



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. А - четырехзначное из однозначных цифр, значит, представимо в виде $111a$, где $a < 10$.

$A \cdot B \cdot C = 111a \cdot B \cdot C = 11a \cdot 101 \cdot B \cdot C$. 101 - простое, поэтому, чтобы $A \cdot B \cdot C$ делилось на 101, $B \cdot C$ должно $\vdots 101$, но $a < 101$, $C < 101 \Rightarrow B \vdash 101$. Т.к. хотя бы одна цифра $B = 2$, $B = 202$. Тогда $A \cdot B \cdot C = (11 \cdot a \cdot 101) \cdot (101 \cdot 2) \cdot C$. 11 - простое $\Rightarrow a \cdot C \vdash 11$, но $a < 11 \Rightarrow C \vdash 11$. Т.к. одна из цифр $C = 3$, то $C = 33$. Итак, $A \cdot B \cdot C = 11 \cdot a \cdot 101 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \vdash 11 = 11^2 \cdot 101^2 \cdot a \cdot 6$ - квадрат.

Тогда $a = 6x^2$ где x - натуральное, и $a < 10 \Rightarrow a = 6$. Итак,

$$A = 6666 = 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11$$

$$B = 202 = 101 \cdot 2$$

$$C = 33 = 3 \cdot 11$$

Ответ: (6666, 202, 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№2. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$

Т.к. $x, y > 0$, $x+y+2 \neq 0$, а значит $\frac{xy}{(x-1)(y+1)} = \frac{xy}{xy+x-y-1}$

$(1=x-y)$ Тогда $x^3y^3 - 3xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 3xy =$

$= x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = 1$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

x и y разной четности. Заметим также, что ~~загор~~

множество $x - (2k+1)$ и $(1+2k) - 3x$ совпадают для целых

x и k , ~~исключая случаи~~ когда они дают целые числа с отличной от ~~загор~~ четностью числа x четностью.

Тогда получаем кол-во подходящих y для каждого x .

Для $x = 5 \rightarrow y \in \{4, 2, 0, -2\}$ (не -4 по опр. 1).

$$x \in \{3, 1, -1, -3, -5\} \rightarrow y \in \{4, 2, 0, -2, -4\}$$

$$x \in \{4, 2, 0, -2, -4\} \rightarrow y \in \{3, 1, -1, -3\}$$

Итого всего $4 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 4 = 4 + 25 + 20 = 49$ способов

Ответ: 49

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{N3 a) } \sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi y - \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x = -\cos 2\pi x - \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x + \pi y)$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \quad \text{при} \quad \beta = \pi \pm \alpha + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$



Значит, $2\pi x = \pi \pm \pi(x+y) \Rightarrow \pi \pm \pi(x+y) + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$

$$2x = 1 + 2k \pm (x+y)$$

$$2x = 2k+1+x+y \quad \text{или} \quad 2x = 1+2k-x-y$$
 ~~$y = x - (2k+1)$~~
 ~~$y = 1+2k-3x$~~

~~Однако $(x, x-(2k+1)), (x, (2k+1)-3x)$ не подходит~~

~~Ошибки: $(x, x+k), (x, k-(2k+1)), k \in \mathbb{Z}$~~

8) Ошибки: $(x, x-(2k+1)), (x, (2k+1)-3x); \quad k \in \mathbb{Z}$

8) Обозначим $\arcsin \frac{x}{5} = \alpha, \arccos \frac{y}{4} = \beta. \quad \alpha + \beta < \frac{3\pi}{2}$

$$\sin \alpha = \frac{x}{5} \quad \cos \beta = \frac{y}{4}$$

Ограничение: $0 \leq \alpha \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \pi/2$, тогда и $\alpha + \beta < \frac{3\pi}{2}$
~~- $\arccos \frac{y}{4} + \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$ но этому не может быть оно бре-
 лько потому что $\arccos \frac{y}{4} + \arcsin \frac{x}{5} < \frac{\pi}{2}$ иначе $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \frac{\pi}{2}$.
 т.к. $\arccos \frac{y}{4} + \arcsin \frac{x}{5} = \pi$ и $\pi > \frac{3\pi}{2}$~~

ограничение 1: $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \beta \leq \pi$.

Одновременно не может быть $\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ и } \beta = \pi$, иначе $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{2}$

~~Решение~~ ~~также~~ ~~также~~

коррекция

~~такой у подходит~~

При $\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{2} = 1 \Rightarrow x = 5$; при $\beta = \pi \quad \cos \beta = \cos \pi = -1 \Rightarrow y = -4$

ограничение 2: $-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1$ т.к. это синус, $-1 \leq \frac{y}{4} \leq 1$ т.к. это косинус.

~~такой у подходит~~, ~~такой у подходит~~, ~~такой у подходит~~

Было получено ~~ибо~~ из условия необходимо и достаточко, чтобы $(x, y) \neq (5, -4)$ (необходимость описана в

ограничении 1, достаточность понятна из него же:

если ~~$\alpha < \frac{\pi}{2}$~~ $\alpha < \frac{\pi}{2}$, то любой y подходит в силу ограничения \arccos и если $\beta < \pi$ то любой x подходит в силу ограничения \arcsin). Заметим, что по формуле из а)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№4. Из начальной вероятности им обоим попасть на конкурс равна $\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4}$, где x - кол-во одноклассников.

(всего есть x учеников, из которых $x-2$ попадают на конкурс, остальные $x-4$ не попадают)

Пусть стало равенко y билетов. Тогда аналогично теперь вероятность $\frac{C_{x-2}^{y-2}}{C_x^y}$. По условию

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} \cdot 2,5 = \frac{C_{x-2}^{y-2}}{C_x^y} = \frac{(x-2)(x-3)}{(2)} : \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{4(2)3 \cdot 4} \cdot \frac{5}{2} = \\ = \frac{3 \cdot 4}{x(x-1)} \cdot \frac{5}{2} = \frac{30}{x(x-1)} = \frac{(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)(y-5)}{x(x-1)} = \\ = \frac{(x-2)(x-3) \dots (x-y+1)}{(y-2)(y-3) \dots 1} \cdot \frac{x(x-1)(x-2) \dots (x-y+1)}{y(y-1)(y-2) \dots 1} = \frac{y(y-1)}{x(x-1)}$$

Тогда $y(y-1) = 30$, причем по условию $y > 4$ т.е. $y \geq 5$. Делители 30 больше 5: 5, 6 и 30.
 $y=5$ не подходит, как и $y=30$: $5 \cdot 4 \neq 30$, $30 \cdot 29 \neq 30$.
Подходит $y=6$: $6 \cdot 5 = 30$.

Ответ: 6

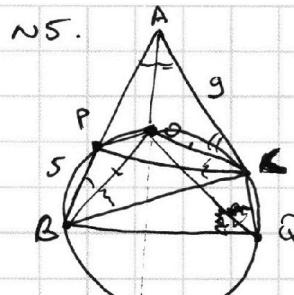


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№5. Отметим точку $Q = AC \cap w_2$.

$$AP \cdot AB = \frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = AC \cdot AQ = 9 \cdot AQ \quad \text{т.к. это секущие} \\ k \quad w_2. \quad AQ = \frac{125}{9} > 9 = AC.$$

Т.к. $\angle BPC = \angle BOC$ во вписаном 5-угольнике $\angle BPC + \angle BOC = 180^\circ$,
 $\angle PAC = 180^\circ - \angle BPC = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC + \angle OCB = 2\angle OCB$.

$$\angle PAC = \angle BAO + \angle OAC = \angle PBO + \angle OCA.$$

$$\angle ACP = 180^\circ - \angle PAC - \angle APC = 180^\circ - \angle PBO - \angle OCA - \angle OBC - \angle OCB = 180^\circ - \angle PBC - \angle OCA = (\angle BAC)$$

но т.к. $\frac{15}{2} = AP = PC$. Аналогично $AQ = QB = \frac{125}{12}$.

обозначим $\angle PAO = \alpha$, $\angle OAC = \beta$.

Тогда $\angle OBC = \angle OCB = 90 - \alpha - \beta$.

По т.косинусов. косинусов $AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos(\alpha + \beta) = BC^2 = 81 + \frac{625}{4} - 2 \cdot 9 \cdot 25 \cos(\alpha + \beta)$

По т.косинусов $\frac{AC}{\sin(90 - \alpha - \beta + \alpha)} = \frac{AC}{\sin(90 - \beta)} = \frac{AC}{\cos \beta} = \frac{AB}{\cos \alpha} = \frac{9}{\cos \alpha} = \frac{25}{2 \cos \alpha}$
 $= \frac{BC}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{BC}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \frac{BC}{\frac{18}{25} \cos \alpha + \frac{\sqrt{43} \cdot 5}{5} \cos \alpha} = \frac{BC}{\cos \alpha \left(\frac{18}{25} \sin \alpha + \frac{\sqrt{43}}{5} \right)}$

$$\cos \beta = \frac{18}{25} \cos \alpha$$

$$1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{18^2}{25^2} \cos^2 \alpha = \sin^2 \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{43}}{5} \cos \alpha$$

Все

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{N6. } & \left\{ \begin{array}{l} (x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{array} \right. \end{aligned}$$

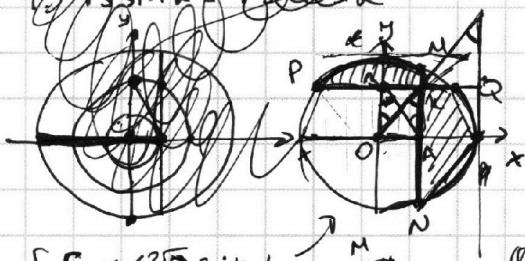
\overline{XY} — дуга XU

Второе уравнение неравенство задаёт круг ω_1 с центром в $O(0,0)$ и радиусом 5.

Отметим

Нарисуем также точки $(3\sqrt{2}\sin\alpha, 0), (0, 3\sqrt{2}\cos\alpha)$ радиусом $3\sqrt{2}\sin\alpha$ и $3\sqrt{2}\cos\alpha$.

1. $3\sqrt{2}\sin\alpha \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha$



$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y \geq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{array} \right.$$

A B
 $(3\sqrt{2}\sin\alpha, 0), (0, 3\sqrt{2}\cos\alpha)$

Длина $AB = 3\sqrt{2}$
погтому множество точек $(A; B)$ — окружность.

Отрезок AB склонами из осей с фиксированной длиной.

Вопрос: какая максимальная периметра $\Phi(d)$

(в зависимости от наклона AB)

Заметим, что M и N — пересечение пары перпендикуляров из A к Ox с

окружностью ω_1 , ~~все~~ P и Q — из B к Oy с

окружностью ω_1 , ~~причем~~ ~~все~~ ~~дуги~~ PM и NQ являются частями

периметра $\Phi(d)$. $MN \& UPQ = K$. Заметим,

что $\angle PKN = \angle MKQ = 360^\circ - \angle OAK - \angle OAK - \angle BDA =$

$= 90^\circ \Rightarrow$ сумма длин дуг PM и NQ — фиксированы,

т.к. сумма соответствующих углов фиксирована.

Тогда сумма длин этих дуг равна ~~90~~ π половина дуги ω_1 , т.к. $90^\circ \cdot 2 = \frac{PM + NQ}{2} \cdot 2 = \overline{PM} + \overline{NQ}$, что равно 5π .

Теперь остается найти максимум суммы $MN + PQ$.

Однако $OAKB$ — прямогольник, поэтому $OK = BA$ Тогда $\frac{OA}{AK} = \sin \angle OAK$

$$PK \cdot KQ = MK \cdot MN, \quad PK + KQ \leq 10, \quad MK + NM \leq 10.$$

$$(PK + KQ)(KQ) = MK(MK + MN)$$

$$\left[\begin{array}{l} x \leq 3\sqrt{2}\sin\alpha \rightarrow \text{при } x, y > 0 \quad \frac{x}{y} \leq \operatorname{tg}\alpha \cdot 3\sqrt{2} \\ \frac{1}{y} \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} x \geq 3\sqrt{2}\sin\alpha \rightarrow \text{при } x, y > 0 \quad \frac{x}{y} \geq \operatorname{tg}\alpha \\ \frac{1}{y} \geq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{array} \right]$$

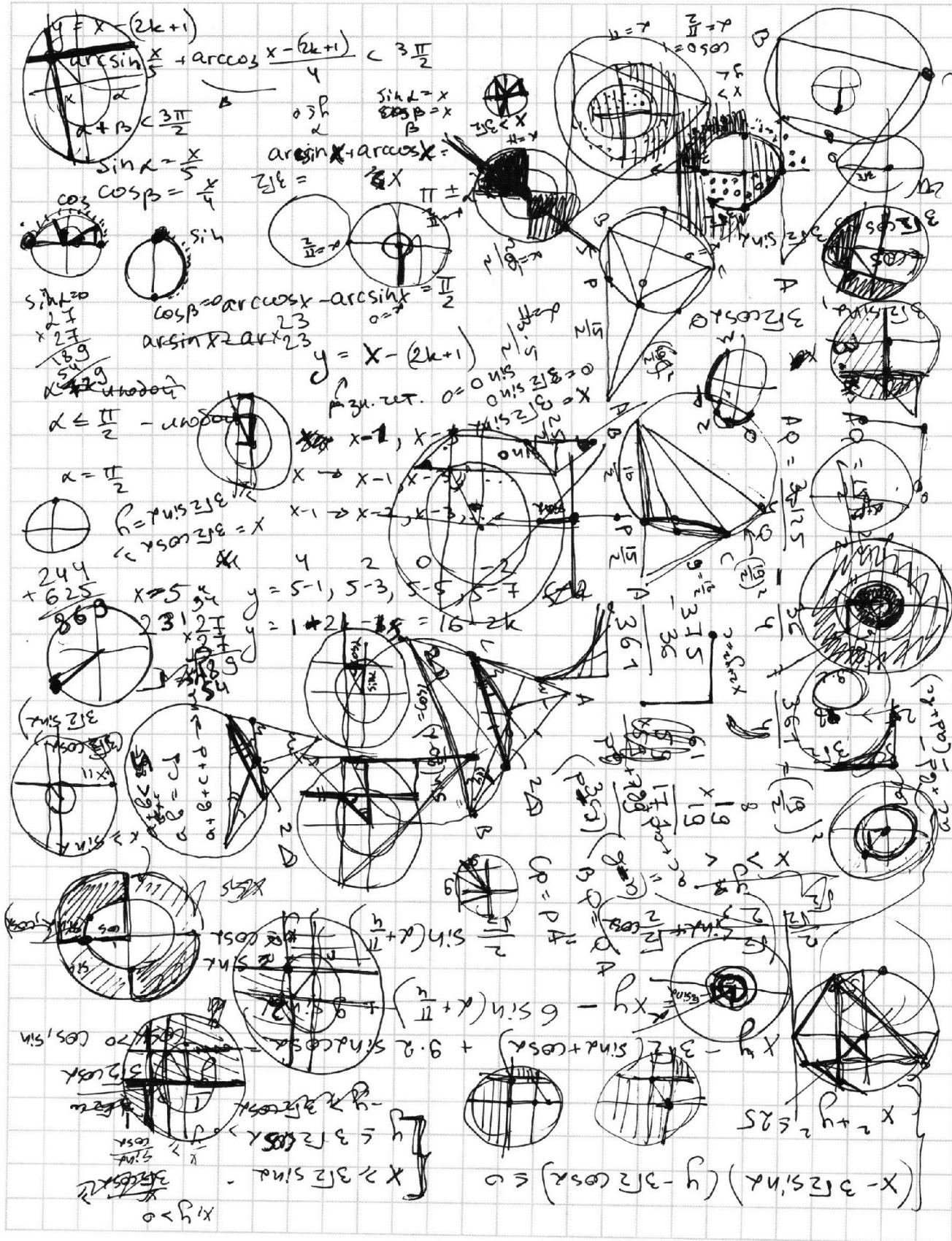


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} &= x, y > 0, x \neq 1 \\ = \frac{xy+2}{(x-1)(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} &= x, y > 0, x \neq 1 \\ \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} &= x, y > 0, x \neq 1 \\ = (x-1)(y+1) &= x, y > 0, x \neq 1 \\ = xy + x - y - 1 &= x, y > 0, x \neq 1 \\ x - y - 1 = 0 &= x, y > 0, x \neq 1 \\ x^3 - y^3 - 3xy &= x, y > 0, x \neq 1 \\ = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy &= x, y > 0, x \neq 1 \\ x-y &= x, y > 0, x \neq 1 \\ x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 3xy &= x, y > 0, x \neq 1 \\ (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy &= x, y > 0, x \neq 1 \\ = x^2 - 2xy + y^2 &= x, y > 0, x \neq 1 \\ = (x-y)^2 &= x, y > 0, x \neq 1 \\ = 1 &= x, y > 0, x \neq 1 \\ + 25 = 41 & \\ \text{B } x^2 - 50kx + 25k^2 &= 1 \\ \frac{x^2 - 50kx + 25k^2}{25} - 25 \cdot 16 &= 0 \\ - 25 \cdot 16 &= 0 \\ \frac{x^2 - 50kx + 25k^2}{25} &= \frac{x^2}{25} + (x - 2k - 1)^2 \\ - 25 \cdot 16 &= 0 \\ - 25 \cdot 16 &= 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!