



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

$$A : 1111$$

$$1111 = 11 \cdot 101$$

\Rightarrow т.к. A - четырехзнач.

степень блокчччччия 11 и 101 б A 1.

$$\Rightarrow C < 100 \Rightarrow B : 101 \quad B - \text{трехзнач.} \Rightarrow$$

степень бл. 101 б B = 1 и B \neq 11

B содержит цифру 6 $\Rightarrow B = 606$

$$\Rightarrow C : 11 \quad E < 100 \Rightarrow C \neq 121$$

C - содержит 3 $\Rightarrow C = 33$

$$ABC = n^2 \quad n \in \mathbb{N}$$

$$A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111$$

$$n^2 = a \cdot (1111)^2 \cdot 3^2 \cdot 2$$

$2 \cdot a$ - квадрат $\Rightarrow a = 2k^2, k \in \mathbb{N}$

$$0 < a < 10$$

$$a = 2$$

$$a = 8$$

$$\Rightarrow (A; B; C) = (2222; 606; 33)$$

$$(8888; 606; 33)$$

Ответ: $(A; B; C) = (2222; 606; 33), (8888; 606;$

33)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} K = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y} = \frac{s}{xy} \\ K = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} \end{array} \right.$$

7

$$\Rightarrow \cancel{2y(y+2) - 2x(x-2) = 2x-2y-4}$$

$$\cancel{2y^2 + 4y - 2x^2 + 4x = 2x-2y-4}$$

$$\cancel{2y^2 - 2x^2 + 6y + 2x = -4}$$

$$\frac{2}{x(x-2)} - \frac{2}{y(y+2)} = \frac{s}{xy} - \frac{s}{(x-2)(y+2)}$$

$$2y(y+2) - 2x(x-2) = 10x - 10y - 40$$

$$2y^2 - 2x^2 + 4y + 4x = 10x - 10y - 40$$

$$w_1 = x-y$$

$$w_2 = x+y$$

$$2w_1 w_2 + 4w_2 = 10w_1 - 40 \quad \boxed{w_2 = \frac{5w_1 - 20}{2 + w_1}}$$

$$M = w_2 \cdot \left(w_2^2 - \frac{w_2^2 - w_1^2}{4} \right) - \frac{3}{2} (w_2^2 - w_1^2)$$

$$M = \frac{w_2^3}{4} + \frac{3w_2^2 w_1}{4} - \frac{3}{2} w_2^2 + \frac{3w_1^2}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M < \frac{w_r^3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{25w_x^2 + 100 - 100w_z}{4 + w_x^2 + 4w_z} w - \frac{3}{2} \frac{25w_x^2 + 100}{4 + w_x^2 + 4w_z}$$

$$M =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y)(\cos \pi x)$$

$$(\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x) + \cos \pi y \cdot \cos \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = 0$$

$$-\cos(2\pi x) + \cos(\pi(x-y)) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{-\pi x - \pi y}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi x - y\pi}{2}\right) = 0$$

$$\frac{-\pi x - \pi y}{2} = -\pi k \quad \cancel{\text{условие } (x,y) \in \mathbb{Z}}$$

$$\frac{3\pi k - \pi y}{2} = \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi x + \pi y = 2\pi k$$

$$(x, y) = (2k - y, y)$$

$$\pi x = \frac{2\pi k + \pi y}{3}$$

$$(x, y) = \left(\frac{2k+y}{3}, y\right)$$

Ответ: $(x, y) = (2k - y, y)$, $(x, y) = \left(\frac{2k+y}{3}, y\right)$

где $y \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

n - одиннадцатичисленное.

k - первое исходное число.

как - 6 способов
распред. оставш.
чисел 2 билета

$$P_1 = \frac{1 \cdot 3 \cdot \binom{n-2}{k}}{\binom{n}{k}} = \frac{(n-2)(n-3)}{2} =$$

↑ как - 6 способов
распределить 4 билета

$$= \frac{12}{n(n-1)}$$

Вероятность попасть в конце месяца P_2
посчитаем аналогично

$$P_2 = \frac{1 \cdot 3 \cdot \binom{n-2}{k-2}}{\binom{n}{k}} = \frac{(n-2)(n-3) \cdot \dots}{(k-2)!}$$

$\overbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots}^{k!}$

$$P_2 = \frac{k \cdot (k-1)}{(n-1)n} = 6 P_1$$

$\overbrace{k-2 \text{ раза}}^{k-2}$

$$\frac{k \cdot (k-1)}{n(n-1)} = \frac{8 \cdot 7}{n(n-1)}$$

$$k^2 - k - 42 = 0$$

$$(k-9)(k+8) = 0$$

Было 8 билетов.

Ответ: в конце месяца k удачных

$$k=9$$



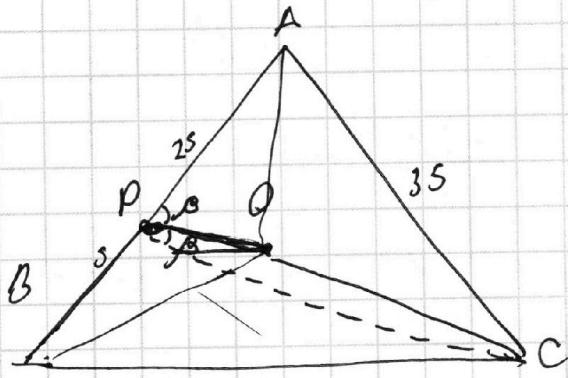
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



△BOC, △BOA, △COA равноб.

$$OA = OC = OB = r$$

$$\angle BPD = 180^\circ - \angle OCB$$

\uparrow
 B

$$= 180^\circ - \beta$$

$$\angle OBC = \angle OCB = \alpha$$

$$\Rightarrow \text{APC} \angle APO = 180^\circ - \angle BPO =$$

$$=\beta \Rightarrow$$

$$\angle PAQ = \angle PBO = \angle PCO \Rightarrow \Delta PAQ \cong \Delta PCO$$

$$\Rightarrow PC = 2S$$

м. Косинусов & CPA

$$35^2 = 2 \cdot 25^2 - 2 \cdot 25^2 \cdot \cos(2\beta)$$

$$2 \cdot 25^2 \cos(2\beta) = 25$$

$$\cos(2\beta) = \frac{1}{250}$$

T - koc & BOC u .BOC

$$\angle BPC = \angle BOC = 18^\circ - 2\beta$$

$$BC^2 = 25^2 + 5^2 + \frac{2 \cdot 25 \cdot 5}{50} = 25^2 + \frac{25^2}{50}$$

$$655 = \frac{55}{25} r^2$$

wz m. uoc ΔBOC

$$r = \frac{220.75}{100} \frac{45}{17}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ns програм
m. синусов в ABC

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{150}{100} = \frac{15\sqrt{3}}{\sin A}$$

$$\sin C = \frac{\sqrt{55}}{10}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin C}{2} = \frac{25 \cdot 35}{2} \cdot \frac{\sqrt{55}}{10} =$$
$$= \frac{175}{2} \sqrt{55}$$

Ответ: $\frac{175}{2} \sqrt{55}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

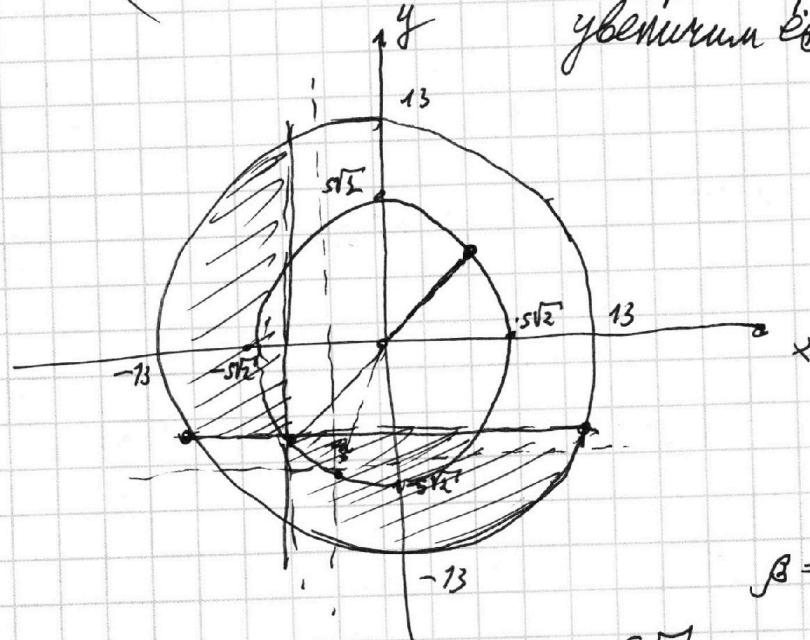
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6 *найти область ограниченная
окр с центром в (0;0) и
радиусом 13*

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 169 \\ (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 \end{array} \right.$$

*построили три окр - одна
увеличена в 5 $\sqrt{2}$ раз*



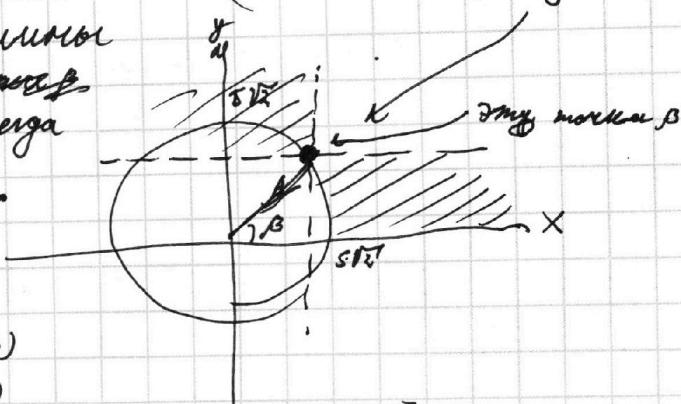
$$\beta = \pi + \alpha$$

$$(x - 5\sqrt{2} \cos(\beta))(y - 5\sqrt{2} \sin(\beta)) \leq 0$$

*Заметим что диаметр
однотипных фигур всегда
одинаковы т.к.
применяется
свойство*

$$x = 5\sqrt{2} \cos(\beta)$$

$$y = 5\sqrt{2} \sin(\beta)$$



*перегоним фигуру . можем доказать что
участков*

$$(5\sqrt{2} \cos \beta)^2 + y^2 = 169 \quad f_1 = \sqrt{169 - (5\sqrt{2} \cos \beta)^2}$$

$$(5\sqrt{2} \sin \beta)^2 + x^2 = 169 \quad f_2 = \sqrt{169 - (5\sqrt{2} \sin \beta)^2}$$

в сину



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что при $\alpha = \beta$.

$M_{\text{ макс}}$

$$l = l_1 + l_2$$

$$l_1 = \sqrt{169 - 50 \cos^2 \beta}$$

$$d = 50 \cos^2 x$$

$$l_2 = \sqrt{119 + 50 \cos^2 \beta}$$

$$l^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 = 169 + 119 + 2\sqrt{169 + 50 \cos^2 \beta + 119 \cdot 169}$$

$$\max - d^2 + 50 \cos^2 \beta + 119 \cdot 169$$

$$d = \frac{-50}{-2 \cdot 1} = 25$$

$$50 \cos^2 \beta = 25$$

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\alpha = \beta - \pi$$

$$M = l + \frac{2\pi k}{n} \leq 2 \cdot 12 + \frac{43\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } M = 24 + \frac{43\pi}{2}, d = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача № 2~~

$$\beta = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\alpha = \cancel{135^\circ} \quad \beta = \cancel{135^\circ}$$

$$f_1 = \sqrt{169 - 50\cos^2 \beta}$$

$$f_2 = \sqrt{119 + 50\cos^2 \beta}$$

$$(f_1 + f_2) \frac{d}{d\beta} = 0$$

$$\sqrt{119 + 50\cos^2 \beta} \left(\frac{1}{2} - 10\sin \beta \cos \beta \right) + \sqrt{169 - 50\cos^2 \beta} \left(\frac{1}{2} + 10\sin \beta \cos \beta \right) = 0$$

$$= 0$$

$$f = f_1 + f_2 = \sqrt{119 + 25} + \sqrt{169 - 25} = 24$$

$$M = f + \frac{2\pi R}{4} = 24 + \frac{13\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } M = 24 + \frac{13\pi}{2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Докажем, что при ~~указанных~~ ^{все} β М конс.

$$f = f_1 + f_2$$

$$f^2 = 169 + 119 + 2\sqrt{-}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 \cancel{\sim} xy \\ M(x^2, y+2) & \stackrel{?}{=} (x-2)^3 - (y+2)^3 = 6(x-2)(y+2) \\ & x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \\ & \quad \downarrow \\ & y^3 + 6y^2 + 12y + 8 \end{aligned}$$

$$[x^3 - y^3] - 8x^2 - 8y^2 + 12x - 12y - 16 - [6xy + 12y + 12x - 24]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порядок QR-кода недопустим!

$$\begin{aligned}
 & \text{N} \frac{w_3}{w_2} \frac{w_3^3}{w_2^2} \\
 & w_2 \left(\frac{3}{4} w_2^2 + \frac{w_2^2}{4} \right) \\
 & \cancel{\cancel{K}} \quad \cancel{\cancel{bcd}} \\
 & A, B, C \\
 & \cancel{\cancel{aaaa}} \quad \boxed{\cancel{\cancel{3e}}} \\
 & \cancel{\cancel{1}} \quad \cancel{\cancel{e3}} \\
 & \checkmark \quad \checkmark \\
 & a \cdot 11 \cdot 101 \\
 & \cancel{\cancel{a}} \quad \cancel{\cancel{k^2}}, k \in \mathbb{N} \\
 & \cancel{\cancel{a < 10}} \\
 & \cancel{\cancel{\sqrt{}}} \\
 & \cancel{\cancel{P}} = (1222, 606, 33) \\
 & (8888 \quad 608 \quad 33) \\
 & \cancel{\cancel{5}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cancel{\cancel{\cancel{1555}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{35}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{328}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{35}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{135}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{135}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{105}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{1225}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{900}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{625}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{193}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{193}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{1225}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{1225}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{900}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{625}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{325}}} \\
 & \cancel{\cancel{\cancel{193}}} \quad \cancel{\cancel{\cancel{193}}} \\
 & \Rightarrow B : 101 \\
 & \Rightarrow B = 606 \quad \checkmark \quad \cancel{\cancel{6 \cdot 101}} \\
 & \Rightarrow C : 11 \quad \cancel{\cancel{3}} \\
 & C = 33 \quad \checkmark \quad \cancel{\cancel{3 \cdot 11}}
 \end{aligned}$$

$$2w_2(w_2 + 4w_2 = 2w_3 - 4)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{w_2}{y-x} \frac{w_2}{y+x} + 4y + 4x = \\
 & = 2x - 2y - 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{2} + \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{2} \\
 & k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \\
 & k = \frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(y+2)} + \frac{1}{(x-2)(y+2)} = \\
 & = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{xy - 2y + 2x - 4} \\
 & \frac{2}{x(x-2)} - \frac{2}{y(y+2)} = \\
 & = \frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-2)(y+2)} \quad \cancel{\cancel{\frac{1}{2x} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{2x(y+2)}}} = \\
 & \frac{2}{x(x-2)} - \frac{2}{y(y+2)} = \frac{5y - 10(y+2)}{2x(y+2)y} \\
 & = \frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-2)(y+2)} \quad \cancel{\cancel{\frac{1}{2x} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{2x(y+2)}}} = \frac{-5y - 20}{2xy(y+2)} \\
 & \frac{2}{x(x-2)} - \frac{2}{y(y+2)} = \frac{2x - 2y - 4}{xy(x-2)(y+2)} \quad \cancel{\cancel{5y + 20 = 0}} \\
 & \cancel{\cancel{2y(y+2) - 2x(x-2) =}} \quad \cancel{\cancel{y^2 + 7y + 2x + 20 = 0}} \quad \boxed{X = -10 - \frac{14 - 4y^2}{2}} \\
 & = 2x - 2y - 4 \quad \cancel{\cancel{2y^2 + 2x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x^2 - 2y^2 - 4 = 2x - 2y - 4}}
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & 2w_1 w_2 + 4w_2 = 2w_1 - 4 \\
 & 2y^2 + 8y - 6x - 20 - 2x^2 = 0 \\
 & \frac{-16 \pm \sqrt{196+16x^2+160+48x}}{4} \\
 & M = w_2 \left(w_2^2 - \frac{w_2^2 - w_1^2}{4} \right) - \frac{3}{2} \cdot (w_2^2 - w_1^2) = \\
 & \frac{(n-2)(n-3)}{2} \\
 & n \cdot (n-1) - (n-2) \cdot (\\
 & \cancel{16x^2 + 32x} \quad \cancel{-w_1^2 + 3w_2^2} \\
 & 96x + 95x = 4 \\
 & \frac{-35x}{32} = \frac{16}{32} \\
 & w_2 = \frac{2(1+w_2)}{1-w_2} \\
 & w_2 = \frac{w_1-2}{w_1+2} \\
 & w_2 = \frac{(w_1-2)}{w_1+2} \\
 & \cancel{x-y-2} = \cancel{x^2 + xy + y^2} \\
 & w_2 = \frac{x-y-2}{x+y+2} \\
 & (x+y)(x-y+z) = \\
 & = x^2 - \cancel{xy} + zx + \cancel{xy} - y^2 + 2y \\
 & \frac{x-y-2}{x+y+2} = \frac{x+y}{x+y+2} \\
 & x-y-z = \\
 & w_2 \left(w_2^2 - \frac{w_2^2 - w_1^2}{4} \right) - \frac{3}{2} (w_2^2 - w_1^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2w_1 w_2 + 4w_2 = 20w_1 - 20 \\
 & M = \frac{3w_1 w_2^2}{4} + \frac{w_1^3}{4} - \frac{3}{2} w_2^2 + \frac{3}{2} w_1^2 \\
 & w_2^2 - 4w_2 - 72 \\
 & w_2 = (w_1 + 2)(w_1 - 10) = 10w_1 - 20 \\
 & M = 3w_2 \cdot 10w_1^2 - \frac{3}{2} w_2^2 \left(\frac{w_1}{2} - 1 \right) + \frac{w_1^2}{2} \left(\frac{w_1}{2} + 3 \right) \\
 & w_2 = \frac{42x+10}{5w_1-10} \\
 & M = \frac{3}{4} \cancel{(w_1+2)} \cdot \frac{(w_1-10)^2}{(w_1+2)^2} + \frac{w_1^2}{4} (w_1+6) = \\
 & -8 + 32 + 12 + 12 = \frac{3w_1^2 + 12 - 12w_1 + w_1^2(w_1+6)(w_1+12)}{4(w_1+2)} \\
 & \frac{3}{8}(w_1) \cdot (10w_1 - 20 - 4w_2) = w_1^3 + 8w_1^2 + 12w_1 + 3w_1^2 + 12 - 12w_1
 \end{aligned}$$

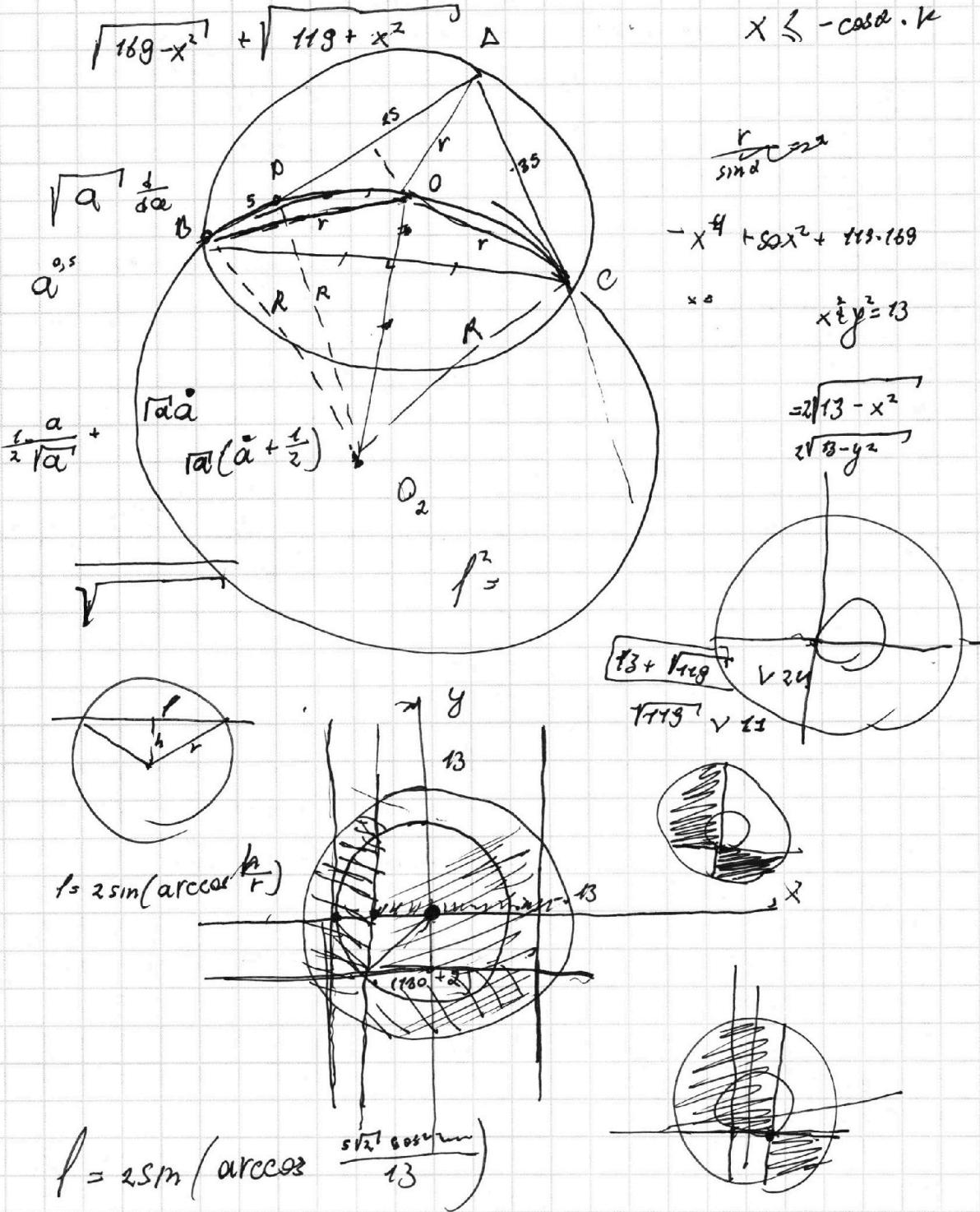
$$8y^2 - 2x^2 = 6x - 14y - 20$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten calculations and equations:

- $\begin{array}{r} \times 25 \\ \times 35 \\ \hline 625 \\ 125 \\ \hline 225 \end{array}$
- $\begin{array}{r} \times 25 \\ \times 35 \\ \hline 625 \\ 125 \\ \hline 225 \end{array}$
- $4r^4 - 4225r^2 + 145750 = 0$
- $2r \cos \alpha = 30$
- $2r \cos \beta = 35$
- $180 - 2\alpha - 2\beta = 332 \rightarrow 180 - 2(30 + 35) = 180 - 110 = 70$
- $2r \sin(\alpha + \beta) = ?$
- $\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$
- $\frac{BC}{\sin 2\alpha} = 2R$
- $b = \sqrt{r^2 - 15^2}$
- $BC^2 = 2r^2 + \frac{2r^2}{50}$
- $-17850625 = 2332000$
- 15518825
- $\cos \beta = \frac{10}{\sqrt{r^2 - 15^2 + 10^2}} = \frac{BC}{2r}$
- $\frac{35}{2r} = -\sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$
- $\frac{35}{2r} = \frac{15}{r} \cdot \frac{10}{\sqrt{r^2 - 125}} - \frac{\sqrt{r^2 - 15^2}}{r} \cdot \frac{\sqrt{r^2 - 10^2}}{\sqrt{r^2 - 125}}$
- $\frac{35}{2} = \frac{150 - r^2 + 225}{\sqrt{r^2 - 125}}$
- $\frac{35}{2} = \frac{375 - r^2}{\sqrt{r^2 - 125}}$
- $\frac{35}{2} \cdot \sqrt{r^2 - 125} = 375 - r^2$
- $1725r^2 - 5r^2 = 140625 + 125r^2 - \frac{35^2r^2}{4} - 125 \cdot \frac{35^2}{4} = 375^2 + r^4 - 750r^2$
- $r^4 - 750r^2 + 1225 = 140625 + 125r^2 - \frac{35^2r^2}{4} - 125 \cdot \frac{35^2}{4} = 375^2 + r^4 - 750r^2$