



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N₁ $A = 1111 \cdot a$ ← Число
 $B = \overline{bcd}$ $b/c/d = ?$
 $C = \overline{ef}$ $e/f = ?$
 $\underbrace{A \cdot B \cdot C = n^2}_{\therefore 11 \cdot 101} : 11^2 \cdot 101^2 \Rightarrow B/c \leq 101$, но $C < 101 \Rightarrow B \leq 101$
 $B = 101 \cdot m$ $\therefore B = 707$, т.к. Число десятков = 0, а Число сотен и единицу десятка совпадают ⇒ равно 7
~~N₂~~
 $1111 \cdot a \cdot 707 \cdot C = n^2$
 $11 \cdot a \cdot 7 \cdot C \vdash 11^2 \cdot 7^2$
 $\hat{10} \Rightarrow C \vdash 11 \Rightarrow$ Число десятков и единицу совпадают ⇒
Равна 1 из условия ⇒ $C = 11$
 $101^2 \cdot 11^2 \cdot a \cdot 7 = n^2$
 $a \cdot 7 -$ квадрат натурального числа, т.к. a - это Число ⇒
 $a = 7$
 $\Rightarrow A = 7777$
Ответ: $\begin{cases} A = 7777 \\ B = 707 \\ C = 11 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \quad k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \text{const} \quad \text{при} \quad x = x_0 - y, \quad y = y_0 + y$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy - ?$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{x+y} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{x+y+3}{x \cdot y} = \frac{y+4+x-4+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$(x+y+3) \left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{(x-y)(y+4)} \right) = 0$$

$$\frac{xy - 4y + 4x - xy - 16}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$\frac{4(x-y)-16}{(x+y)(x-y)(y+4)} = 0$$

$$\cancel{X^3 - X^3 - Y^3 - 12X^2} = \cancel{-12X^3}, X \neq 0, X \neq 4$$

$$x - 4 - 4 = 0$$

$$x = y + y$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y = y \cdot (y^2 + 8y + 16 + y^2 + y^2 + 4y) - 12y^2 - 48y = \\ = 12y^2 + 48y + 64 - 12y^2 - 48y = 64$$

Qmlem: 64

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

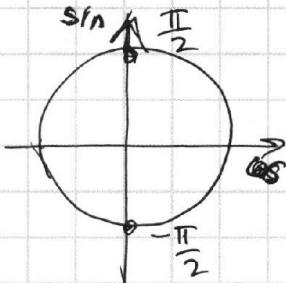
$$\text{N} \begin{matrix} 3 \\ \end{matrix} \quad \text{a) } (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$2 \sin \frac{\pi(y-x)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(y+x)}{2} - \sin \pi y = 2 \cos \frac{\pi(y+x)}{2} \cos \frac{\pi(y-x)}{2} \cdot \cos \pi y$$

$$\cos \left(\frac{\pi(y+x)}{2} \right) \left(\sin \frac{\pi(y-x)}{2} - \sin \pi y - \cos \left(\pi \cdot \frac{y+x}{2} - \cos \pi y \right) \right) = 0$$

$$1. \quad \pi \cdot \frac{(y+x)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$(y+x) = 2n+1 \quad n \in \mathbb{Z}$$



$$2. \quad \frac{\pi}{2} (y - x) = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$3y - x = 1 + 2n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ostrem: } \begin{cases} y+x=2n+1 & n \in \mathbb{Z} \\ 3y-x=2n+1 \end{cases}$$

δ)

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{x}{7} > \arcsin \frac{y}{4}$$

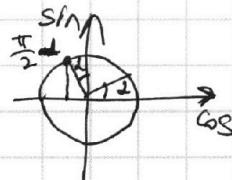
$$\sin \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{x}{7} \right) > \frac{y}{4}$$

$$\cos \left(\arccos \frac{x}{7} \right) > \frac{y}{4}$$

$$\frac{x}{7} > \frac{y}{4}$$

$$4x > 7y$$

|: sin ..



$$0 \leq \arccos \frac{x}{7} \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{y}{4} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-1 \leq \frac{x}{7} \leq 1 \Rightarrow -7 \leq x \leq 7$$

$$-1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq y \leq 4$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline x & 5,3,1,3,5 & 4,3,0,2,4 & 3,1,1,3,5 & 0,2,3,4,5 & 1,3,5,7,9 & 2,5,7,9 & 3,7,9 & 4,7,9 \\ \hline \end{array}$$

при каждом значении y будем подбирать подходящие x чтобыовать

$$4x = 2n+1$$

$$3y - x = 2n+1$$

$$-4x = 7y$$

$$-7x = 2y$$

$$-7x = 2y$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ostrem: }$$

$$\begin{cases} 4x = 2n+1 \\ 3y - x = 2n+1 \\ -7x = 2y \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4x \geq y+7 \\ x \neq y \text{ разной четности} \\ -7 \leq x \leq 2 \\ -9 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

При каждом y подберём x , удовлетворяющие условия:

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x	-5, -3, -1, -4, -2, 0, -3, -1, 0, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 4, 6, 1, 3, 5, 7							

Ответ: 33 пары



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 Ч 4 билета → n билетов стало

~~Пусть~~ X одиннадцатиклассников
вероятность в начале месяца:

$$1) W_1 = \frac{(n-2)(n-3)}{2} = \frac{12}{n(n-1)}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$$

выбрали 2-х
человек помимо
Петя и Васи.

вероятность в конце месяца:

$$2) W_2 = 11 W_1 = \frac{\binom{n-2}{X-2}}{\binom{n}{X}} = \frac{n!}{(n-2)!} = 121$$

выбрали члены комитета
без Пети и Васи

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 121$$

случайным образом

распределили билеты между всеми одиннадцатиклассниками

$$n(n-1) = 121 \Rightarrow n = 12, \text{ т.к. } 121 = 11 \cdot 11, \text{ а } n - \text{ натуральное число}$$

Ответ: 12 билетов всего было выделено на конец (на 8 дальние, что осталось в начале месяца) (8 билетов выделено в конце месяца)



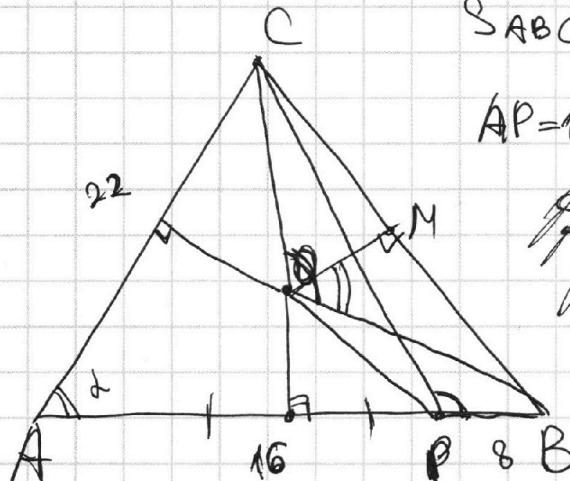
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№



$S_{ABC}?$

$$AP=16, BP=8, AC=22$$

~~$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin 22^\circ \cdot 22 \cdot 24$$~~

~~Формула Герона:~~

Т.О - лежит на 1) ~~перпендикулярах~~, т.к. это
центр описанной окружности

~~$$CP^2 = 22^2 \cdot 8 + CB^2 \cdot 16$$~~

~~$$24^2 - 16 \cdot 8 = 22^2 + \frac{16}{16} \cdot 2 \cdot 22 \cdot 16 \cos A \Rightarrow CP^2 = 22^2 + 16^2$$~~

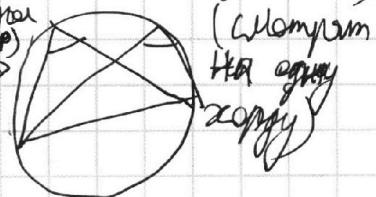
~~$$CP^2 = CP^2 + 64 - 2 \cdot 2 \cdot CP \cdot CB \cos A$$~~

т. М - центр СВ,

$\angle CAB = \angle MOB$ т.к. OM
это бисс. углового
угла $\angle COB = 2 \angle CAB$

~~$$\angle CAB = \angle CPB = 2 \angle$$~~

~~$$\Rightarrow \angle ACP = 2 \angle \Rightarrow CP = AP = 16$$
 (равноделённый \triangle)~~



~~Формула Герона:~~

~~$$CP^2 = 16^2 - AC^2 \cdot PB + CB^2 \cdot AP$$~~

~~$$22^2 \cdot 8 + CB^2 \cdot 16$$~~

~~$$3 \cdot 16^2 = 22^2 + CB^2 \cdot 2 - 16 \cdot 24$$~~

~~$$16 \cdot (24 + 16) + 22^2 = CB^2 \cdot 2$$~~

~~$$16 \cdot 40 + 22^2 = CB^2 \cdot 2$$~~

~~$$8 \cdot 40 + 484 = CB^2$$~~

~~$$576 + 484 = 818 = CB^2$$~~



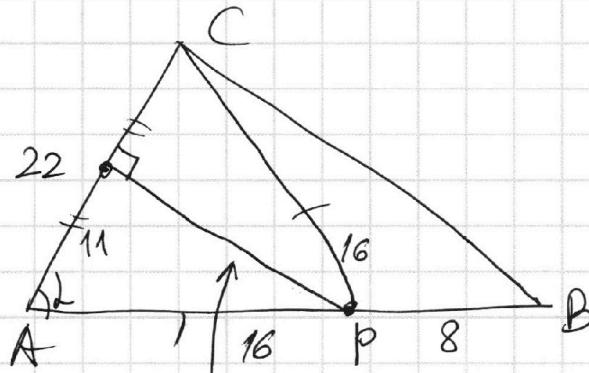


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot AB}{2} \sin \angle C = \frac{22 \cdot 24}{2} \cdot \frac{\sqrt{27.5}}{16} = \frac{33}{2} \cdot 3\sqrt{15} = \frac{99}{2} \sqrt{15}$$

$$\text{Объем: } \frac{99}{2} \sqrt{15} = S_{ABC}$$



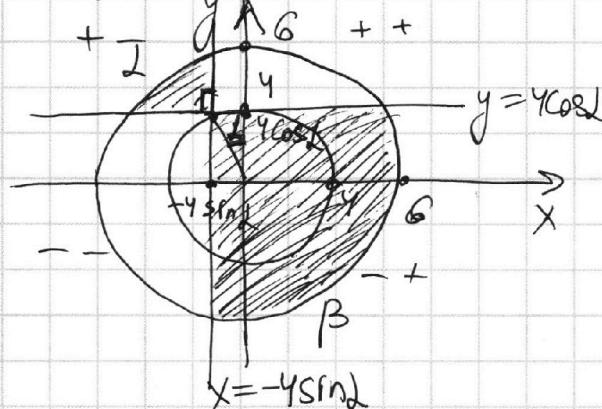
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

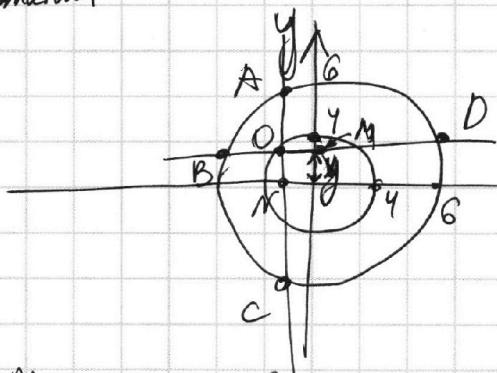
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6} \begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 36 \end{cases}$$



Длины на окружности в сумме дают $\pi \cdot 6$, т.к. $90^\circ = \frac{\alpha + \beta}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = \pi$ — половина длины окружности — это сумма дуг между любым

некоторым



$$M = \pi \cdot 6 + 2NA + 2BM$$

$$y = 4\cos\alpha$$

$$OM = \sqrt{16-y^2}$$

$$BM = y, DM = \sqrt{36-y^2}$$

$$AN = NC = \sqrt{36-(16-y^2)} = \sqrt{20+y^2}$$

$$2AN + 2BM \rightarrow \max \Rightarrow \sqrt{20+y^2} + \sqrt{36-y^2} \rightarrow \max$$

Пусть max значение = m

Приде m^2 тоже стремится к

максимуму

$$\sqrt{20+y^2} + \sqrt{36-y^2} = m^2$$

$$\sqrt{20+y^2} + \sqrt{36-y^2} + \sqrt{(20+y^2)(36-y^2)} = m^2$$

$$\Rightarrow (20+y^2)(36-y^2) \rightarrow \max$$

$$\frac{-2}{-2} = 8$$

\Rightarrow максимум достигается при $y^2 = 8 \Rightarrow (4\cos\alpha)^2 = 8$

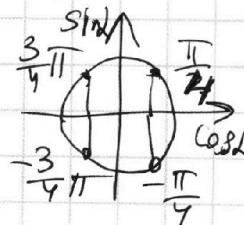
$$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } M = \pi \cdot 6 + 4\sqrt{2}y$$

$$\text{при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$$

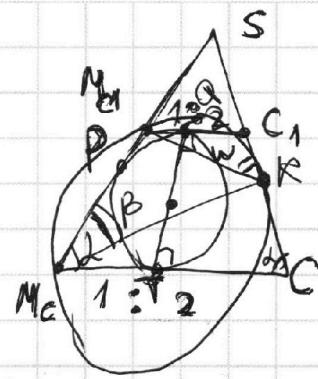
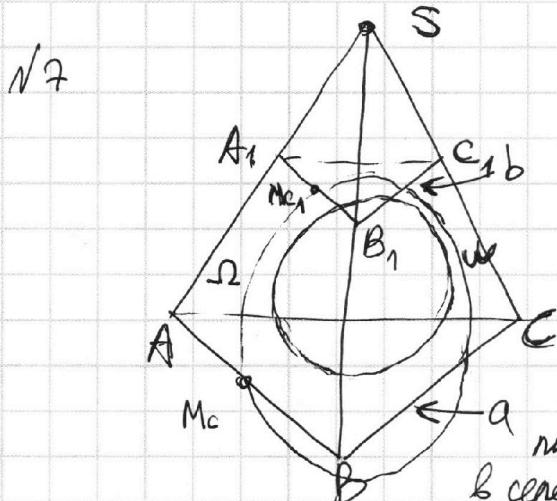


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



в ~~из~~ симметрии правильной пирамиды S касается рёбер основания в серединках, а SC касается основания в точках пересечения медиан, а боковая грани на оси симметрии треугольник

$$M_{C1} - \text{середина } A_1B_1 \Rightarrow \frac{3}{2}b = C_1M_{C1}$$

$$M_C - \text{середина } AB \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a = M_{C1}C$$

\Rightarrow т.к. T -центр ΔABC , то $MCT = \frac{\sqrt{3}}{6}a = MTP$ (касание отрезка TK)

$$M_Q = \frac{\sqrt{3}}{6}b = MTP$$

Усл. наклона боковой грани пирамиды $\angle MCT = \angle MTP$, т.к. $M_C \perp AB$.

отрезок TK

$$\cos \lambda = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}(a-b)}{\frac{\sqrt{3}}{6}(a+b)} = \frac{a-b}{a+b}$$

TK -касание S_2 и Sc

$\angle M_{C1}K = \angle M_{C1}C$ (угол между касательной и нормалью)

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2 = C_1k^2 + M_{C1}K^2 - 2M_{C1}K \cdot C_1k \cdot \cos \beta$$

$$M_{C1}K^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{6}(a+b)\right)^2 + M_{C1}k^2 - 2M_{C1}k \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}(a+b) \cdot \cos \beta$$

$$M_{C1}k^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}(a+b)-GK\right)^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}(a+b) \cdot \cos \lambda$$

$$\frac{\sin \beta}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{\sin(180-\lambda)}{M_{C1}K} = \frac{\sin \lambda}{M_{C1}K} \Rightarrow M_{C1}k = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a \sin \lambda}{\sin \beta}$$

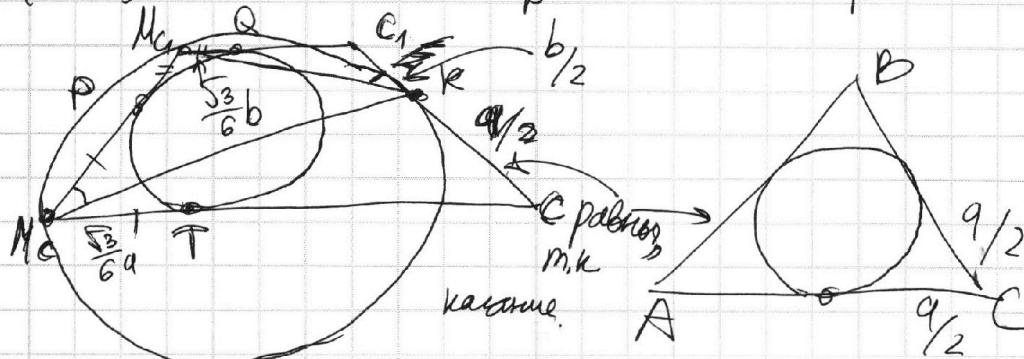
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№} \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{2} b\right)^2 = C_1 k^2 + \frac{3}{4} a^2 \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} - 2 \cdot C_1 k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \alpha$$



$$\frac{a+b}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} (a+b)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

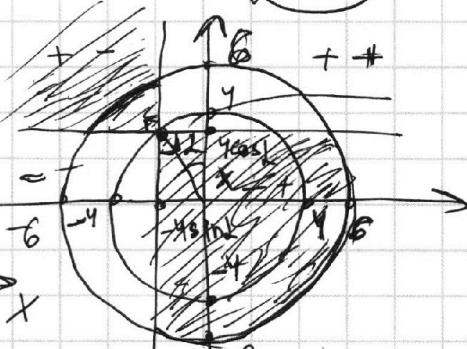
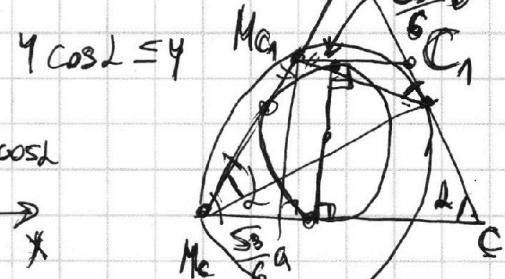
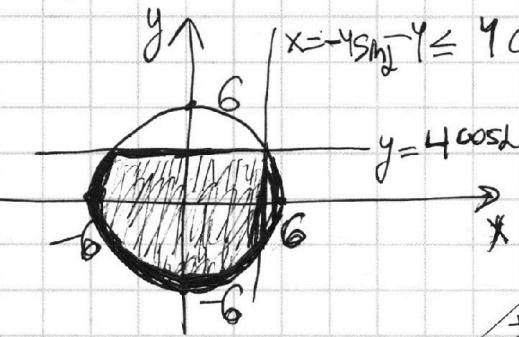
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6} \begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 36 \end{cases}$$

$$-4 \leq 4\sin\alpha \leq 4$$

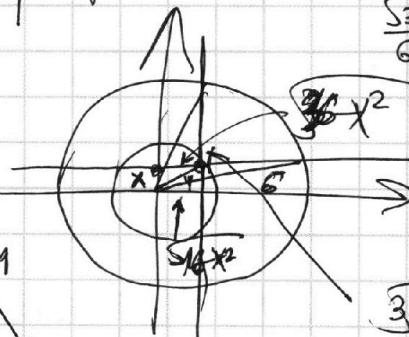
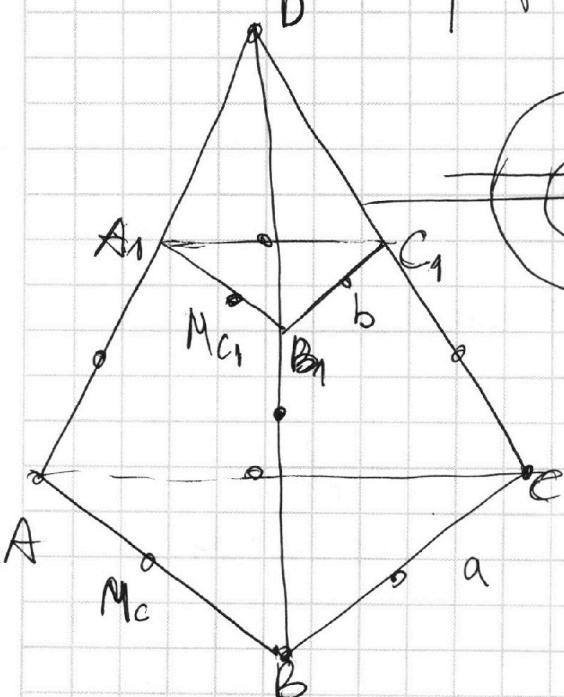


$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}(a-b)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}(a+b) = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a+b = \sqrt{3}$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a+b = \pi$$

TR



$$36 - 16 + x^2 = \sqrt{20+x^2}$$

$$\sqrt{36-x^2} + \sqrt{20+x^2} \rightarrow \max$$

$$0 < x^2 < 16$$

$$(36-x^2)(20+x^2) \rightarrow \max$$

$$36 - x^2 + 20 + x^2 + 2\sqrt{(36-x^2)(20+x^2)} \rightarrow \max$$

$$-x^4 + 16x^2 + 36 \cdot 20 \rightarrow \max$$

$$x^2 = \frac{46}{2} = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!