

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$
4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = 1111a \quad ; \quad a; b; c \in \{1; 9\}$$

$$B = \overline{bcd} \quad ; \quad \text{чел. 1 цифра} - 1 \quad c; d; f \in \{0; 9\}$$

$$C = \overline{ef} \quad ; \quad \text{чел 1 цифра} - 5$$

$$ABC = m^2 \quad ; \quad m \in \mathbb{N}$$

$$\underbrace{1111a \cdot B \cdot C = m^2}_{:101} \quad ; \quad \cancel{101} : 101$$

$$\begin{aligned} &\text{Бп} && \text{если} \\ &101-\text{простое число} \Rightarrow m : 101 = j m^2 ; 101^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \underbrace{1111a \cdot B \cdot C}_{:101^2} \Rightarrow B = 101k ; n \cdot k \\ &&& B \text{ содержит единицу} \\ &&& \Rightarrow B = 101 \end{aligned}$$

$$\cancel{1111a \cdot B \cdot C} \Rightarrow$$

$$\underbrace{1111a \cdot 101 \cdot C}_{:11} = m^2 \quad ; \quad \cancel{11} : 11$$

$$\begin{aligned} &\text{11-простое число} \Rightarrow \text{если } a : 11 = j m^2 ; 121 \\ &\Rightarrow 1111a \cdot 101 \cdot C : 121 \Rightarrow \\ &\Rightarrow C = 11n ; n \cdot k \text{ содержит 5} \\ &\Rightarrow C = 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &1111a \cdot 101 \cdot 55 = m^2 \\ &101^2 \cdot 11^2 \cdot 5 \cdot a = m^2 \Rightarrow a = 5 = j m = 101 \cdot 11 \cdot 5 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 5555$$

$$\begin{aligned}B &= 101 \\C &= 55\end{aligned}$$

Ответ: $A = 5555$; $B = 101$; $C = 55$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

М.н АВС : 111~~11~~; A:11; =) C:11, ид
(~~с~~ содержат ~~число~~ 5 => C=55 (число В ~~111~~)

$$11111 \cdot 101 \cdot 55 = m^2$$

$$101^2 \cdot 11^2 \cdot 1 \cdot 5 = m^2$$

Число для задачи изведен ~~число~~ идем $= 5$

Числа: $A = 55555$;
 $B = 101$
 $C = 55$

Ответ: 55555; 101; 55



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} ; = \frac{y+x+1}{xy}$$

~~1~~

$$k = x-3 + y+3 + 1 = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

~~$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9$$~~

~~$$\frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{y+x+1}{xy}$$~~

~~$$x^2y + xy^2 + 2xy = (y+x+1)(xy - 3y + 3x - 9)$$~~

~~$$x^2y + xy^2 + 2xy = 12y^2 - 3y^2 + 3xy - 9y + xy^2 - 3y^2 + 3x^2 - 9x + 3xy - 3y + 3x - 9$$~~

~~$$3x^2 - 3y^2 - 12y - 6x - 9 - xy = 0$$~~

~~$$3(x^2 - y^2) - 3(2y + x) - 9 - xy = 0$$~~

$$3(x+1)^2 + 3(y+2)^2 - 9 - xy = 0$$

$$\frac{(x+y+1)}{(x-3)(y+3)} = \frac{(y+x+1)}{xy}$$

~~$$x^2 + y^2 + xy + y = (y+x+1)($$~~

$$(y+x+1)\left(\frac{1}{(x-3)(y+3)} - \frac{1}{xy}\right) = 0 \quad (\because (y+x+1) > 0)$$

$$\frac{1}{(x-3)(y+3)} - \frac{1}{xy} = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3y - xy - 3x + 3y + y = 0$$

$$y(x^3 - x - 3 + 3 + 1) = 0$$

$$3(y-x) = 0$$

$$y-x = -3 \Rightarrow y = x+3 \Rightarrow x-y = 3 \Rightarrow x = y+3$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy = \\ &= 3 \cdot (9 + 3xy) - 9xy = \\ &= 27 + 9xy - 9xy = 27 \end{aligned}$$

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} -4 \leq x \leq 4 \\ 2k-14 \leq 3x \leq 19+2k \end{array} \right.$$

Решение. Случай: при $x = \frac{1}{2}$:

1) $\left\{ \begin{array}{l} 2x=4 \\ 2k-14+\frac{3}{2} \leq 0 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 2k+19+\frac{1}{2} \geq 0 \\ k \geq -\frac{39}{2} \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} -1,5; 2,5 \\ 1; 2 \\ -16,5; 2,5 \\ 15; 2 \end{array}$$

2) $\left\{ \begin{array}{l} x=-3 \\ 2k-14+9 \leq 0 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 2k+19+9 \geq 0 \\ k \geq -14 \end{array} \right.$

$$\left\{ \begin{array}{l} k \leq 4 \\ k \geq -14 \end{array} \right. \Rightarrow 19 \text{ усл. нр}$$

$$\begin{array}{l} -8 \\ -28 \end{array}$$

3) $\left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ 2k-14+6 \leq 0 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 2k+19+6 \geq 0 \\ k \leq 4 \end{array} \right.$

2) $\left\{ \begin{array}{l} x=-1 \\ 2k-14+3 \leq 0 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 2k+19+3 \geq 0 \\ k \geq -11 \end{array} \right. \Rightarrow 19 \text{ усл. нр}$

3) $\left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ 2k-14+1 \leq 0 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 2k+19+1 \geq 0 \\ k \leq 4 \end{array} \right. \Rightarrow 19 \text{ усл. нр.}$

4) $\left\{ \begin{array}{l} x=3 \\ 2k-14-9 \leq 0 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 2k+19-9 \geq 0 \\ k \geq 5 \end{array} \right. \Rightarrow 19 \text{ усл. нр.}$

Итого: $19 \cdot 4 + 26 = 162$ нр.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Геншперг Суре, когда первое подсчитано

$$\frac{3x - 1 - 2k}{2} = 1 - x + 2k;$$

$$x = \frac{3(2k+1)}{5} \Rightarrow 2k \equiv -1 \Rightarrow k \equiv 2$$

Всемирно ~~но~~ 1 раз не первое количество
посчитано 2 раза:

$$162 - 2 - 2 - 2 = 162 - 160 = 2 \approx 154$$

Ответ: 154



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2k-8+4 \leq 0 \\ 2k+10+4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \leq 2 \\ k \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \text{чел} \Rightarrow 10 \text{ чел.}$$

$$2) \begin{cases} c = -3 \\ 2k - 8 + 3 \leq 0 \\ 2k + 10 + 3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \leq 2,5 \\ k \geq -6,5 \end{cases} \Rightarrow \text{чел} \Rightarrow 9 \text{ чел.}$$

$$3) \begin{cases} c = -2 \\ 2k - 8 \leq 3 \\ k \geq 8 \end{cases} \Rightarrow \text{чел} \Rightarrow 12 \text{ чел.} \Rightarrow 10 \text{ чел. нк}$$

$$4) \begin{cases} c = -1 \\ k \leq 3,5 \\ k \geq -5,5 \end{cases} \Rightarrow 9 \text{ чел. нк}$$

$$5) \begin{cases} c = 0 \\ k \leq 4 \\ k \geq -5 \end{cases} \Rightarrow 10 \text{ чел. нк}$$

$$6) \begin{cases} c = 1 \\ k \leq 4,5 \\ k \geq -4,5 \end{cases} \Rightarrow 9 \text{ чел. нк}$$

$$7) \begin{cases} c = 2 \\ k \leq 5 \\ k \geq -4 \end{cases} \Rightarrow 10 \text{ чел. нк}$$

$$8) \begin{cases} c = 3 \\ k \leq 5,5 \\ k \geq -3,5 \end{cases} \Rightarrow 9 \text{ нк}$$

$$9) \begin{cases} c = 4 \\ k \leq 6 \\ k \geq -2 \end{cases} \Rightarrow 10 \text{ нк}$$

$$10 \cdot 5 + 9 \cdot 4 = 50 + 36 = 86 \text{ нк.}$$

$$\text{Итого: } 10 \cdot 5 + 9 \cdot 4 = 10 \cdot 5 + 9 \cdot 5 = 5 \cdot 19 =$$

~~Итого: 95 нк~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \left\{ \begin{array}{l} -4 \leq k \leq 4 \\ -5 \leq k \leq 8 \\ -10 \end{array} \right. \Rightarrow k \in \{-4; -3; -2; 0; 1; 2; 3\}$$

Замени, что $\sin \frac{k}{4} + \cos \frac{k-1}{4} \neq 2\pi$,
 т.к. $\sin \frac{k}{4} = 1 \Rightarrow k=4$
 $\frac{-k-1}{4} = -1 \Rightarrow k=3$

Что ~~здесь~~ нет

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \gamma \in \mathbb{R} \\ y = 1 + 2k - \gamma \end{array} \right.$$

~~если $\sin \frac{\gamma}{4} + \cos \frac{1+2k-\gamma}{4} < 2\pi$~~

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq \gamma \leq 1 \\ -1 \leq \frac{1+2k-\gamma}{4} \leq 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -4 \leq \gamma \leq 4 \\ -y \leq 1 + 2k - \gamma \leq y \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -4 \leq \gamma \leq 4 \\ -2k-y \leq \gamma \leq 2k+y \end{array} \right. \Rightarrow -2k-8 \leq \gamma \leq 2k+10$$

~~Границы сужены:~~

$$1) 2k+8=4 \Rightarrow 2k=4 \Rightarrow k=-2$$

~~Границы сужены:~~ Границы сужены

$$2) 2k-8=-4 \Rightarrow 2k=4 \Rightarrow k=2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2k-8 \leq \gamma \leq 2k+10 \\ \gamma \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \cdot \sin \pi z = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi z$$

$$2 \cdot \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(y-z)}{2} \cdot \sin \frac{\pi(z-x)}{2} = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(y-z)}{2} \cdot \cos \pi z$$

$$\cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} \right) \left(\cos \frac{\pi(y-z)}{2} \cdot \cos \pi z - \sin \frac{\pi(z-x)}{2} \cdot \cancel{\sin \pi z} \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi(y-z)}{2} + \pi z \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} \right) \cdot \cos \left(\pi \frac{z-y}{2} - \pi y \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} \right) = 0 \quad \cos \left(\pi \frac{z-y}{2} - \pi y \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} \right) = 0 \quad \cos \left(\frac{3\pi z}{2} - \pi y \right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi x + y}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \cos \left(\frac{3\pi z}{2} - \pi y \right) = 0 \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \left(\frac{3\pi z}{2} - \pi y \right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} y = 1 - x + 2k \\ 3x - y = 1 + 2k \end{array} \right.$$

$$1) \left\{ \begin{array}{l} y = 1 - x + 2k \\ \sin \pi x - \sin \left(\pi - \pi y \right) \left(1 + 2k \right) \cdot \cos \pi z = \left(\cos \pi x + \cos \left(\pi - \pi y \right) \right) \cdot \cos \pi z \end{array} \right.$$

$$\sin \pi x - \sin \left(\pi - \pi y \right) \left(1 + 2k \right) \cdot \cos \pi z = \left(\cos \pi x + \cos \left(\pi - \pi y \right) \right) \cdot \cos \pi z$$

$$0 \cdot \cos \pi z = 0 \cdot \cos \pi z = 0 + R$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} y = 3x - 1 - 2k \\ \sin \pi x - \sin \left(3\pi x - \pi - 2\pi k \right) \cdot \cos \pi z = \cancel{\cos \sin \pi x} \end{array} \right.$$

$$\sin \pi x - \sin \left(3\pi x - \pi - 2\pi k \right) \cdot \cos \pi z = \cancel{\cos \sin \pi x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1)~~

~~a) Определите~~

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 - x + 2k \\ x \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

$$y = \frac{3x - 1 - 2k}{2}$$

$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{3x - 1 - 2k}{2} \\ \arccos \frac{x}{4} + \arcsin \frac{y}{9} < 2\pi \\ x \in [0, \pi] \quad y \in [0, \pi] \end{array} \right.$

$$-1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4$$

$$-1 \leq \frac{3x - 1 - 2k}{2} \leq 1 \quad \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$

$$-2 \leq \frac{3x - 1 - 2k}{2} \leq 2$$

$$-4 \leq 3x - 1 - 2k \leq 4$$

$$\frac{-4 + 1}{3} \leq x \leq \frac{4 + 1}{3}$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$-18 \leq 3x - 1 - 2k \leq 18$$

$$2k - 14 \leq 3x \leq 19 + 2k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

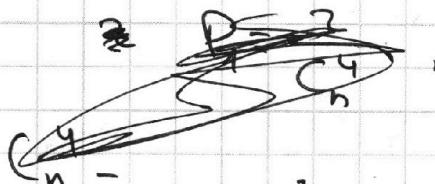
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н - кол-во одноклассиков
Числен: - в начале месяца.

→ Ч Билетов : - в конце месяца.

~~Вероятн~~

Вероятность того, что ПЕТЯ и ВАСЯ
получат на концерте в начале месяца:



$$P_1 = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}; \text{ где } C_{n-2}^2 - \text{ кол-во способов выбрать}\\ 2 \text{ из } n \text{-х,}\\ \text{помимо Пети}\\ \text{и Васи.}$$

C_n^4 - кол-во способов
выбрать
четверо
членов
без
Петя и Васи.

доказательство:

$$P_2 = \frac{C_{n-2}^m}{C_n^m}; m - \text{кол-во билетов в}\\ \text{конце месяца.}$$

$$P_1 \cdot \frac{m!}{2!} = P_2$$

$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} \cdot \frac{m!}{2!} = \frac{C_{n-2}^m}{C_n^m}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{m!}}{\cancel{2!}} \cdot \frac{\cancel{m!} \cdot n!}{2 \cdot m!(n-m)!} = \frac{n!}{(n-4)!\cdot 4!}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{24 \cdot 4}{2} = m! \frac{(n-m)!}{(n-4)!}$$

$$f_4 = \frac{m! (n-m)!}{(n-4)!}, m \geq 4$$

Если $m \leq n-4$:

$$m! \cancel{m! (n-m)!} < (n-4)! \Rightarrow \emptyset \Rightarrow \emptyset$$

$$1) \left\{ \begin{array}{l} m=n: \\ f_4 = \cancel{n!} \frac{(n-0)!}{n-n!} \Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 24; \\ f_4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 - \\ \text{- нет членов,} \\ \text{меньш.} \\ \Rightarrow \emptyset \end{array} \right.$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} m=n-1: \\ f_4 = \frac{(n-1)! \cdot 1!}{n-4!} \Rightarrow \cancel{(n-1)(n-2)(n-3)} = 24 \\ (n-1)(n-2)(n-3) = 24; \\ f_4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4; \\ \text{допущено} \\ \text{нет } \cancel{4} \\ \text{наличен} \end{array} \right.$$

$$3) \left\{ \begin{array}{l} m=n-2: \\ f_4 = \frac{(n-2)! \cdot 2!}{(n-4)!} \Rightarrow (n-2)(n-3) = 42; \\ 42 = 6 \cdot 7 \Rightarrow \end{array} \right. \Rightarrow \emptyset$$

$$4) \left\{ \begin{array}{l} m=n-3: \\ f_4 = \frac{(n-3)! \cdot 6}{(n-4)!} \Rightarrow n-3 = 6 \Rightarrow n=10; \\ m=7 \end{array} \right. \Rightarrow \emptyset$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~3) $m = n - 1$~~

$$\begin{cases} m = n - 1 \\ a_1 = \alpha_1 \neq 0 \end{cases}$$

Число $m = 4$;

Ответ: 4 баллов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 5(изложено)

5) $\Delta APO \cong \Delta CPO$ (по чебориков ~~принципу~~)

$\angle ADO = \angle ODC = \alpha$;

PO - общая

$AO = OC$ (чеб. симметрии
в окн.,
принципу)

$\Rightarrow AP = PC = \frac{16}{3}$

6) Изобрази $DU \perp AC$, и к ΔAPC - и (б.)

$\Rightarrow AU = UC = \frac{AC}{2} = 2$

7) $\cos CBA = \frac{2}{\frac{16}{3}} = \frac{2 \cdot 3}{16} = \frac{3}{8}$;

$\sin CBA = \sqrt{1 - \frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8}$

8) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin CBA =$

$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{26}{5} \cdot \frac{\sqrt{39}}{8} =$

$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot \sqrt{39}}{5 \cdot 8} = \frac{13 \sqrt{39}}{10}$

Ответ: $\frac{13\sqrt{39}}{10}$

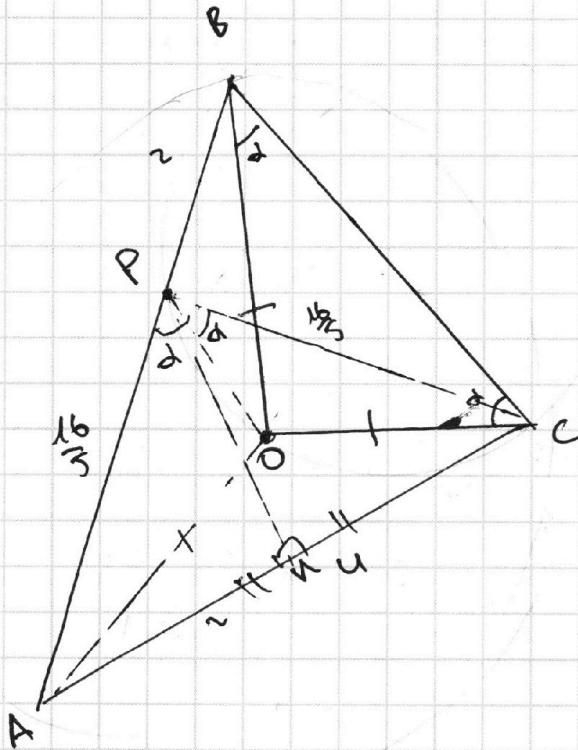


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Задача:

$$\Delta ABC$$

$$AP = \frac{16}{3}$$

$$BP = 2$$

$$AC = 4$$

Очевидно
 ΔABC

Найди:
 $\Sigma AEC = ?$

Решение:

- 1) Проведем PO; POCB - внешний угол.
- 2) Тогда $\angle OCB = \alpha$; m.kO - внешний угол окр. окн $\Delta ABC = \beta$
 $\Rightarrow OB = OC \Rightarrow \Delta BOC - \text{равн.} \Rightarrow \angle ABC = \beta$
 $\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB = \alpha \Rightarrow \angle CDB = \alpha$
- 3) $\angle BPO = 180 - \alpha$ (m.k POCB - внешн.) ;
 $\angle APO = \alpha$ (кн. вен.)
- 4) $\angle OPC = \angle CBO = \alpha$ (кн. внешн.)

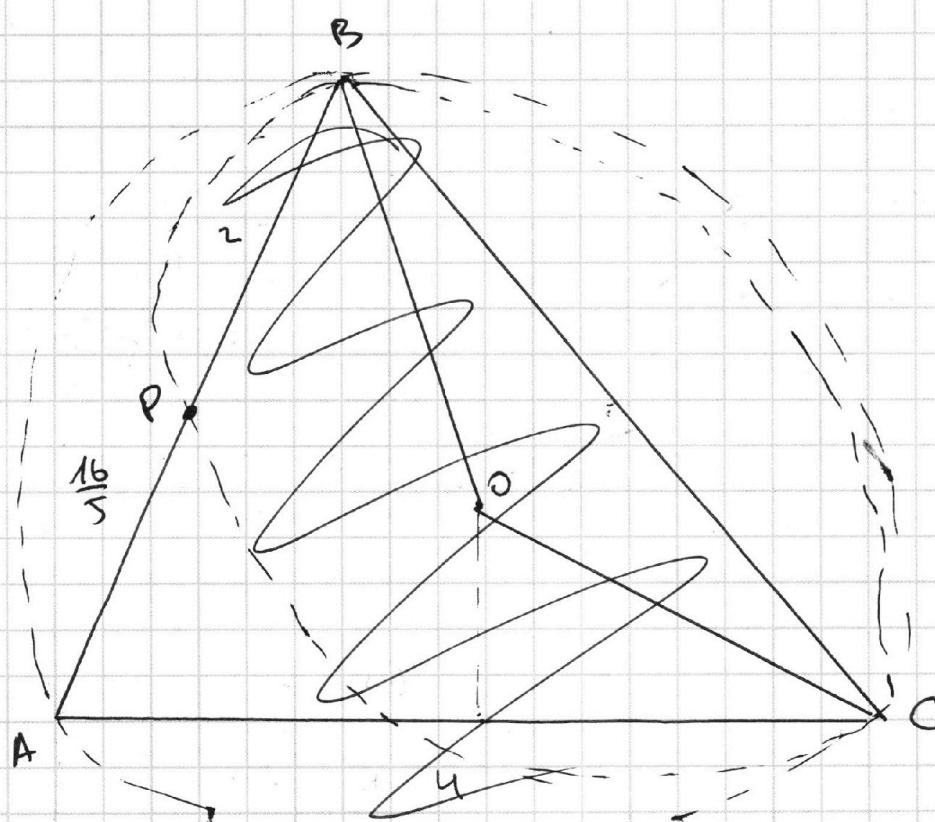


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

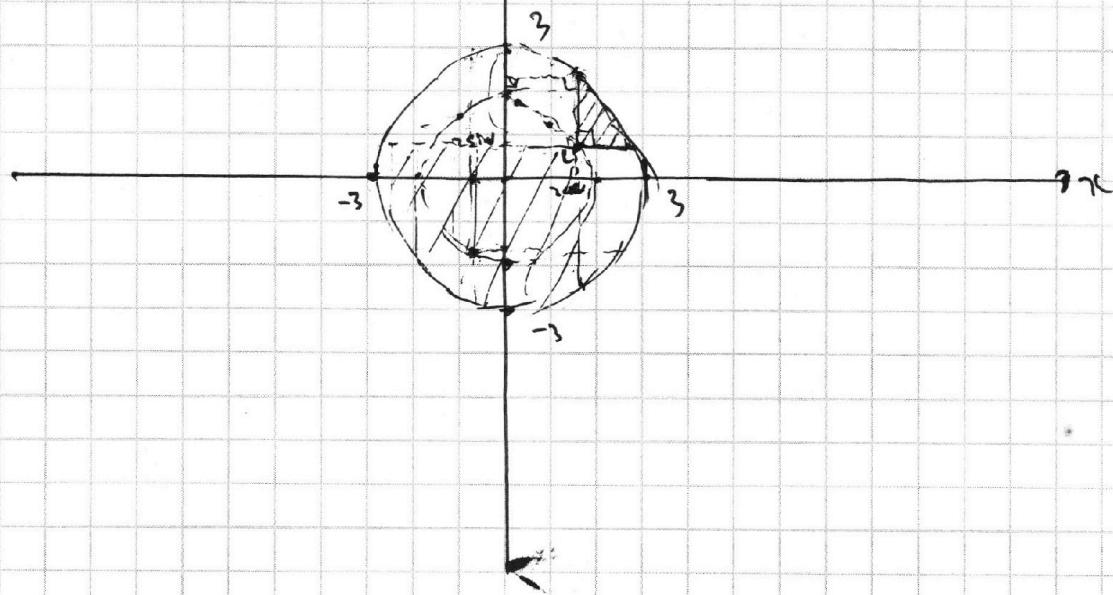
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 2 \sin \alpha \\ x \geq 2 \cos \alpha \\ y \leq 2 \sin \alpha \\ x \leq 2 \cos \alpha \end{cases}$$

Помощь членам ХОУ



Задача, что точка $(2 \cos \alpha; 2 \sin \alpha)$ лежит на окружности радиуса 2, т.е.

\rightarrow то уравнение окружности

$$\text{таким образом: } x^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow$$

\Rightarrow так что окружность общена по центру точка заданная (см. рис.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $CDFR$ - это изображение прямоугольник, и

значит $CF = DR \Rightarrow \cup CF = \cup DR$ (из к)

~~Внешний~~
~~Внешние угла~~
~~Операции на~~
~~внешнее~~
~~угол~~
~~дуги~~)

5) Аналогично $\cup AE = \cup BS$

6) Границы фигуры M решим:

$$AB + CD + \cup AD + \cup CR =$$

~~$= AB + CD + \cup AD + \cup DR + \cup AE +$~~

$$= AB + CD + \cup CF + \cup SB + \cup FS + \cup AD =$$

$$= AB + CD + \cup FS + \cup DR + \cup EA + \cup AD =$$

$$= AB + CD + \cup FR + \cup FS = AB + CD + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 6 =$$

~~$= AB + CD + 6\pi$~~

$$f(\alpha) = 2 \sqrt{Sg - 4 \sin^2 \alpha} + \sqrt{Sy - 4 \cos^2 \alpha} \Big|_{t=4\sin^2 \alpha}$$

~~$f'(t)$~~

Значит: $\sin^2 \alpha = t ; t \geq 0 ; t \leq 1$

$$f(t) = 2 \sqrt{Sg - ut} + \sqrt{Sy + vt} \Big|_{t=4\sin^2 \alpha}$$

$$f'(t) = \frac{x \cdot (-4)}{2\sqrt{Sg - ut}} + \frac{x \cdot 4}{2\sqrt{Sy + vt}} \geq 0 \Big| \begin{array}{l} \cancel{(-4)} > 0 \\ \cancel{(Sg - ut)}(Sy + vt) > 0 \end{array}$$

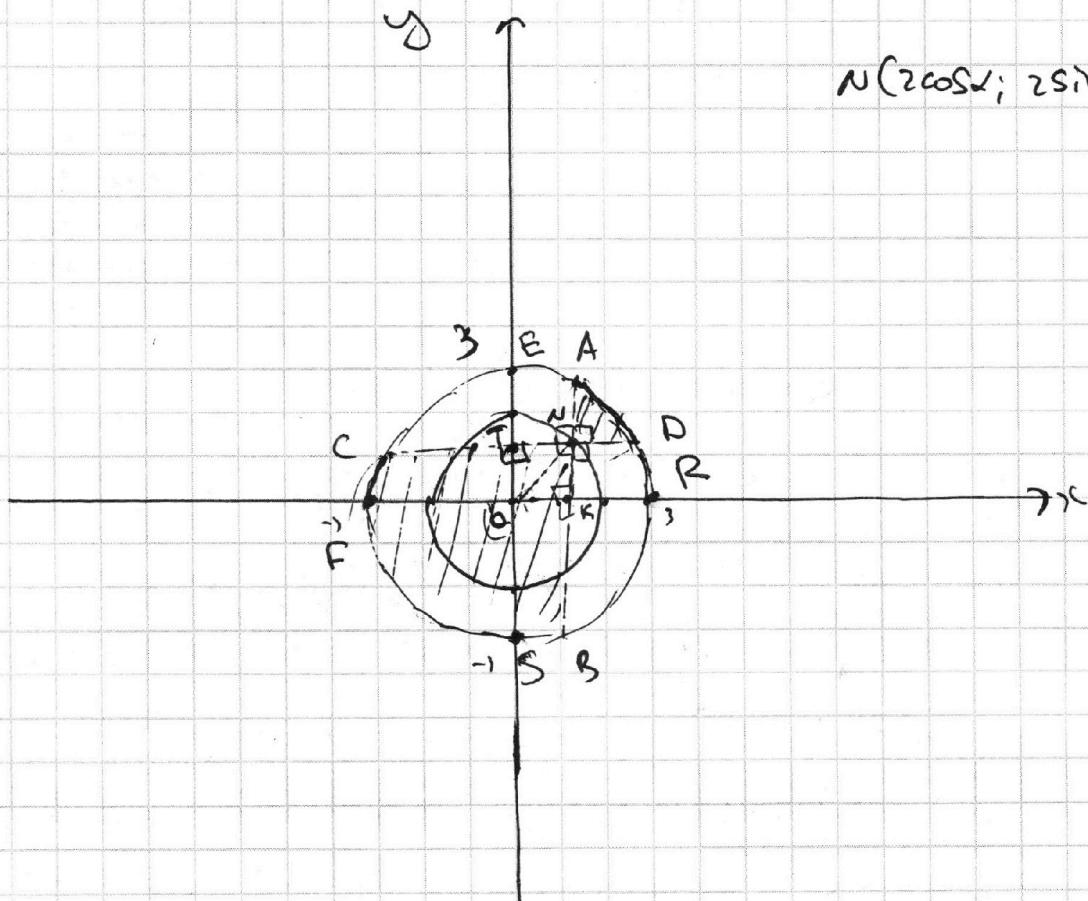


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\Delta AOB - \text{rt}(\text{m.k } AO=OB=3); OK = 2 \cos \alpha; NK = 2 \sin \alpha$
 $(\text{m.k } N(2 \cos \alpha; 2 \sin \alpha))$

2) $AK = KB (\text{OK} \perp AB);$ По теореме Пифагора:

$$AK = \sqrt{OA^2 - OK^2} = \sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha} \Rightarrow AB = 2AK$$

3) $CD = \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha} \Rightarrow CD = 2TD$

4) Трапеция $CDFR = (CD \parallel FR; CR -$
 $\text{внешн. угол. укр.)}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

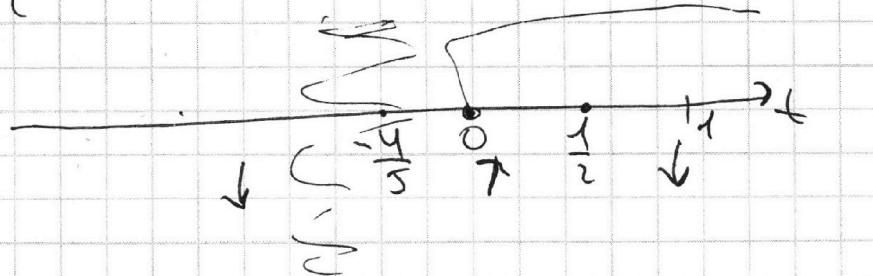
~~F(t)~~

$$\sqrt{9-4t} - \sqrt{5+4t} \geq 0$$

$$9-4t \Rightarrow \cancel{9-4t}$$

$$\sqrt{9-4t} \geq \sqrt{5+4t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t \geq -\frac{1}{4} \\ 9-4t \geq 5+4t \Rightarrow 8t \leq 4 \Rightarrow t \leq \frac{1}{2} \end{array} \right.$$



~~F(t)~~

~~F(t)~~

~~F(t) = f~~

$$F(t)_{\text{ макс}} = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\sqrt{9-2} + \sqrt{5+2}\right) + 8\pi =$$

$$= 2(\sqrt{4} + \sqrt{4}) + 8\pi = 4\sqrt{4} + 8\pi$$

значение \Rightarrow при $\sin t = \frac{1}{2}; \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$:

$$\sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k; \alpha = \frac{3\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z} \right]$$

Ответ: \star Макс значение выражения: $4\sqrt{4} + 8\pi$;
при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \begin{cases} y = 3\sin(\pi x - 1 - 2k) \\ \sin(\pi x - 1 - 2k) = 0 \end{cases} \Rightarrow \sin(\pi x - 1 - 2k) = 0 \Leftrightarrow \sin(\pi x) = \cos(\pi x + \pi)$$

$$\sin(\pi x) = \sin(\pi(x - 1 - 2k)) \cdot \sin(\pi x) = \cos(\pi x + \pi) \cdot \sin(\pi x)$$

$$2 \cdot \sin(\pi x) \cdot \sin(\pi x) = 0 \Rightarrow \sin(\pi x) = 0$$

$$\sin^2 \pi x = 0$$

$$\pi x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = k, k \in \mathbb{Z}$$

6) **решение:**

$$\begin{cases} x = k \\ y = -1 - k - 1; k \in \mathbb{Z} \\ y = 1 + 2k - x; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$5) \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi$$

$$1) \begin{cases} x = k \\ y = -k - 1 \\ \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\in [0, \pi] \in [0, \pi] \Rightarrow$
коэффициенты уравнения должны неравенствами:

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 \leq \frac{k}{4} \leq 1 \\ -1 \leq -k - 1 \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 \leq k \leq 4 \\ -2 \leq k + 1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq k \leq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$\cancel{2} \cdot \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x \neq \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\cos \frac{\pi(x+y)}{2} \left(\sin \pi x \cdot \sin \frac{\pi(x-y)}{2} - \cos \pi x \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \right) = 0$$

$$\cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} + \pi x \right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos \frac{\pi(x+y)}{2} = 0 \\ \cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} + \pi x \right) = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \pi \frac{(x+y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad | : \pi \\ \pi \frac{(x-y)}{2} + \pi x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad | : \pi \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x+y = 1+2k \\ x-y+2x = 1+2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x+y = 1+2k \\ 3x-y = 1+2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$1) \left\{ \begin{array}{l} y = 1+2k-x \\ (\sin \pi x - \sin(\pi + 2k - \pi x)) \sin \pi x \neq (\cos \pi x + \cos(\pi + 2k - \pi x)) \cos \pi x \end{array} \right.$$

$$0 \cdot \sin \pi x = 0 \cdot \cos \pi x - \cancel{\cos \pi x} \quad \text{решен} \quad \text{решен} \quad k \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(~~b-2~~)

m=4

$$+ m=n-4$$

$$m \leq n-4 \quad \frac{m!}{(n-4)!} = \frac{1}{m(m-1)}$$

$$m(m-1) \dots m-4$$

$$84 = n$$

$$\Rightarrow n=8$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 84$$

$$m=n-2$$

$$m=6$$

$$\frac{(n-1)!}{(n-4)!} = 84$$

$$(n-1)(n-2)(n-3) = 84$$

$$12 \cdot 4 = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 84$$

$$(n-1)(n-2) = 84$$

$$m < n-2$$

$$m \leq n-4$$

$$m=n-3:$$

~~n~~

$$\frac{(n-1)!}{(n-4)!} \neq 3! = 6$$

$$(n-3) \cdot 6 = 84$$

$$n-3 = 14$$

$$n = 14$$

$$m = 14$$

$$\cancel{\frac{(n-1)!}{(n-2)!}} = \cancel{\frac{n(n-1)!}{(n-2)!}} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)!} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)!} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-2)!}$$

$$n = 21$$

$$m = 15$$

$$\frac{15! \cdot 6!}{14!} = \frac{6!}{15 \cdot 16} =$$

$$\cancel{\frac{(n-1)!}{(n-2)!}} = \cancel{\frac{n(n-1)!}{(n-2)!}} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)!} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)!} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-2)!}$$

$$\cancel{\frac{(n-1)!}{(n-2)!}} = \cancel{\frac{n(n-1)!}{(n-2)!}} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)!} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)!} = \cancel{n} \cdot \cancel{(n-2)!}$$

$$\frac{15!}{16!} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{16}$$

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{ccccccc} \text{1} & \text{2} & \text{3} & \text{4} & \text{5} & \text{6} & \text{7} \\ \boxed{\text{1}} & \boxed{\text{2}} & \boxed{\text{3}} & \boxed{\text{4}} & \boxed{\text{5}} & \boxed{\text{6}} & \boxed{\text{7}} \end{array}$$

СТРАНИЦА
ИЗ

$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)!}{2!(n-4)!} = \frac{(n-2)(n-3)}{2} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$

$$f_u = \frac{t!}{(n-u)!} \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^m} = \frac{(n-2)(n-3)}{2} = \frac{n!}{(n-u)m!}$$

$$\frac{12}{n(n-1)} \cdot \frac{24}{2} = \frac{(n-2)(n-3) \cdot m! (n-u)!}{2 \cdot n!}$$

$$f_u = \frac{m! (n-u)!}{n!} \cdot n(n-1)(n-2)(n-3) =$$

$$f_u = \frac{m! (n-u)!}{(n-u)!} = \frac{(n-u)! - 1}{(n-u)!} = \frac{(n-u)! - 1}{(n-u)!} = \frac{(n-u)! - 1}{(n-u)!} = \frac{(n-u)! - 1}{(n-u)!} =$$

$$f_u = (t+u)! (n-u-t)! = \frac{(n-u)!}{(n-u)!}$$

$$f_u = (t+u)! (n-u-t)! =$$

$$f_u (n-u)! = m! (n-u-t)! = m! (n-u)!$$

$$f_u = f_u (n-u)!$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N1

111111101

~~ABC~~

$$A = \overline{aaaa} = 1111a$$

$$B = \overline{BCd} ; \text{нк. } 100 \cdot 100 \cdot 1$$

$$C = \overline{ef} ; \text{нк. } 100 \cdot 10 \cdot 5$$

~~ABC~~

$$ABC = m^2$$

$$\star 111101 \cdot (100B + 10C + d) \cdot (10e + f) = m^2$$

$$\begin{aligned} & \cancel{1} \cancel{f} \cancel{e} \cancel{5} \\ & \left\{ \begin{array}{l} ABC = m^2 \\ \vdots 5 \quad \vdots 5 \\ \vdots 101 \end{array} \right. \Rightarrow A \cancel{= 5} (1000+10) \\ & \cancel{f} \cancel{e} \cancel{5} \\ & \cancel{d} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} ABC = m^2 \\ :11 \quad :101 \\ :101 \quad :101^2 \end{array}$$

$$B = 101.$$

Т.к. 101 - число простое $m : 101 \Rightarrow m^2 ; 101^2$,
 и это делит $ABC : 101^2$, т.к. с-четн. число
 $\Rightarrow B = 101k$, т.к. B содержит ~~сторону~~ ход. 1
 единиц $\Rightarrow B = 101;$