



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:

- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- $C$  — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 2, а  $y$  — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 6xy$ .

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$ .

- б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 25$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 35$ .

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Рассмотрим число  $A : A = x \cdot 1111 = x \cdot 11 \cdot 101$ , где

$x \in [1; 9]$ .  $A \cdot B \cdot C$  - квадрат,  $A : 101$  и  $A : 11$ , то

$$A \nmid 101^2 \text{ и } A \nmid 11^2 \Rightarrow B \cdot C : 101 \text{ и } B \cdot C : 11.$$

Значит, что  $C \nmid 101$ , так как  $101 > 100 > C$  и  $C \geq 10 > 0$  (двухзначные числа не могут делиться на трехзначные)  $\Rightarrow B : 101$ . Такое трехзначное число, делящееся на 101 имеет вид  $\overline{y0y}$ , где  $y \in [1; 9]$ , но В содержит цифру 6  $\Rightarrow y = 6$ .  $B = 606 \Rightarrow B \nmid 11 \Rightarrow C : 11$ , такое двухзначное число, делящееся на 11, представимо как  $\overline{zz}$ , где  $z \in [1; 9]$ , но С содержит цифру 3  $\Rightarrow C = 33$  ( $z = 3$ ).

$$A \cdot B \cdot C = (x \cdot 1111) \cdot 606 \cdot 33 = x \cdot 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2$$

$A \cdot B \cdot C$  - квадрат  $\Rightarrow x$  представим как  $p^2 \cdot 2$ , где  $p$ -натуральное и  $x \in [1; 9]$ .  $p=1 \Rightarrow x = 1^2 \cdot 2 = 2$  подходит;

$$p=2 \Rightarrow x = 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ подходит}; p=3 \Rightarrow x = 3^2 \cdot 2 = 18 > 9$$

не подходит; при  $p > 3$   $x = p^2 \cdot 2 > 3^2 \cdot 2 > 9$

тако  $A = 2222$ , тако  $A = 8888$

Ответ:  $(2222; 606; 33)$ ,  $(8888; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\left| \begin{array}{l} K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} \\ xy \cdot K = \frac{xy}{x} + \frac{xy}{y} + \frac{5xy}{xy} \\ xy \cdot K = y + x + 5 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} K = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} \\ (x-2)(y+2)K = \frac{(x-2)(y+2)}{x-2} + \frac{(x-2)(y+2)}{y+2} + \\ + \frac{5(x-2)(y+2)}{(x-2)(y+2)} \\ (x-2)(y+2)K = (y+2) + (x-2) + 5 = y + x + 5 \end{array}$$

$$xy \cdot K = x + 5 + y = (x-2)(y+2)K$$

$$xyK = (x-2)(y+2)K \quad (x > 0; y > 0 \Rightarrow K > 0, \text{ сумма положительных чисел})$$

$$xy = xy - 2y + 2x + 4$$

$$y - x = -2 \Rightarrow x - y = 2$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy = \\ &= 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2(x-y)^2 = \\ &= 2 \cdot 2^2 = 8 \end{aligned}$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$(\sin \pi x)^2 + \sin \pi y \sin \pi x = (\cos \pi x)^2 - \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin \pi x \sin \pi y + \cos \pi x \cdot \cos \pi y = (\cos \pi x)^2 - (\sin \pi x)^2$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$$

$$\begin{cases} \pi x - \pi y = 2\pi x - 2\pi k_1, \\ \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k_2 \end{cases} \quad k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x + y = 2k_1, \\ 3x - y = 2k_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2k_1 - x \\ y = 3x - 2k_2 \end{cases}$$

$$d) \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$

$$\begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2 \\ x \neq 6 \\ y \neq 2 \end{cases} \quad \text{представим все } y$$

Ответ:  $(x; 2k_1 - x); (x; 3x - 2k_2); k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N4

Пусть младой в классе  $n$ , билетов  $a$ . Тогда количество способов раздать  $a$  билетов  $= C_n^a$ . Если 2 билета получат Петя и Вася, то количество способов раздать билеты осталась  $= C_{n-2}^{a-2}$  (2 билета отданы, 2 человека уже с билетами)

Тогда вероятность для Пети и Васи лежать вместе:

$$\frac{C_{n-2}^{a-2}}{C_n^a} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{подходящие варианты (исходы)} \\ \leftarrow \text{все варианты (исходы),} \end{array}$$

$$\frac{C_{n-2}^{a-2}}{C_n^a} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-a)!(a-2)!}}{\frac{n!}{(n-a)!a!}} = \frac{(n-2)! \cdot a!}{n! (a-2)!} = \frac{a(a-1)}{n(n-1)}$$

Ученикство билетов 4, в конце  $x$ . Запишем условие решения вероятности в 6 раз:

$$\frac{4(4-1)}{n(n-1)} \cdot 6 = \frac{x(x-1)}{n(n-1)} \quad (\text{младой в классе } \geq 2 \Rightarrow$$

$$6 \cdot 4 \cdot 3 = x(x-1) \quad \Rightarrow \text{нет деления на 0}$$

$$x^2 - x - 72 = 0$$

$$(x-9)(x+8) = 0$$

$$\begin{cases} x=9 \\ x=-8, \text{ количество билетов не может быть } < 0 \end{cases}$$

Ответ: 9 билетов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

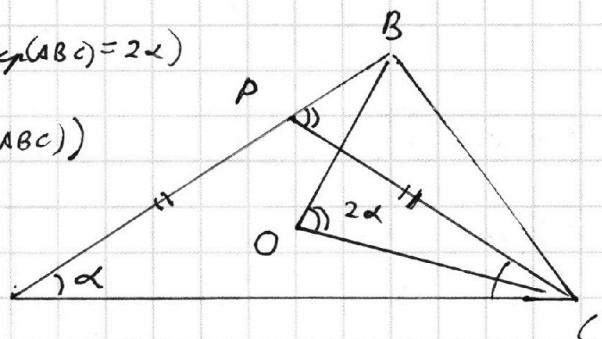
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Таким  $\angle BAC = \alpha$  ( $\cup BC$  в окр( $\triangle ABC$ ) =  $2\alpha$ )

Тогда  $\angle BOC = 2\alpha$  ( $\cup BC$  в окр( $\triangle ABC$ ))

$\triangle ABC$  - остроугольный



$$AP = 25; PB = 5; AC = 35$$

$\triangle BPC$  - вписанный в  $\cup$  круг -

при  $\triangle BPC$   $\Rightarrow \angle BPC = \angle BOC$  (отображаются на  $\cup BC$ )  
в окр. ( $\angle BOC$ )

$$\angle BPC = 2\alpha \Rightarrow \angle APC = 180 - 2\alpha \text{ (смежный)}$$

по сумме углов  $\triangle APC$ :  $\alpha + (180 - 2\alpha) + \angle PCA = 180 \Rightarrow \angle PCA = \alpha$

$\angle PAC = \angle PCA = \alpha \Rightarrow \triangle APC$  равнобедренный  $\Rightarrow AP = PC = 25$

по теореме косинусов:

$$|AP|^2 + |AC|^2 - 2 \cos \alpha |AP||AC| = |PC|^2$$

$$25^2 + 35^2 - 2 \cos \alpha \cdot 25 \cdot 35 = 25^2$$

$$\cos \alpha \cdot 50 \cdot 35 = 35^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{51}}{10} \quad \alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha \geq 0$$

по формуле площади:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} |AB||AC| \sin \alpha$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (25+5)(35) \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = \frac{105\sqrt{51}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{105\sqrt{51}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\left\{ \begin{array}{l} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{array} \right. \end{array} \right.$$

2 из 4 четвертей плоскости,  
образованных лучами

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha; y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$x^2 + y^2 \leq 13^2$   $\rightarrow$  окружность с центром в  $(0,0)$  и  $r = 13$   
и ее внутренности

Заметим, что точка пересечения прямых  $x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$

и  $y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$  — это  $(-5\sqrt{2} \cos \alpha; -5\sqrt{2} \sin \alpha)$ , удалена  
от  $(0,0)$  на  $L = \sqrt{(5\sqrt{2} \cos \alpha)^2 + (5\sqrt{2} \sin \alpha)^2} = \sqrt{50(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} =$   
 $= \sqrt{50}; \sqrt{50} < 13$  ( $50 < 169$ )  $\Rightarrow$  точка пересечения всегда  
внутри окружности.

К тому же эти прямые перпендикулярны  $\Rightarrow$  получим  
дугу, входящую в нашу фигуру  $= 90^\circ \Rightarrow$  часть периметра  
фигуры, ограниченной окружностью  $\angle$   $= 180^\circ =$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2\pi R = \pi \cdot 13$$

Чтобы максимизировать периметр нужно макси-  
мизировать сумму длин отрезков, висящих от 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 прямых окружности

мы можем найти их сумму

по теореме Гибралла:

$$2 \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2} \cos \alpha)^2} + 2 \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2} \sin \alpha)^2}$$

радиус      расстояние от центра  
(0;0) до прямой

$$2 \sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + 2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha} - \max$$

$$2 \sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + 2 \sqrt{119 + 50 \cos^2 \alpha} - \max$$

$$f = 50 \cos^2 \alpha - 25$$

$$2 \sqrt{144 - f} + 2 \sqrt{144 + f} = f(t) - \max$$

$$f'(t) = -\frac{2}{2\sqrt{144-t}} + \frac{2}{2\sqrt{144+t}} = 0 \quad (\text{лемма Гернга})$$

$$\frac{\sqrt{144+t} - \sqrt{144-t}}{2\sqrt{144+t}\sqrt{144-t}} = 0 \Rightarrow \sqrt{144-t} = \sqrt{144+t}$$

$$2t = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad 144 - t = 144 + t$$

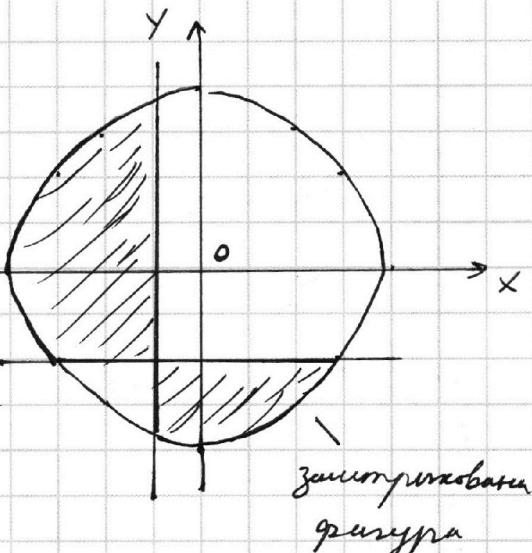
$$t = 0 \Rightarrow 50 \cos^2 \alpha - 25 = 0 \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot k; k \in \mathbb{Z}$$

$$f(t) = 2 \sqrt{144-0} + 2 \sqrt{144+0} = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 12 = 48$$

$$\therefore \varphi(\alpha) = f(t) + 13\pi = 48 + 13\pi$$

$$\text{Ответ: } \varphi(\alpha) = 48 + 13\pi; \quad \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot k; k \in \mathbb{Z}$$



в силу монотонности корня

$$144 - t = 144 + t$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1111 - 11 \cdot 101$$

$$A \cdot B \cdot C = 101$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1111 \\ \hline 1111 \end{array}$$

$$x(x + 5\sqrt{2} \sin \alpha)$$

$$xx + 5$$

$$2222$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x =$$

$$= (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi y \cos \pi x =$$

$$= \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\cos 2\pi x$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k \\ \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k \end{array} \right]$$

$$y = x + 5\sqrt{2} \cos \alpha \quad \frac{x}{101}$$

$$y = -x + 5\sqrt{2} \sin \alpha \quad \frac{y}{101}$$

$$2x = 5\sqrt{2} (\sin \alpha - \cos \alpha) \quad \frac{2x}{101}$$

$$\therefore$$

$$xy + 2x - 2y + 4$$

$$C = 33$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{f}{xy}$$

$$606$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{2}{x(x-2)} + \frac{2}{y(y+2)} = \frac{10x - 10y + 20}{(x-2)(y+2)xy} = 0$$

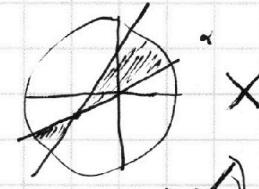
$$\frac{2x^2 + 2y^2 + 2x^2 - 2x + 2y - 2y + 4}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y + 4 = 0$$

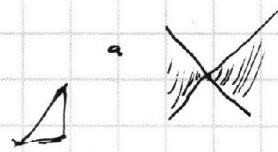
$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 4 = 0$$

$$x = y + 5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$y =$$



0000



$$\frac{\binom{n}{k}}{n! \cdot k!}$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^4}$$

$$\frac{C_n^{a-2}}{C_2^a}$$

$$\frac{2}{a} + \frac{2}{(a-2)}$$

$$\frac{\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}}{\frac{(n-a)! \cdot a!}{n!}} = \frac{\frac{(n-a)! \cdot a!}{(n-a+2)! \cdot (a-2)!}}{\frac{(n-a+2)! \cdot (a-2)!}{(n-a+2)(n-a+1)}} = \frac{a(a-1)}{(n-a+2)(n-a+1)}$$

$$\frac{\frac{a(a-1)}{(n-a+2)(n-a+1)}}{(n-a+2)(n-a+1)} = 6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{(n-2)(n-1)}$$

$$24 \cdot 3 = 72$$

$$a(a-1)(n-2)(n-1) = 72(n-n+2)(n-n+1)$$

$$(a^2 - a)(n^2 - 3n + 2) = 72(n^2 - an + n - a + a^2 - a + 2n - 2a + 2)$$

$$a^2 n^2 - 3a^2 n + 2a^2 - an^2 + 3an - 2a = 72a^2 + 72n^2 - 144an + 216n - 216a + 144$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

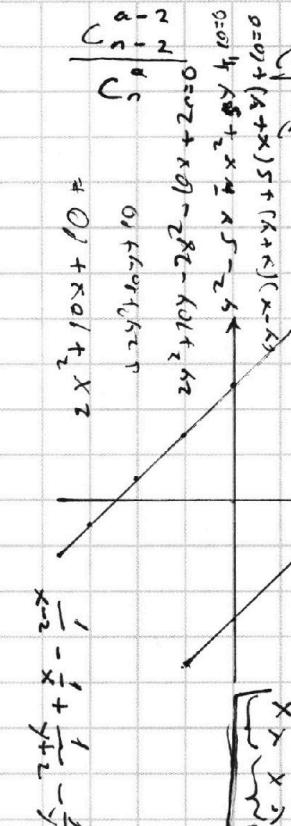
$$\frac{C_{n-2}}{C_n} = \frac{(n-2)!}{(n-a)! \cdot a!} = \frac{(n-2)!, a!}{n! \cdot (a-2)!}$$

$$6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} = \frac{a(a-1)}{n(n-1)}$$

$$a^2 - a - 72 = 0$$

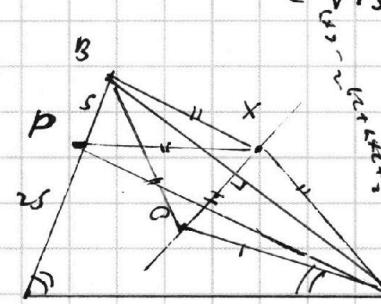
$$(a-9)(a+8) = 0$$

$$x = -5\sqrt{2} \cos 2 \\ y = -5\sqrt{2} \sin 2$$



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ x \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \alpha}$$



$$\cos \alpha = \frac{25^2 + 35^2 - 2 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \cos \alpha}{2 \cdot 25 \cdot 35}$$

$$35^2 = 2 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$\begin{aligned} & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 + x_7^2 + x_8^2 + x_9^2 + x_{10}^2 + x_{11}^2 + x_{12}^2 + x_{13}^2 + x_{14}^2 + x_{15}^2 + x_{16}^2 + x_{17}^2 + x_{18}^2 + x_{19}^2 + x_{20}^2 = 0 \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 + x_7^2 + x_8^2 + x_9^2 + x_{10}^2 + x_{11}^2 + x_{12}^2 + x_{13}^2 + x_{14}^2 + x_{15}^2 + x_{16}^2 + x_{17}^2 + x_{18}^2 + x_{19}^2 + x_{20}^2 = 0 \end{aligned}$$

$$4\sqrt{25} = 20$$

$$2\sqrt{25-t} + 2\sqrt{25+t}$$

$$\cos \alpha \sin \beta - \cos \beta \sin \alpha$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$$

$$\begin{aligned} & \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ & \cos(\alpha + \beta) \\ & \cos(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$50 \cos^2 \alpha - 25 = 0$$



$$\frac{1}{25+t} - \frac{1}{25-t}$$

$$\pi x - \pi y = 2\pi k + 2\pi n$$

$$\pi x - \pi y = -2\pi k + 2\pi n$$

$$\begin{cases} x+y = -2k \\ x-y = 2k \end{cases}$$

$$t = 0$$

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

$$7$$

$$8$$

$$9$$

$$10$$

$$11$$

$$12$$

$$13$$

$$14$$

$$15$$

$$16$$

$$17$$

$$18$$

$$19$$

$$20$$

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

$$7$$

$$8$$

$$9$$

$$10$$

$$11$$

$$12$$

$$13$$

$$14$$

$$15$$

$$16$$

$$17$$

$$18$$

$$19$$

$$20$$

$$y = x + 5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$y = -x + 5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$2(50 \cos^2 \alpha - 25)$$

$$2\sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \alpha}$$

$$+ 2\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \alpha} - 100$$

$$\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$$