



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

① [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

② [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

③ [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

④ [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

⑤ [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

⑥ [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111 \cdot x, \text{ где } x \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$B, C. \quad ABC = S^2$$

Т.к. $1111 = 101 \cdot 11$, то $S^2 : 101$, т.к. $S^2 : A$, $A = 101 \cdot 11 \cdot x$.
 101 простое, а \cancel{x} значит должно делиться ≥ 2 степенью
 B произведение ABC .

$$1) \frac{A}{101} = 11x \not| 101, \text{ т.к. } 101 \text{ - простое, а } 1 \leq x \leq 9$$

$$2) C \not| 101, \text{ т.к. } C \text{ по условию двузнач.}$$

$$3) \text{ Значит } B : 101. \text{ Но т.к. по условию } B \text{ не } \geq 1 \text{ единица, то } B = 101.$$

$$4) \Rightarrow S^2 = 101 \cdot 11 \cdot x \cdot 101 \cdot C = 101^2 \cdot 11x \cdot C$$

Заметим, что 11 тоже простое и тоже делится ≥ 2 степенью $\Rightarrow x \cdot C : 11$, но $1 \leq x \leq 9 \Rightarrow$
 $\Rightarrow C : 11$ и по условию в записи C есть $5 \Rightarrow C = 55$
и C - двузнач.

$$\begin{array}{l} A = 101 \cdot 11 \cdot x \\ B = 101 \\ C = 55 \end{array} \quad \begin{array}{l} \Rightarrow S^2 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 5 \cdot x. \\ x : 5, \text{ а т.к. } 1 \leq x \leq 9 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow A = 5555 \end{array} \quad \text{Чтобы выполн.}$$

Ответ: $(A, B, C) = (5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y > 0.$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}, \quad \begin{matrix} x \neq 3 \\ y \neq -3 \end{matrix}$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{(y+3)+(x-3)+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} \quad \begin{matrix} \text{т.к. } x, y > 0, \text{ то } x+y+1 > 0, \\ \text{значит можно сократить} \end{matrix}$$

$$\text{Тогда: } xy = (x-3)(y+3)$$

$$xy = xy + 3x - 3y - 9 \Rightarrow 3x - 3y - 9 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \\ x - y = 3$$

$$\text{Возьмем } b \text{ куб: } 27 = (x-y)^3$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = \\ = x^3 - y^3 - 9xy = M.$$

Тогда естеств. значение $M = 27$. Докажем, что это возможно:

$$x=4; y=1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$M = 64 - 1 - 36 = \underline{\underline{27}}$$

$$\text{Ответ: } M = 27$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$-\cos(2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(\pi x - \pi y) + \cos(2\pi x) = 0$$

$$2 \cos \frac{3\pi x - \pi y}{2} \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0$$

$$① 0 = \cos \frac{3\pi x - \pi y}{2} \Rightarrow \frac{3\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3\pi x - \pi y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x - y = 1 + 2k$$

$$y = 3x + (2n+1), n \in \mathbb{Z}$$

$$② \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi x + \pi y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x + y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -x + (2k+1), k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } ① (x, y) = \left\{ \left(x; 3x + (2n+1) \right), n \in \mathbb{Z}; \left(x; -x + (2k+1) \right), k \in \mathbb{Z} \right\} \\ x \in \mathbb{R}$$

$$d) i) \left| \frac{x}{4} \right| \leq 1; \left| \frac{y}{9} \right| \leq 1. \text{ Тк знал. } \cos \text{ может быть не больше}$$

Запомни, что $\arccos a \in [0; \pi]$, а значит мер-бо не выполняется только если $\arccos \frac{x}{4} = \pi$ и $\arccos \frac{y}{9} = \pi$.
Это значит, что $\frac{x}{4} = -1$ и $\frac{y}{9} = -1 \Rightarrow x = -4$ и $y = -9$.

Такое пары не подходит. Посчитаем мер-бо под-подных:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Т.к. } \left| \frac{x}{4} \right| \leq 1 \text{ и } \left| \frac{y}{8} \right| \leq 1 \Rightarrow x \in \{-4; -3; -2; \dots; 4\} \\ \text{и } x, y \in \mathbb{Z} \quad y \in \{-9; -8; \dots; 8; 9\}$$

Также мы знаем, что $y = 3x + (2k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$ или $y = -x + (2n+1)$, $n \in \mathbb{Z}$. Т.к. знаем x и y целые, в общем виде можно оставить как: $y = 3x + (2k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$ (если $n = 2x+k$, то получим y)

1) Если $y = -4$, т.о. $y \in \{-9; -8; \dots; 8; 9\}$, но $(x, y) = (-4, -9)$ не подходит
 2) Если $x = 3$, т.о. $y \in \{ \dots; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9 \}$, но $(x, y) = (3, -1)$ не подходит

Значит, что тогда x и y разной четности:

$$1) x - \text{неч} \Rightarrow 3x - \text{неч} \Rightarrow 3x + (2k+1) - \text{чет} \Rightarrow y - \text{чет} \\ 2) x - \text{чет} \Rightarrow 3x - \text{чет} \Rightarrow 3x + (2k+1) - \text{неч} \Rightarrow y - \text{неч}.$$

И при этом где-либо (x, y) можно перебрать такое k , т.к.: $k = \frac{y - 3x - 1}{2} = \frac{\text{чет}}{2} \in \mathbb{Z}$.

А значит 1) если x - четное (5 пар.) $\Rightarrow y$ - нечет (10 пар.)

2) если x - нечетное (4 пар.) $\Rightarrow y$ - чет (9 пар.)

А значит всего пар $50 + 36 - 1 = 85$ (т.к. $(x, y) = (-4, -9)$ не подх.)

Ответ: 85 пар

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметили, что ~~всегда~~ ~~распределение~~ билетов равновер.

\Rightarrow Равното всего дюжин. x \Rightarrow Всегда распред. билетов C_x^4 .

А вариантов, где Петя и Вася вместе C_{x-2}^2 (т.к. 2 билета

$$\text{уме распред.)} \Rightarrow \phi_1 = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-1)x}{2 \cdot (x+1)(x-2)(x-3)} = \frac{12}{x(x-1)}$$

Пусть билеты стоимо $4+l$, $l \geq 1$, $l \in \mathbb{Z}$, тогда:

$$P_2 = \frac{C_{x-2}^{2+l}}{C_x^{4+l}} = \frac{(l+3)(l+4)}{(x+2+l)(x+3+l)} = \frac{(3+l)(4+l)}{x(x-1)}$$

Но условлено: $3,5\phi_1 = P_2$

$$\frac{(4+2)(4+3)}{(x+2)(x+3)} = \frac{(l+3)(l+4)}{(x+2+l)(x+3+l)}$$

$$\frac{42}{x(x-1)} = \frac{(3+l)(4+l)}{x(x-1)}, \text{ т.к. } x \geq 2 \text{ (вероятно Петя и Вася):}$$

$$42 = (3+l)(4+l)$$

$$12 + 4l + l^2 = 42 \Rightarrow l^2 + 4l - 30 = 0$$

$$(l+10)(l-3) = 0$$

т.к. $l \geq 1$, то $l = 3$.

А значит билетов в конце стоимо $4+3=7$

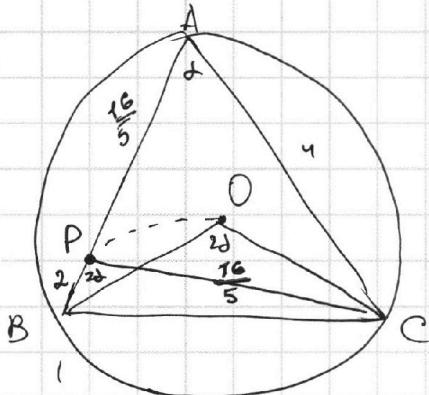
Ответ: 7 билетов

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



1) Т.к. $\triangle ABC$ остроугольный, то O - внуtri $\triangle ABC$.

↓

Пусть $\angle BAC = \alpha$

↓

$\angle BOC = 2\alpha$

↓

$\angle BPC = 2\alpha$ (т.к. $\angle BOC$ - омк.ч. угл. и точка P - лежит на отрезке AB)

2) А знаят $\angle ACP = \angle CPB - \angle CAP = 2\alpha - \alpha = \alpha \Rightarrow \triangle ACP$ -равнод. \Rightarrow
 $\Rightarrow PC = \frac{16}{5}$

3) Заниши $T \cdot \cos$ при $\triangle APC$: $(\frac{16}{5})^2 = (\frac{16}{5})^2 + 16 \cdot 2 \cos\alpha \cdot \frac{16}{5} \cdot 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2 \cos\alpha \cdot \frac{16}{5} \cdot 4 = 16$
 $2 \cos\alpha \cdot \frac{4}{5} = 1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{5}{8} \stackrel{OT}{\Rightarrow} \sin\alpha = \frac{\sqrt{39}}{8}$ (т.к. $\triangle ABC$ -остр.)

4) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{26}{5} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{8} = \frac{26 \cdot 4 \sqrt{39}}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2\cos\alpha \geq 0 \\ y - 2\sin\alpha \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x - 2\cos\alpha \leq 0 \\ y - 2\sin\alpha \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

Построим график:

наши условия обозначим $\alpha \perp$ прямые
а и в.

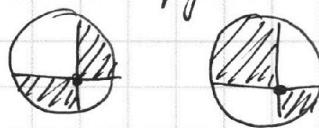
$$a = 2\cos\alpha$$

$$b = 2\sin\alpha$$

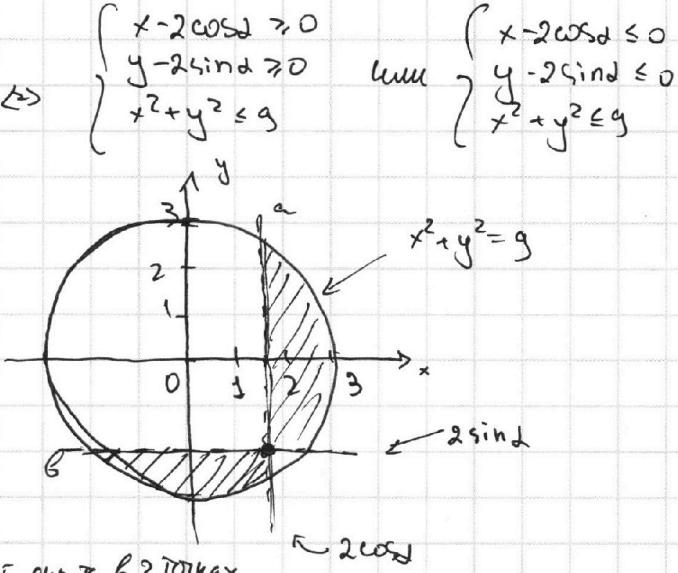
$$\begin{cases} |2\sin\alpha| \leq 3 \\ |2\cos\alpha| \leq 3 \end{cases} \rightarrow \text{прямые } a, b \text{ одн. пересекают окр-в в 2 точках}$$

Тогда перехордящими являются области (не соседние), на которые эти прямые разбивают круг.

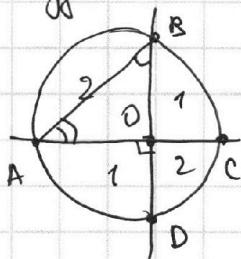
Удивительно, что



Периметры этих фигур



оформлены, тогда расстояниями прямых относительно осей не будет иметь значения.



$$\text{Периметр 1 фигуры} = BO + OC + AO + OD + \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}$$

$$\text{II. 2 фигура} = BO + AO + OC + OD + \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}$$

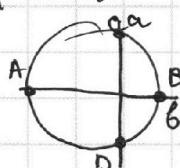
$\overset{\frown}{AD}$ - длина четверти окр-ти AD

Достаточно фигуру, чтобы $\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}$

$$\text{Mo, T-k. } \angle AOD = 90^\circ \Rightarrow \frac{\overset{\frown}{AD}}{2} + \frac{\overset{\frown}{BC}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC} = \frac{L}{2}, \text{ где } L \text{- длина окр-ти}$$

$$\text{Аналогично } \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} = \frac{L}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} = \pi R, \text{ где } R \text{- радиус окр-ти.}$$

Тогда, чтобы найти максимум M из условия, надо определить $AB + CD$ - максимальное.

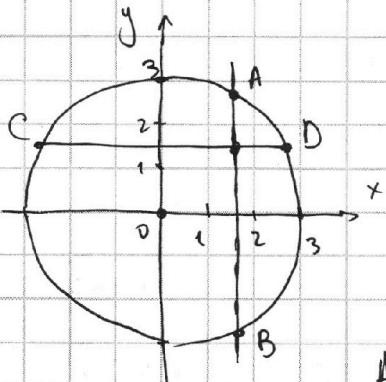


(a -прямая $x = 2\cos\alpha$)
 b -прямая $y = 2\sin\alpha$)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Посчитаем периметр окружности AB :

$$x = 2 \cos \alpha \Rightarrow \text{в точках пересеч. } AB \text{ и окр.-цы.}$$

$$4 \cos^2 \alpha + y^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 9 - 4 \sin^2 \alpha$$

Тогда коорд. точек A и B по оси OY :

$$\sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha} = u - \sqrt{4 \sin^2 \alpha + 5}$$

$$A \text{ значит } AB = 2\sqrt{4 \sin^2 \alpha + 5} \quad (\text{т.к. по } OX \text{ ортогонально})$$

Аналогично посчитаем CD (для того же α)

$$CD = 2\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 5} = 2\sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$$

$$\text{Тогда } AB + CD = 2\sqrt{4 \sin^2 \alpha + 5} + 2\sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$$

Оно будет максимумом \Leftrightarrow Когда макс будет $(AB + CD)^2$

$$(AB + CD)^2 = 4(4 \sin^2 \alpha + 5) + 4(9 - 4 \sin^2 \alpha) + 4\sqrt{(4 \sin^2 \alpha + 5)(9 - 4 \sin^2 \alpha)} =$$

$$= 48 + 4\sqrt{(4 \sin^2 \alpha + 5)(9 - 4 \sin^2 \alpha)}. \quad A \text{ значит } \exists \max. \text{ но} \\ \text{какими должны быть макс, без } \underline{\text{остальных}}$$

$$\text{Пусть } 4 \sin^2 \alpha + 5 = t \Rightarrow 9 - 4 \sin^2 \alpha = 14 - t$$

$$\max_{t \in [-1, 9]} (t(14-t)) = ?$$

$$t(14-t) = (7+x)(7-x) = 49 - x^2 \Rightarrow \text{максимум } \exists \text{ при } x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 7 \Rightarrow 4 \sin^2 \alpha + 5 = 7 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$$

Посчитаем угол M : $\widehat{ABC} = \pi R = 3\pi$ (т.к. радиус = 3)

$$AB + CD = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7} \Rightarrow M = 4\sqrt{7} + 3\pi$$

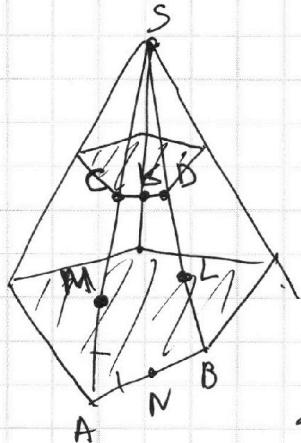
$$\text{Ответ: } M = 4\sqrt{7} + 3\pi; \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Заметим, что если w наслаждается
всеми гранями ус. пирамиды,
то и обратной тоже, а значит
 w - бокс в прав. пирамиду шир.

2) Пусть SZ наслаждается ребер AC, CD, DB, AB
и M, K, L, N соответ. \Rightarrow \triangle соответственное равног и
 $AN = AM, NB = BL, LD = DK; CK = CM$.

3) Но т.к. ус. пирамиды прав., то $AC = DB \Rightarrow$
 $\Rightarrow AN + CK = BN + DK$. и при этом $\frac{CK}{DK} = \frac{AN}{NB}$,

значит N и K -середина AB и CD - соответ.

4) Тогда $ABDC$ -равнобедренная трапеция, в которую можно
вписать окр-тк ($T\text{-к. } CD + AB = AC + BD$)

$$CK + DK + AN + NB = (CM + MA) + (DL + LB)$$

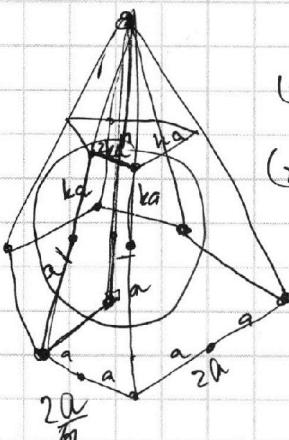
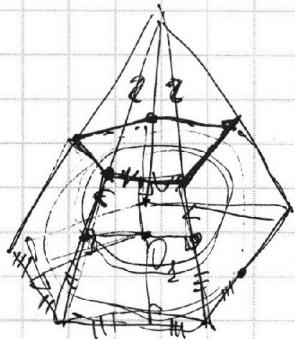
5) Черт w лежит на высоте из S и основания
 w наслаждается основанием в точке основания высоты.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$l = 3$$

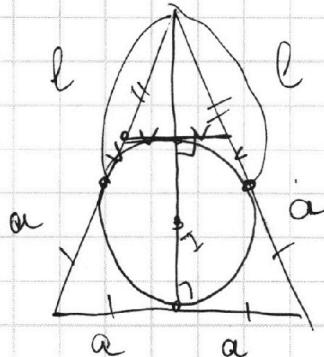
$$\frac{4x}{(x-2)(x-3)} = \frac{4x}{(x-5)(x-6)}$$

$$(x-2)(x-3) = (x-5)(x-6)$$

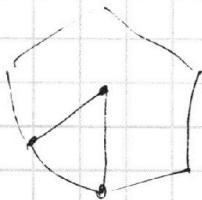
$$x^2 - 5x + 6 = x^2 - 11x + 30$$

$$6x = 24$$

$$x = 4$$



$$p = l + 2a$$



$$\text{НЧ } 4 \text{ бинома} : P_1 = \frac{C_x^2}{C_x^4} ; P_2 = \frac{C_x^{2+l}}{C_x^{4+l}}$$

$$\frac{S \cdot C_x^2}{C_x^4} = \frac{C_x^{2+l}}{C_x^{4+l}}$$

$$P_1 = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2)(x-3) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot x(x-1)(x-2)(x-3)} =$$

$$P_2 = \frac{(x-2)! \cdot (4+l)! \cdot (x-4-l)!}{(2+l)! \cdot (x-4-l)! \cdot x!} = \\ = \frac{(3+l)(4+l)}{x(x-1)}$$

$$= \frac{12}{x(x-1)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

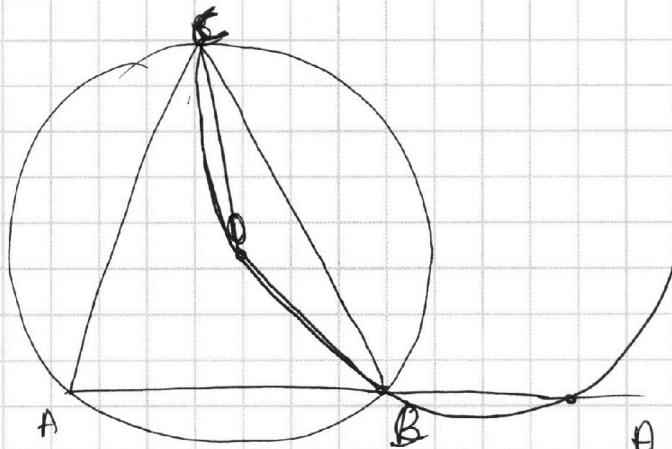
5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

 S_{ABC}

$$DC = \frac{16}{5}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 25 \\ \hline 39 \end{array}$$

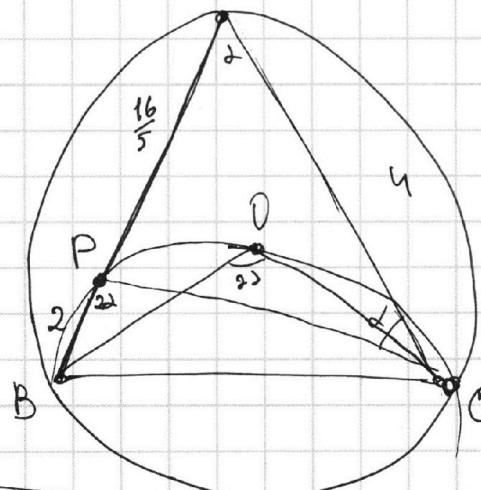
$$\frac{16}{5} + \frac{10}{5} = \frac{26}{5}$$

$$\frac{256}{25} = \frac{256}{25} + 16 - 2\cos\alpha \cdot \frac{4 \cdot 16}{5}$$

$$\Downarrow 2 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{4 \cdot 16}{5} = 16$$

$$\cos\alpha = \frac{5}{8} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{64-25}}{8} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$S_{ABC} = \frac{\sin\alpha \cdot AB \cdot AC}{2} = \frac{\frac{\sqrt{39}}{8} \cdot \frac{26}{5} \cdot 4}{2} = \frac{13 \cdot 26\sqrt{39}}{40} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

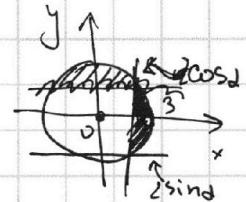
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

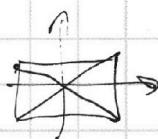
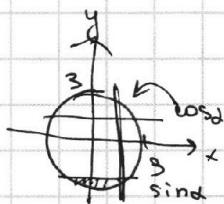
$$\begin{cases} (x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

①

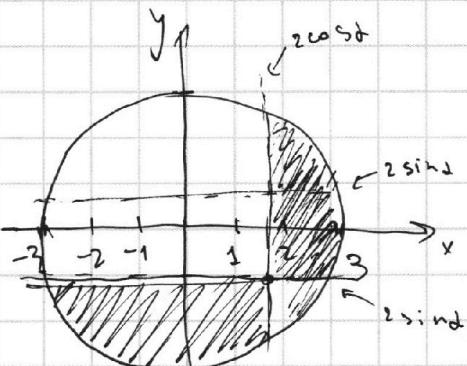
$$\begin{cases} x \geq 2\cos\alpha \\ y \geq 2\sin\alpha \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$



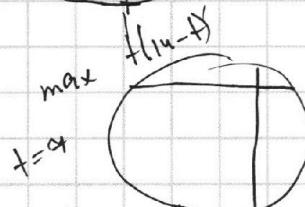
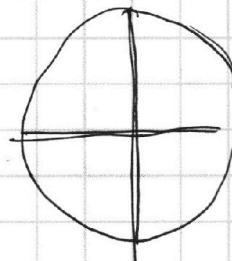
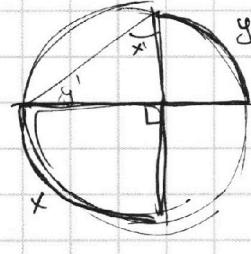
$$\begin{cases} x \leq 2\cos\alpha \\ y \leq 2\sin\alpha \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$



Полож. не I чет.
(см. анат.)

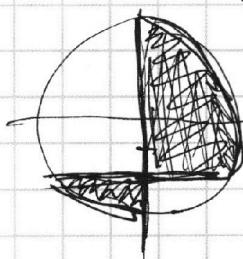


2πR



$$2\cos\alpha = 0$$

$$2\sin\alpha = 0$$



$$x^2 + y^2 = 9$$

$$4\cos^2\alpha = 2$$

$$4\sin^2\alpha = 2$$

$$2\cos\alpha$$

$$y = 2\sin\alpha$$

$$x = 2\cos\alpha$$

$$4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha = 4$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x = 2\cos\alpha$$

$$4\cos^2\alpha + y^2 = 9$$

$$y^2 = 4\sin^2\alpha + 5$$

$$y = 2\sin\alpha$$

$$4\sin^2\alpha + x^2 = 9$$

$$x^2 = 9 - 4\sin^2\alpha$$

$$x^2 = 4\cos^2\alpha + 5$$

$$4\cos^2\alpha + 5 = 4$$

$$\ell_1 \approx \sqrt{(2\cos\alpha; \sqrt{4\sin^2\alpha + 5})}; (2\cos\alpha; -\sqrt{4\sin^2\alpha + 5})$$

$$\ell_3 = 2\sqrt{4\sin^2\alpha + 5} \Rightarrow t = 2\sqrt{4}$$

$$\ell_2 = 2\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha} = 2\sqrt{4 - t^2}$$

$$\max(\ell_1 + \ell_2) = \max((\ell_1 + \ell_2)^2) = 4(4\sin^2\alpha + 5) = 4(g - u\sin^2\alpha) +$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$-\cos(2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(\pi x - \pi y) + \cos 2\pi x = 0$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cos\left(\frac{3}{2}\pi x - \frac{\pi}{2}y\right) \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0$$

$$\cos \frac{3\pi x - \pi y}{2} \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0$$

$$(1) \quad \frac{3\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3\pi x - \pi y = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$3x - y = 1 + 2k \Rightarrow y = 3x + (1+2k), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 3x - 1 - 2k,$$

$$2k + 1 = -1 - 2k_1$$

$$2k + 2 = -2k_1$$

$$k_1 = -k - 1$$

$$x_0 \quad y_1 = 3x_0 + 2k_1 + 1$$

$$y_2 = -x_0 + 2k_1 + 1$$

$$3x_0 + 2k_1 = -x_0 + 2k_2$$

восьм

$$4x_0 = 2(k_2 - k_1) \Rightarrow k_2 - k_1 = 2x_0$$

$$y = 3x + (2k_1 + 1), \quad k \in \mathbb{Z}, k_2 = 2x_0 + 1$$

$$2\pi x = \pi - \pi x + \pi y + 2\pi k$$

$$2x = 1 - x + y + 2k$$

$$y = 3x$$

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{3x + (2k_1 + 1)}{9} < 2\pi$$

одн. окош
арккос

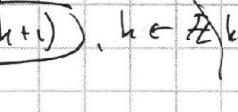
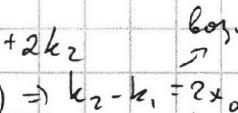
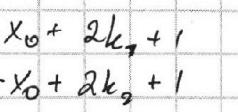
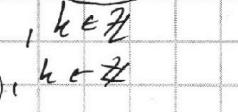
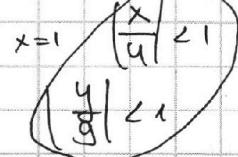
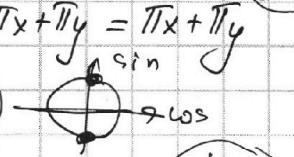


$$\text{иск.ч.н.: } \arccos \frac{x}{4} = \pi \\ \arccos \frac{y}{9} = \pi$$

$$\frac{\pi x - \pi y + 2\pi x}{2} = \frac{3}{2}\pi x - \frac{\pi}{2}y$$

$$\pi x - \pi y = \pi x + \pi y$$

$$\frac{y}{9} = \cos \pi \\ \frac{y}{9} = -1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 = \frac{C_x^2}{C_x^4}$$

$$; P_2 = \frac{C_x^{2+\ell}}{C_x^{4+\ell}}$$

если $4 + \ell \geq 0$; $\ell \geq 1$

$$\frac{3,5 \cdot C_x^2}{C_x^4} = \frac{C_x^{2+\ell}}{C_x^{4+\ell}}$$

$$3,5 \cdot \frac{(x-1)(x-2)(x-3) \cdot u}{2(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{x! \cdot (x-4-\ell)(4+\ell)!}{(2+\ell)!(x-2-\ell)! \cdot x!}$$

$$\frac{3,5 \cdot 324}{(x-2)(x-3)} = \frac{(\ell+3)(\ell+4)}{(x-2-\ell)(x-3-\ell)}$$

$$14 \cdot 3 = 42$$

$$\frac{u_2}{(x-2)(x-3)} = \frac{(\ell+3)(\ell+4)}{(x-2-\ell)(x-3-\ell)}$$

$$u_2(x-2-\ell)(x-3-\ell) = (x-2)(x-3)(\ell+3)(\ell+4)$$

$$u_2(x^2 - 3x - xl - \cancel{2x+6+2\ell} - \cancel{\ell x+3\ell+\ell^2}) = (x^2 - 5x + 6)(\ell^2 + 7\ell + 12)$$

$$u_2(\overset{1}{x^2 - 5x - 2\ell x + 6 + 5\ell + \ell^2}) = \overset{1}{x^2(\ell^2 + 7\ell + 12)} - 5(\ell^2 + 7\ell + 12) + 6(\ell^2 + 7\ell + 12)$$

$$\textcircled{1} \quad \ell = 3 : \quad \frac{u_2}{(x-2)(x-3)} = \frac{4 \cdot 5}{(x-3)(x-4)} = \frac{20}{x-4}$$

$$u_2(x-4) = 20(x-2) \quad \begin{matrix} 210 \\ 20 \\ \hline 10 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 84 \\ -84 \\ \hline 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 84 \\ -51 \\ \hline 33 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 33 \\ -33 \\ \hline 0 \end{matrix}$$

$$22x = \quad \begin{matrix} 150 \\ 150 \\ \hline 0 \end{matrix}$$

$$x^2(\ell^2 + 7\ell - 30) - x(5(\ell^2 + 7\ell + 12) - u_2(5 + 2\ell)) + 6(\ell^2 + 7\ell + 12) - u_2(6 + 5\ell + \ell^2)$$

$$x^2(\ell^2 + 7\ell - 30) - x(5\ell^2 + 49\ell - 150)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{(t+1)(t)}{(x-t+1)(x-t+2)} = 3,5 \cdot \frac{12}{(x-3)(x-2)} = \frac{42}{(x-3)(x-2)}$$

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ \times 70 \\ \hline 2450 \end{array}$$

$$\frac{t(t+1)}{(x-t+1)(x-t+2)} = \frac{42}{(x-3)(x-2)}$$

Сумн. 1



$$t(t+1)(x-3)(x-2) = 42(x-t+1)(x-t+2)$$

$$(t^2 - t)(x^2 - 5x + 6) = 42(x^2 - \cancel{x}t + 2x - \cancel{x}t + t^2 - 2t + x - t + 2)$$

$$(t^2 x^2 - t^2 \cancel{5}x + 6t^2 - \cancel{t}x^2 + \cancel{5}xt - \cancel{6}t) = 42(x^2 - 2\cancel{x}t + t^2 + 3x - 3t + 2)$$

~~$$t^2(x^2 - 5x + 6 - 42) + t(5x - x^2 - 6 + 84x + 126) -$$~~

$$- 42(x^2 + 3x + 2) = 0$$

$$t^2(x^2 - 5x - 36) + t(-x^2 + 89x + 120) - 42(x^2 + 3x + 2) = 0$$

$$t = 0: \frac{6 \cdot 5}{(x-5)(x-4)} = \frac{42}{(x-3)(x-2)} \Leftrightarrow \frac{5}{(x-5)(x-4)} = \frac{7}{(x-3)(x-2)}$$

$$5(x^2 - 5x + 6) = 7(x^2 - 3x + 20)$$

$$5x^2 - 25x + 30 = 7x^2 - 63x + 140$$

$$2x^2 - 38x + 110 = 0$$

$$t = k + l$$

$$x > 4$$

4 страница

$$\frac{(4+l)(3+l)}{(x-3)(x-2)} - l(2x-5) + l^2 = \frac{42}{(x-3)(x-2)} \times$$

$$\frac{(4+l)(3+l)}{(x-3-l)(x-2-l)} = \frac{42}{(x-3)(x-2)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



A, B, C

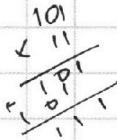
$$A = \overline{xyxx} = 1111 \cdot x$$

$$B = 4 \text{ number} \quad \textcircled{1}$$

$$C = \overline{5p} \quad \textcircled{5}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ - 11 \\ \hline 111 \\ - 11 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$ABC = M^2$$



$$A = 11 \cdot 101 \cdot x \quad ; \quad 101 \text{-простое}$$

$$25 + 39 = 64$$

$$B \neq 101, \text{ т.к. есть } 1, \text{ т.к.}$$

$$A = 11 \cdot 101 \cdot x; B = 101; C = 55$$

$$A = 11 \cdot 101 \cdot x$$

$$B = 101$$

$$C = 55$$

$$\Rightarrow ABC = 11 \cdot 101^2 \cdot 11 \cdot 5 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot x \cdot 5 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 5555, B = 101, C = 55$$



$$x, y > 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq -3$$

$$y \neq 0$$

$$y \neq -3$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) - 9xy = ?$$

$$\begin{matrix} x=4 \\ y=1 \end{matrix}$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{(y+3)+(x-3)+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\begin{matrix} \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} \\ 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \end{matrix}$$

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\textcircled{1} \quad x+y+1 = 0 \Rightarrow x+y = -1 \Rightarrow \cancel{x+y=0}, \text{ т.к. } x, y > 0$$

$$x^3 - y^3 - 9xy = (-y-1)^3 - y^3 + 9(y+1)y =$$

$$\textcircled{2} \quad xy = (x-3)(y+3)$$

$$xy = xy + 3x - 3y - 9 \Rightarrow 3x - 3y - 9 = 0$$

$$x - y - 3 = 0 \Rightarrow x - y = 3 \Rightarrow x = y + 3$$

$$27 = (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = x^3 - y^3 - 9xy$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \sin(90^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ - \beta) = 2 \sin\left(90^\circ - \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) =$$

$$= 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\beta-\alpha}{2}$$

~~sin~~ ~~cos~~

$$\textcircled{1} \quad \sin \pi y = 0 \Rightarrow \cos \pi x + \cos \pi y = 0 \Rightarrow \cos \pi y = -1; y = \frac{3}{2} + 2k$$

$$x \in \mathbb{Z} \quad x = 2$$

$$\textcircled{2} \quad \underbrace{(2 \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cos \frac{\pi(x+y)}{2})}_{\text{1}} \sin \pi x = \underbrace{(2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2})}_{\text{2}} \cos \pi x$$

$$\cancel{\sin \pi x = \sin \pi y}$$

$$\tan \pi x = \tan \pi y \quad \Rightarrow \quad \tan \frac{\pi(x-2)}{2} = \frac{1}{\tan \frac{\pi(x-2)}{2}}$$

π, B . Однокр. x

$$C_m^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

4 Sun:

74 Sun.: $n \in \mathbb{N}_0 + 74; t \in \mathbb{Z}$

Всего распред: C_x^t

Всп. 1-го вида: C_{x-2}^{t-2}

$$P_1 = \frac{C_x^2}{C_x^t} = \frac{\frac{x!}{(x-2)!2!}}{\frac{x!}{4!(x-4)!}} = \frac{(x-2)x}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{12}{(x-3)(x-2)}$$

$$- \frac{(x-t)!t!}{(x-t+2)!(t-2)!}$$

~~17~~ Всего распред.
диплом: C_x^t

Всп. 1-го вида: C_{x-2}^{t-2}

$$C_x^2$$

$$P_1 = \frac{C_x^2}{C_x^t} = \frac{\frac{x!}{(x-2)!2!}}{\frac{x!}{4!(x-4)!}} = \frac{(x-2)x}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{12}{(x-3)(x-2)}$$