



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 $\overline{aaaa} \cdot \overline{bcd} \cdot \overline{ef}$ - квадрат

$a, b, c, d, e, f \neq 0$

a, b, c, d, e, f - цифры. b и c с идентичными цифрами, $e = 1$ и $f = 1$

$$\overline{aaaa} = a \cdot 11 \cdot 101$$

Заметим, что 101 - простое \Rightarrow чтобы результат был

квадратом, $\overline{bcd} \cdot \overline{ef} \vdots 101$ \overline{ef} - однозначное число,

значит, $\overline{bcd} \vdots 101 \Rightarrow \overline{bcd} = \overline{XXX} \Rightarrow \overline{bcd} = 707$.

$$\overline{bcd} \cdot \overline{ef} \vdots 11, 707 \cdot 11 \Rightarrow \overline{ef} \vdots 11 \Rightarrow \overline{ef} = \overline{yy} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{ef} = 11.$$

$$a \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 7 \text{ - квадрат} \Rightarrow a = 7.$$

Ответ: $(7777; 707; 11)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} &= \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \quad \left\{ * xy(x-4)(y+4) \right. \\ y(x-4)(y+4) + x(x-4)(y+4) + 3(x-4)(y+4) &= \\ = xy(y+4) + xy(x-4) + 3xy & \\ xy^2 - 4y^2 + 4xy - 16y + \cancel{x^2y} + 4x^2 - 16x - 4\cancel{xy} + & \\ + 3xy + 12x - 12y - 48 &= xy^2 + 4xy + \cancel{x^2y} - 4xy + 3xy \\ x^2 - y^2 - x - 7y - 12 &= 0 \\ \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 &= (y + 3,5)^2 \\ \begin{cases} x = y + 4 \\ x = -y - 3 \end{cases} & - \text{ другая невозможна, т.к. } x, y - \text{ полож.} \\ x = y + 4 & \\ M = (y + 4)^3 - y^3 - 12(y + 4)y^2 &= \\ = y^3 + 12y^2 + 48y + 64 - y^3 - 12y^2 - 48y &= 64 \\ \text{Ответ: } 64 & \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $x = t$, $y = \frac{t-1+2k}{3}$.

Заметим, что x и y разной четности \Rightarrow этот сдвиги — подсдвиги первого, т.е. новых решений не добавляет.

Ответ: $x \in \overline{-7; 7}$, $y \in \overline{-9; 4}$, x и y разной четности и исключается пара $(7; 4)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

a)

$$\alpha = \pi x, \beta = \pi y$$

$$\sin^2 \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos^2 \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$-\cos 2\beta = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos(2\beta + \pi) = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\beta + \pi = \alpha - \beta + 2\pi k, \\ 2\beta + \pi = \beta - \alpha + 2\pi k \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ 2\beta = \alpha - \beta + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 3\beta = \alpha + 2\pi k - \pi, \\ \beta = -\alpha + 2\pi k - \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \beta = -x - 1 + 2k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 3y = x - 1 + 2k, \\ y = -x - 1 + 2k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

Ответ:

т.е. проходит только параллельные прямые $(t; \frac{t-1+2k}{3})$ и

$(t; -t-1+2k)$, $k \in \mathbb{Z}$, $t \in \mathbb{R}$

$$\delta) \arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \arccos \frac{x}{7} + \arccos \frac{y}{4} > 0,$$

$$\text{т.к. } \arccos a + \arcsin a = \frac{\pi}{2}.$$

$\arccos a \geq 0 \quad \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow$ условия на x и y :

$$\left[\begin{array}{l} \arccos \frac{x}{7} \neq 0 \\ \arccos \frac{y}{4} \neq 0 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{array} \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Также } \begin{cases} -7 \leq x \leq 7 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases} \text{ т.е. ОДЗ: } \begin{cases} -7 \leq x \leq 7 \\ -4 \leq y \leq 4 \\ x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{cases}$$

~~1 случай: $x = t$, $y = \frac{t-1+2k}{3}$ / $k \in \mathbb{Z}$~~

~~$t, \frac{t-1+2k}{3} \in \mathbb{Z}$~~

~~1) $t = -7$, $y = \frac{-8+2k}{3} \Rightarrow k = -2; 1; 4; 7; 10$~~

~~$y = -10; -7; 0; 2; 4$~~

~~Следует~~

Если y - нецелое, то x может принимать все целые значения,

если y - целый, то x принимает все нецелые значения

Одна: $(-7, -4); (-5, -4); (-3, -4); (-1, -4); (1, -4); (3, -4);$
 ~~$(5, -4); (7, -4); (-7, -2); (-5, -2); (-3, -2); (-1, -2);$~~
 ~~$(1, -2); (3, -2); (5, -2); (7, -2); (-7, 0); (-5, 0); (-3, 0);$~~
 ~~$(-1, 0); (1, 0); (3, 0); (5, 0); (7, 0); (-7, 2); (-5, 2);$~~
 ~~$(-3, 2); (-1, 2); (1, 2); (3, 2); (5, 2); (7, 2); (-7, 4);$~~
 ~~$(-5, 4); (-3, 4); (-1, 4); (1, 4); (3, 4); (5, 4);$~~

П Заметим, что когда $x = t$, $y = -t-1+2k$, ~~то~~ k можно менять (в силу произвольного выбора k) подходит все пары x и y из ОДЗ,

так x и y разной генерации.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим x - учеников, $y+g$ - билетов выданных
в конце лекции.

Первая вероятность равна $\frac{C_{x-2}^2}{C_x^y}$, т.е. всего ~~выдано~~
учеников C_x^y , а четвертое с ^x легких и ^{y+g} сложных
сколько дочек, если их удалить из класса т.е. C_{x-2}^2

Вторая вероятность аналогична равна $\frac{C_{x-2}^{y+2}}{C_x^{y+4}}$

$$11 \quad \frac{C_{x-2}^2}{C_x^y} = \frac{C_{x-2}^{y+2}}{C_x^{y+4}}$$

$$11 \quad C_{x-2}^2 \cdot C_x^{y+4} = C_x^y \cdot C_{x-2}^{y+2}$$

$$11 \quad \frac{(x-2)(x-3)}{2} \cdot \frac{x!}{(y+4)!(x-y-4)!} = \frac{x!}{y!(x-y)!} \cdot \frac{(x-2)!}{(y+2)!(x-y-4)!}$$

$$\frac{11}{2(y+3)(y+4)} = \frac{1}{24} \Rightarrow 11 \cdot 12 = (y+3)(y+4) \Rightarrow$$

$$y = 8 \text{ или } -15 \quad (\text{т.к. уравнение квадратное, то корней больше нет})$$

$$y > 0 \Rightarrow y = 8.$$

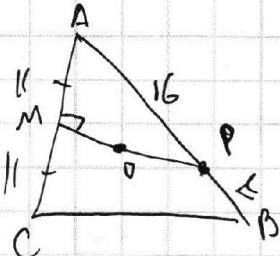
Ответ: 12

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Докажем, что PO - сер. перп. к AC .
для этого достаточно показать что $\angle POC = \angle POB$, т.е.

Пусть отметим P' на AB : $PO \perp AC$.

Докажем, что $P = P'$, т.е. $COP' B$ - вписаный,

$$\angle COP' A = 90^\circ - \alpha \quad (\text{згд } \alpha - \text{ угол } \angle CAB)$$

$$\angle OCB = \frac{180^\circ - \angle COB}{2}, \text{ т.к. } CO = OB, \text{ но } \angle COB = 2\alpha$$

(как центральный) $\Rightarrow \angle OCB = 90^\circ - \alpha = \angle COP' A \Rightarrow COP' B$ - вписаный, т.т.г. Но т.к. O лежит на сер. перп. к AC ,

то PO - сер. перп. к AC . M -середина AC $\sin \alpha =$

$$= \frac{AP}{MP} = \frac{16}{11} \quad \frac{MD}{AP} = \frac{\sqrt{16^2 - 11^2}}{16} = \frac{\sqrt{135}}{16} \quad \rightarrow (\text{т. Пифагора для } \triangle AMP)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot 24 \cdot \sin \alpha = 11 \cdot \frac{24\sqrt{135}}{16} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{99\sqrt{15}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

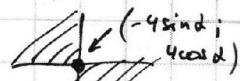
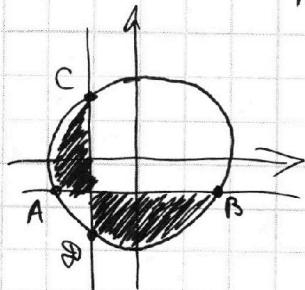
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 \leq 36$ - круг с центром $b(0;0)$ и радиусом $= 6$.

$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) = 0$ - две перп. прямые, напр. оси координат. и 2 и 4 четверти



Получаем фигуру, состоящую из двух четвертей плоскости, ограниченных дугами окружности. Заметим, что сумма дуг не зависит от α , т.к. угол между прямыми $= 90^\circ$, то сумма дуг это половина длины окружности, т.е. 6π .

A, B, C, D - точки на окр., AB и CD - прямые

Заметим, что $CD = 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha}$, т.к. расстояние от O

$$|OD| = |4 \sin \alpha| \quad \text{аналогично } |AB| = 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

$$\text{Нужно найти максимум } f(\alpha) = 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} + 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + 6\pi$$

$$(1) \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \quad (\text{нр-60 о гр. арифм. и сп. квадр.})$$

$$f(\alpha) \leq 4 \cdot \sqrt{\frac{72 - 16 \sin^2 \alpha - 16 \cos^2 \alpha}{2}} + 6\pi = 4 \cdot \sqrt{28} + 6\pi \quad (* \text{ максимум достигается при } \alpha = \frac{\pi}{4})$$

$$\text{Отвр: } 4\sqrt{14} + 6\pi, \quad \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

* к равенство (1) обращается в равенство $\Leftrightarrow a = b$, максимум достигается при равенстве $\Rightarrow \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} = \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} \Rightarrow \pi \cdot 16 \leq 16 \sin^2 \alpha \leq 16, 0 \leq 16 \cos^2 \alpha \leq 16$, т.к. $\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

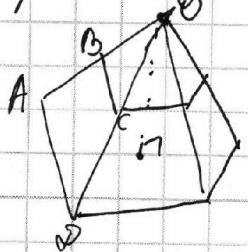
6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

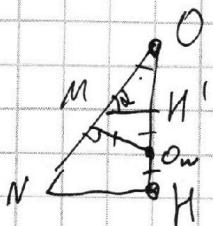
Из симметрии, центр орбиты лежит на высоте трапеции (высакованной).



Рассмотрим боковую часть $ABCD$ (AB, CD - бок. ребра). Она эвн. трапецией (равнобокой).

Лучи MN и OH - середины BC и AD .

Проведем сечение через MN и высоту (то есть, т.к. они пересекаются в вершине D). Заметим, что тангенс касания w с верхней, нижней и граничью $ABCD$ лежат в этом сечении (из симметрии)



OH равна $OH, MH^1, NH =$

$$\Rightarrow MH^1 + NH = NM \quad (\text{отразим от } OH)$$

и находим отрицательный четырехугольник

$$OH^1 \cdot \operatorname{tg} \angle \neq OH \cdot \operatorname{tg} \angle = \frac{OH}{\sin \angle} - \frac{OH^1}{\sin \angle}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

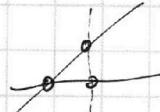
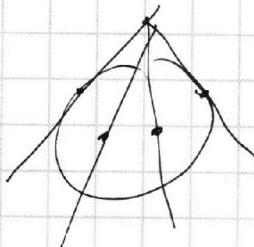
7

СТРАНИЦА
ИЗ

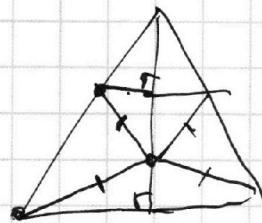
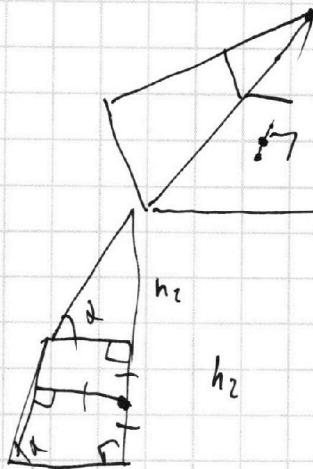
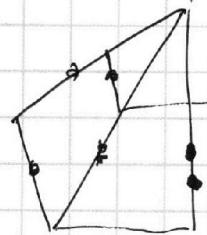
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$3y = t - 1 + 2k$$

$$3y + 1 - 2k = t$$



$$\frac{\tan \alpha + \frac{1}{\sin \alpha}}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} =$$



$$h_1 \tan \alpha + h_2 \tan \beta = \frac{h_2}{\sin \alpha} - \frac{h_1}{\sin \beta}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

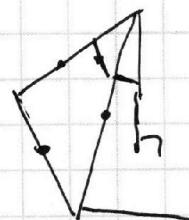
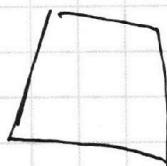
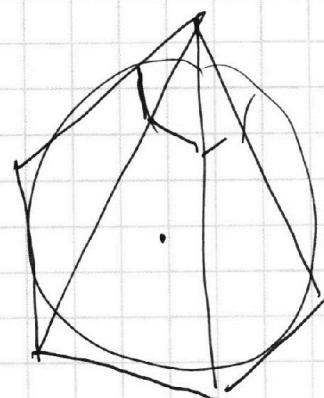
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x-y = 4 \rightarrow y + 4$$

ПВ = -

~~11~~

$$\frac{x(x-1)}{2}$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

~~C⁴~~

$$\frac{(x-2)(x-3)}{2} = C_x^4$$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{C_{x-2}^{y+2}}{C_x^{y+4}}$$

?

$$11 \cdot C_x^{y+4} \cdot C_{x-2}^2 = C_x^4 \cdot C_{x-2}^{y+2}$$

$$10 \cdot C_x^{y+4} \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{2} = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{2^4} \cdot C_{x-2}^{y+2}$$

$$11 \cdot 12 \cdot C_x^{y+4} = x(x-1) \cdot C_{x-2}^{y+2}$$

$$11 \cdot 12 \cdot \frac{x!}{(y+4)!(x-y-4)!} = x(x-1) \cdot \frac{(x-2)!}{(y+2)!(x-y-4)!}$$

$$11 \cdot 12 = (y+3)(y+2)$$

$$y = 8$$

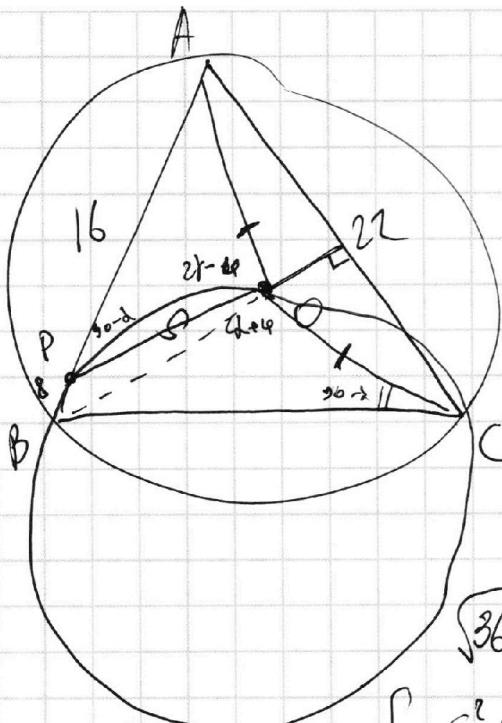


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} - ?$$

$$(x+a)(y-a) >$$

$$x+a \geq 0$$

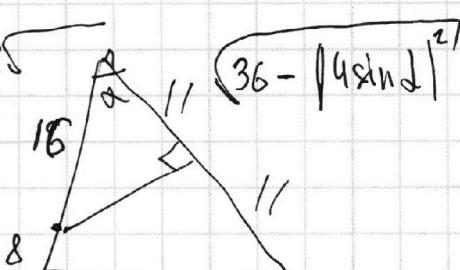
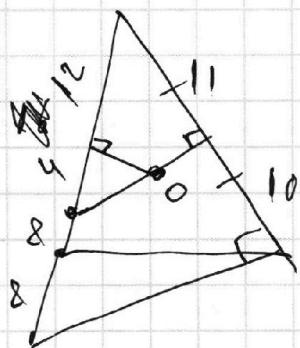
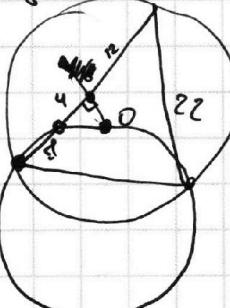
$$\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} + \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = 56$$

$$a+b$$

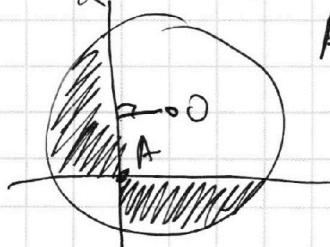
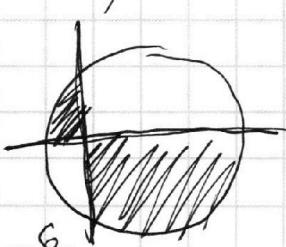
$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$a+b \leq 2\sqrt{14}$$



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{256 - 121}}{16}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{135}}{16} \cdot 22 \cdot 24 = \frac{33\sqrt{135}}{2} = \frac{99}{2}\sqrt{15}$$



$$A(-4\sin \alpha; 4\cos \alpha)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\overline{aaaa} \cdot \overline{xy7} \cdot \overline{21}$$

$\overbrace{\quad}^{707}$

$$a \cdot \overline{1111} = a \cdot 11 \cdot 101$$

$$a = 7$$

1 ✓
2 ✓
3 ✓
4 ✓
5 ✓
6 ✓

N2

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy$$

$$\begin{aligned} & \cancel{xy(x-4)(y+4)} \\ & \cancel{y(x-4)(y+4)} + x(x-4)(y+4) + 3(x-4)(y+4) \\ & = xy(y+4) + xy(x-4) + 3xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{xy^2} - \cancel{4y^2} + \cancel{4xy} - 16y + \cancel{x^2y} + \cancel{4x^2} - \cancel{4xy} - 16x + \\ & + \cancel{3xy} + 12x - 12y - 98 = \cancel{xy^2} + \cancel{4xy} + \cancel{x^2y} - \cancel{4xy} + \cancel{3xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -y^2 + x^2 - 4y - 4x + \cancel{2x} - 3y - 16 = 0 \\ & \left. \begin{aligned} & (x^2 - x - y^2 - 7y - 16 = 0) \\ & (x+y) \end{aligned} \right| \quad x^2 - y^2 - x - 7y - 16 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^3 - x^2 - xy^2 - 7y - 16x + xy \\ & (x+y) \quad 3,5^2 = 12,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 - x + \frac{1}{4} - y^2 - 7y - 12,25 \\ & (x - \frac{1}{2})^2 = (y + 3,5)^2 \\ & x = y + 4 \\ & x = -y + 3 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+4)^3 - y^3 - 12y(y+4) = y^3 + 12y^2 + \cancel{48y} + 64 - y^3 - \cancel{12y^2} - \cancel{48y}$$

Orket: 64.

$$\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = \cos(\pi y) + \cos(\pi x) \cos \pi y$$

$$(\sin \beta - \sin \alpha) \sin \beta = (\cos \beta + \cos \alpha) \cos \beta$$

$$\sin^2 \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos^2 \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\cos^2 \beta - \sin^2 \beta = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

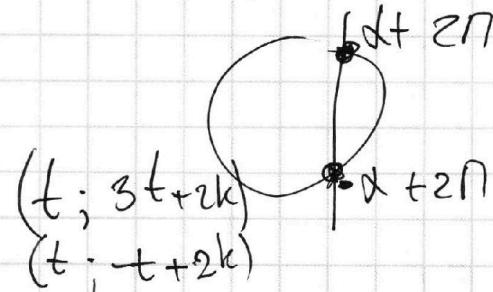
$$\cos 2\beta = \cos(\alpha - \beta)$$

$$2\beta = \alpha - \beta + 2\pi k$$

$$2\beta = \beta - \alpha + 2\pi k$$

$$3\beta = \alpha + 2\pi k$$

$$\beta = -\alpha + 2\pi k$$



$$\begin{cases} 3\beta = \alpha + 2\pi k \\ \beta = -\alpha + 2\pi k \end{cases}$$

$$\arccos \frac{x}{\sqrt{7}} + \arccos \frac{y}{\sqrt{7}} > 0$$

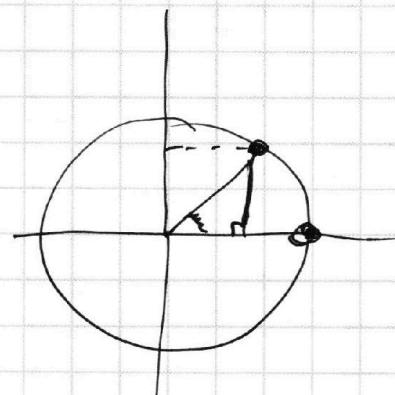
$$\arccos \frac{x}{\sqrt{7}} > -\arccos \frac{y}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{t}{7} = 1$$

$$\frac{3t + 2k}{7} = 1$$

$$t = 7$$

$$21 + 2k = 4$$



$$t = 7 \quad -7 + 2k = 4$$