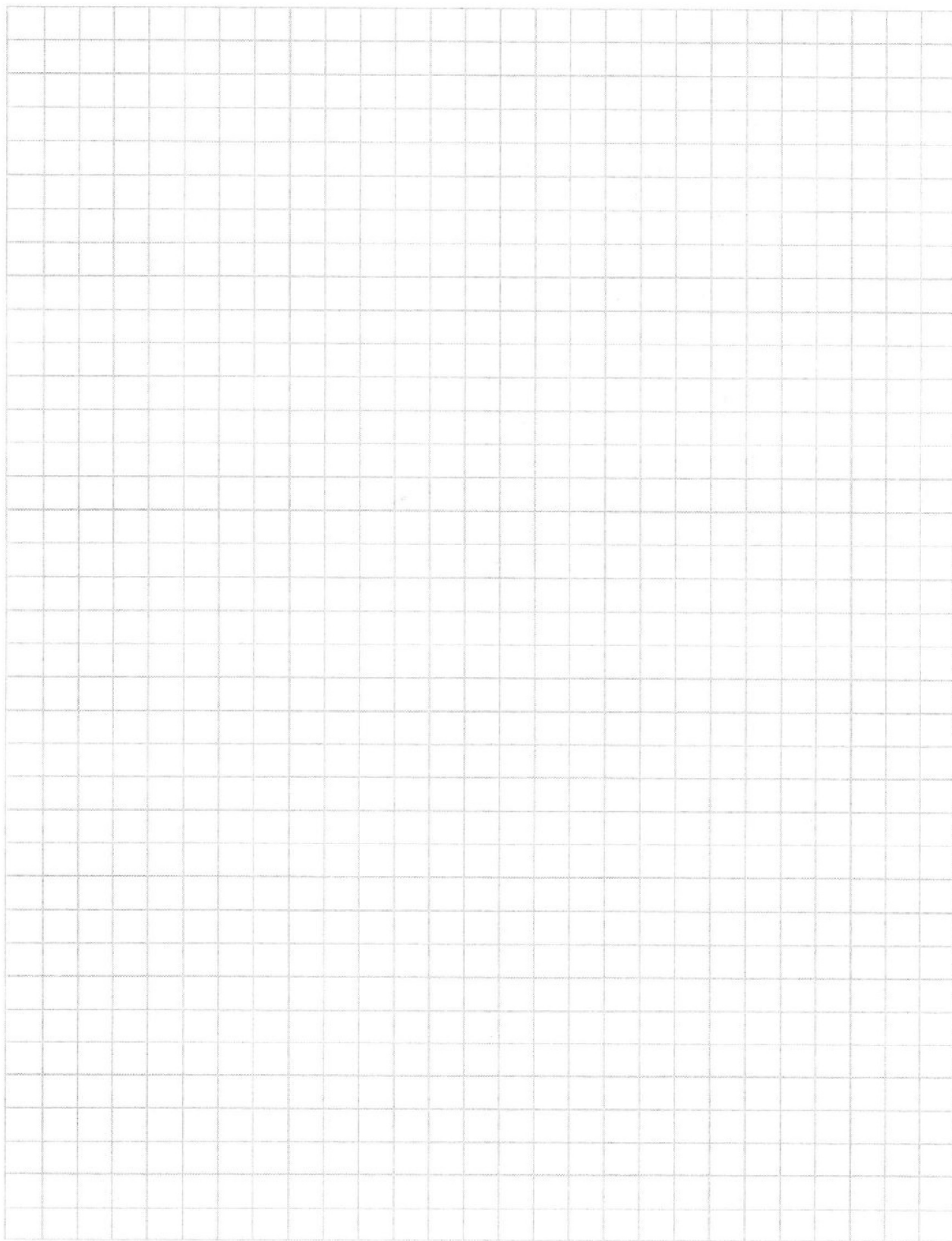


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 6 \cdot \frac{12}{n(n-1)}$$

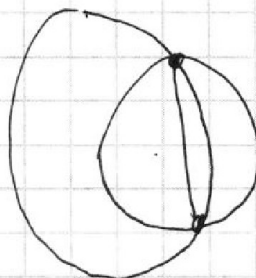
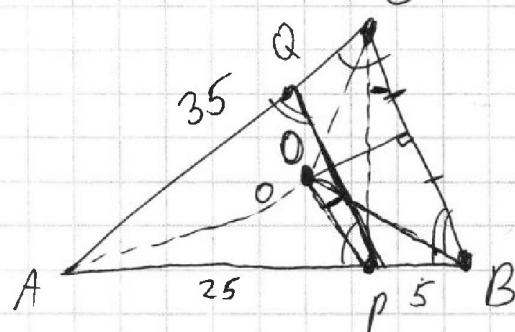
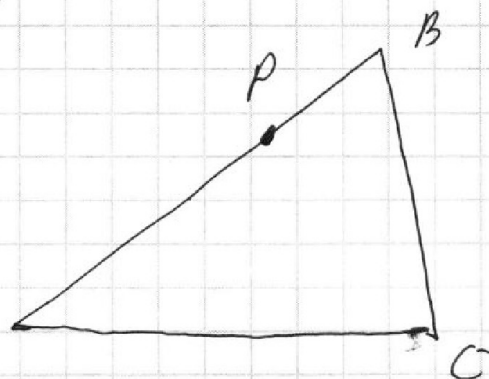
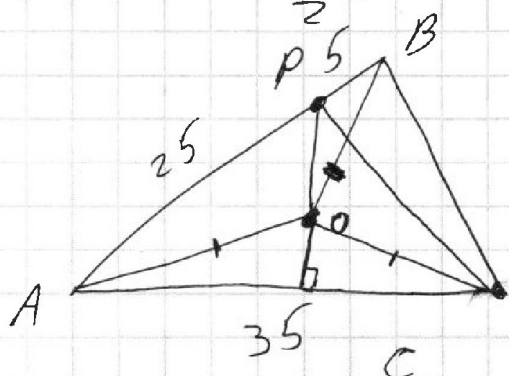
$$k(k-1) = 72$$

$$k^2 - k - 72 = 0$$

$$D = 1 + 288 = 289$$

$$k = \frac{1 \pm 17}{2}$$

$$k = 9$$



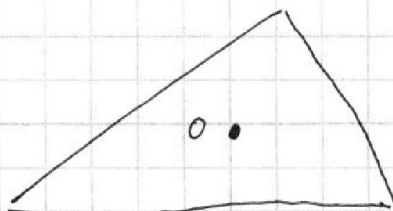
$$AQ \cdot AC = AP \cdot AB$$

$$35 \cdot AQ = 25 \cdot 30 = 750$$

$$AQ = \frac{750}{35} = \frac{150}{7}$$

$$35^2 = 1225$$

$$25^2 = 625$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \frac{\overset{2}{\curvearrowright} n-2}{\overset{4}{\curvearrowright} n} = \frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}} = \frac{12}{(n-2)(n-3)} \\ & = \frac{(n-2)(n-3)(n-2)}{2} = \frac{12}{n(n-1)} \\ & \frac{\overset{k-2}{\curvearrowright} n-2}{\binom{n}{k}} = \frac{(n-2)!}{\frac{(n-k)! \cdot (k-2)!}{n!}} = \frac{(n-2)! \cdot n!}{(n-k)! \cdot (k-2)!} \\ & = \frac{(n-2)! \cdot (n-k)! \cdot k!}{n! \cdot (n-k)! \cdot (k-2)!} = \frac{k(k-1)}{n(n-1) \cdot (n-k+1)(n-k+2)} = \frac{(n-1)k(k-1)}{n(n-1)} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)} \\ & \frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n-2)!}{2! \cdot (n-4)!}} = \frac{\frac{(n-2)(n-3)}{2}}{\frac{(n-2)! \cdot (n-4)! \cdot 2!}{n!}} = \frac{(n-2)! \cdot (n-4)! \cdot 4!}{(n-4)! \cdot 2! \cdot n!} \\ & \frac{(n-2)! \cdot (n-4)! \cdot 4!}{(n-4)! \cdot 2! \cdot n!} \end{aligned}$$

$(n-2) - (k-2) = n-k$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

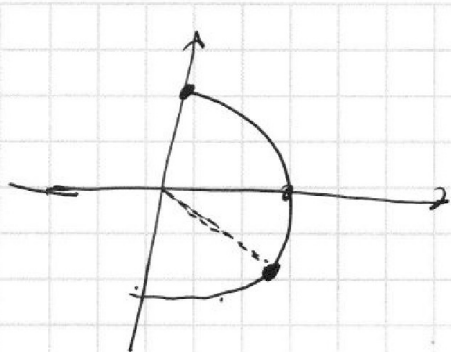
5
☐

6
☐

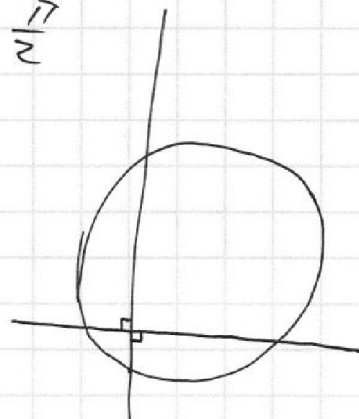
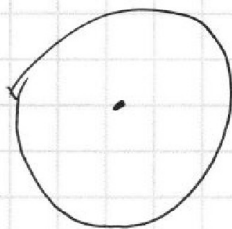
7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\pi}{2} < \arcsin x < \frac{\pi}{2}$$

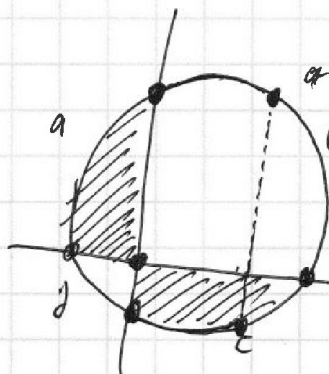
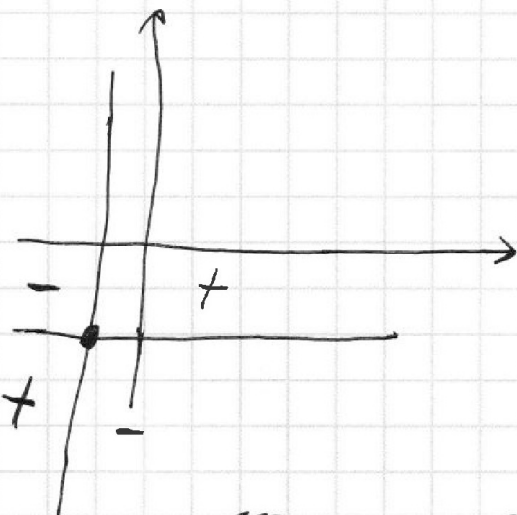


$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) / (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) = 50$$

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$$



$$a + c = b + d$$
$$a - b = d - c$$

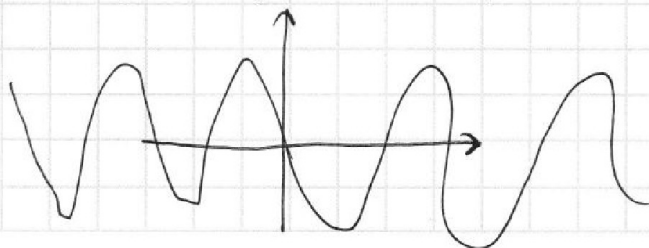
$$-5\sqrt{2} \cos \alpha, -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$50 \sin^2 \alpha + 50 \cos^2 \alpha = 50$$

$$x = t \quad t^2 + y^2 = 189 \quad y = \pm \sqrt{189 - t^2}$$

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha \quad x^2 = 50 \cos^2 \alpha$$

$$2 \sqrt{189 - 50 \cos^2 \alpha} + 2 \sqrt{189 - 50 \sin^2 \alpha}$$





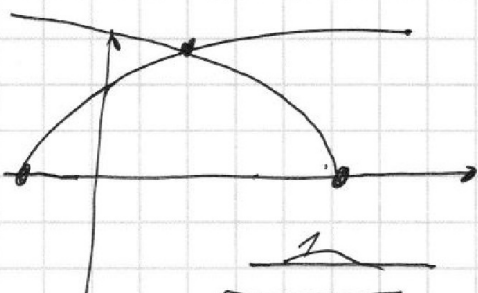
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{759 - 50(1 - \sin^2 \alpha)} = \sqrt{119 + 50 \sin^2 \alpha} + \sqrt{759 - 50 \sin^2 \alpha}$$

$$\sqrt{119 + x} + \sqrt{759 - x} \rightarrow \text{max}$$


$$159 =$$

$$\frac{1}{2\sqrt{119+x}} - \frac{1}{2\sqrt{759-x}} = 0$$

$$\sqrt{119+x} = \sqrt{759-x} \Rightarrow 2x = 50 \Rightarrow x = 25$$

$$\sqrt{119+25} + \sqrt{144} = 24$$

$$\therefore x = -119 \quad \sqrt{50} < 24$$

$$\therefore x = 25 \quad \sqrt{119+759} = \sqrt{878} = 12\sqrt{2}$$

$$50 \sin^2 \alpha = 24 \quad \sin^2 \alpha = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

5	13	5	12	13
$\sin \alpha = \frac{5}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{12}{13}$	

$$n = 4 \quad \text{...}$$

$$= \frac{(n-2)!}{(n-4)! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{n!} = \frac{(n-2)! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{n! \cdot 2} = \frac{6}{n(n-1)}$$

$\frac{6}{n(n-1)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$(\sin x + \sin y) \sin x = (\cos x - \cos y) \cos x$$

$$\frac{\sin x + \sin y}{\sin x + \sin y} = \frac{\cos x - \cos y}{\sin x + \sin y} \Rightarrow \begin{aligned} \sin(x+y) &= \sin x \cos y + \sin y \cos x \\ \sin(x-y) &= \sin x \cos y - \sin y \cos x \\ \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \cos(x-y) &= \cos x \cos y + \sin x \sin y \end{aligned}$$

$$\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2 \sin x \cos y$$

$$\begin{aligned} x+y &= \alpha \\ x-y &= \beta \Rightarrow x = \frac{\alpha+\beta}{2}, y = \frac{\alpha-\beta}{2} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha+\beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha-\beta}{2} \right)$$

$$\cos(x+y) - \cos(x-y) = 2 \sin x \sin y$$

$$x-y = \alpha, x+y = \beta \Rightarrow x = \frac{\alpha+\beta}{2}, y = \frac{\beta-\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\beta-\alpha}{2}$$

$$\begin{aligned} \cancel{2} \sin x \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} &= \cancel{2} \cos x \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{y-x}{2} \\ \sin x \cdot \cos \frac{x-y}{2} &= -\cos x \cdot \sin \frac{x-y}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tan(x) = -\tan\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\tan(x) = \tan\left(\frac{y-x}{2}\right)$$

$$x = t, y = 3t + 2\pi$$

$$x = \frac{y-x}{2} + \pi n$$

$$1, 3, 5, 7$$

$$\arcsin$$

$$t, t+2\pi$$

$$1, 1$$

$$t+2\pi$$

$$\arcsin\left(\frac{t}{5}\right) + \arcsin\left(\frac{t+2\pi}{5}\right)$$

$$-1,$$

$$\arcsin$$

$$t=1, 2, 3, 4, 5, 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 A = 1111a \quad 15a5g \quad \frac{1111}{11} = 101$$

$$a \cdot 11 \cdot 101 \cdot B \cdot C \quad \text{или } B: 101 \quad C: 11$$

$$C: 11 \Rightarrow C = 33$$

$$ABC = a \cdot 3a \cdot 11^2 \cdot B \cdot 101 \quad \text{или } 3a^2 B$$

$$3 \cdot 101 \cdot a \cdot B \quad B: 101 \quad \text{или } 3a^2 B$$

$$3 \cdot 101 \cdot a \cdot 101 \cdot 5 \quad B = 505$$

$$18a - \text{или } 12b \quad 2 \cdot 3^2 \quad 2a - \text{или } 12b$$

$$4, 15, a=2, a=8$$

$$\text{Order: } (2222, 505, 33), (8888, 505, 33)$$

$$N2 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{(x-2)(y-2)}$$

функция. ~~или~~ y δ xy по x и по y .

$$x^3 - y^3 - 8xy = (x-y)^3 + 3x^2y - 3xy^2 - 8xy = (x-y)^3 + 3xy(x-y-2)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} \Rightarrow xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4 \Rightarrow 0 = x - y - 2 \Rightarrow x - y = 2$$