



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$n1 \quad ab : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; \quad bc : 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}; \quad ac : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{33};$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}; \quad \text{Поэтому } abc : \sqrt{2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}};$$

- поскольку $a^2 b^2 c^2 = (abc)^2$, $\Rightarrow$ все его делители - также квадраты;

Значит, $abc : 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$; - в силу натуральности a, b, c берём большую степень для тройки;

Подберём степени "2", "3", "5" для a, b, c ;

Для "2": т.к. $bc : 2^{12}$, $ac : 2^{14}$, $ab : 2^8$, $\Rightarrow$

$$\frac{ac}{bc} : \frac{2^{14}}{2^{12}} = 2^2; \Rightarrow \frac{a}{b} : 2^2; \quad \text{Пусть пусть } b : 2^x, \Rightarrow a : 2^{x+2};$$

$$\Rightarrow ab : 2^{2x+2} \geq 2^8; \quad (\text{из-за того, что } ab : 2^8), \Rightarrow x \geq 3;$$

$$\text{Тогда } x_{\min} = 3 \Rightarrow \text{или } x_{\min} : a : 2^5, b : 2^3, c : 2^3;$$

Для "3" проделаем аналогичные действия:

$$bc : 3^{20}, \quad ac : 3^{21}, \Rightarrow \frac{a}{b} : 3^1; \quad \text{Пусть } b : 3^y, \Rightarrow a : 3^{y+1};$$

$$\Rightarrow ab : 3^{2y+1} \geq 3^{14}, \Rightarrow y \geq \frac{13}{2} - \text{в силу натуральности } a, b, c \text{ возьмём } y = 7;$$

$$\Rightarrow a : 3^8, b : 3^7, \Rightarrow c : 3^{13};$$

Аналогично для "5": Пусть $b : 5^z, \Rightarrow a : 5^{2z+2}$; $ab : 5^{2z+12} \geq 5^{12}$;
 $\Rightarrow z \geq 0$; Возьмём $z_{\min} = 0$; $b : 5^0 = 1$, $a : 5^{12}$, $\Rightarrow c : 5^{27}$;

$$\text{Значит, } a : 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}, \quad b : 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0, \quad c : 2^3 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27};$$

$$\Rightarrow \text{для минимизации пусть } a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}, \quad b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0, \quad c = 2^3 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$$

$$\Rightarrow abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}; \quad (\text{это делится на } 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34});$$

$$\text{Ответ: } abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39};$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

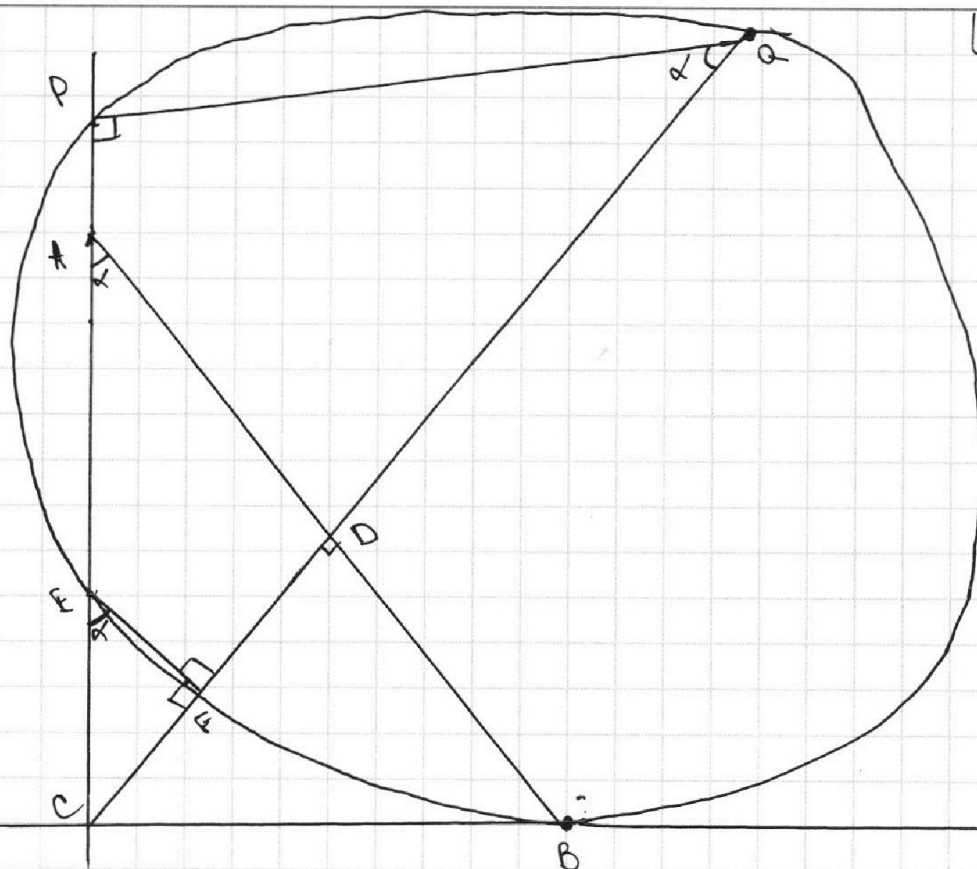
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



стр. 1 решение



1. ~~AB~~ $CD^2 = AD \cdot BD = 10t^2$ — при $BD = 2t$, $AD = 5t$;

$CD = t\sqrt{10}$;
 $AC = t\sqrt{35} = \sqrt{AB \cdot AD}$, $BC = 4\sqrt{14} = \sqrt{AB \cdot BD}$;

2. Пусть $\angle A = \alpha$, $\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{7}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{35}}{7}$; $\tan \alpha = \sqrt{\frac{2}{5}}$;

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{S_{ABE}}{S_{ACD}} \cdot \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \left(\frac{10t}{\sqrt{35}t}\right)^2 \cdot \frac{EF^2}{AD^2} = \frac{20}{7} \cdot \left(\frac{EF}{AD}\right)^2$;

Пусть $EF = 5z$, $\Rightarrow \frac{EF}{AD} = \frac{z}{t}$;

3. Продлим CA до перес. с окруж. в P, CD до перес. с окр. в Q;

т.к. $\angle EFD = 90^\circ$, ~~и~~ четырех. FEPQ — вписанный, $\Rightarrow \angle EPQ = 90^\circ$;

4. По теореме об отрезках секущих и отрезке касат.: $CE \cdot CB = CB^2 = 14t^2$;
 $\sqrt{35}t \cdot CP = 14t^2$; $\Rightarrow CP = t \cdot \frac{14}{\sqrt{35}}$;

$\angle PQC = \alpha$;
 (см. решение на стр. 2 решения)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. П.н. $\lg \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}$ и $\lg \alpha = \frac{PC}{PQ}$, ∞ $PC = \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot 2\sqrt{14}t = 2 \cdot \sqrt{\frac{28}{5}}t = \left[\text{сп. 2 решени}$
 $= \frac{14t^2}{\sqrt{35}z}$ $\sqrt{28}t = \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \frac{t}{z}$; $\frac{t}{z} = 2, (\Rightarrow zt = \frac{1}{2})$

Ответ: $\frac{20}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{9}$;

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{1}{10}(\pi - 2x);$$

$$(I) \begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2} & \text{для левой части;} \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} -1 \leq \cos x \leq 1 & \text{для правой части} \end{cases}$$

(II) - ограничение выполняется всегда;

Возьмём синус от левой и правой частей:

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right);$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \Rightarrow$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5} - x\right); \quad \text{Пусть } t = \frac{\pi}{5} - x; \quad -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2};$$

$$\sin 5t = \sin t;$$

$$\sin 5t - \sin t = 0;$$

$$2 \sin 2t \cos 3t = 0;$$

$$\begin{cases} 2t = \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ 3t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}; \\ t = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6};$$

$$\begin{cases} t = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}; \\ t = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6};$$

Вернёмся к переменной x :

$$\frac{\pi}{5} - x = -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6};$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{5} - x = -\frac{\pi}{2}; \\ \frac{\pi}{5} - x = 0; \\ \frac{\pi}{5} - x = \frac{\pi}{2}; \\ \frac{\pi}{5} - x = -\frac{\pi}{6}; \\ \frac{\pi}{5} - x = \frac{\pi}{6}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3\pi; \\ -x = -\frac{\pi}{2}; \\ -x = 2\pi; \\ -x = -\frac{4\pi}{3}; \\ -x = \frac{\pi}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3\pi; \\ x = \frac{\pi}{2}; \\ x = -2\pi; \\ x = \frac{4\pi}{3}; \\ x = -\frac{\pi}{3}; \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } -2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi;$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N4 \begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 < 36; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + (y - 10)^2 = 6^2; \end{cases} \end{cases}$$

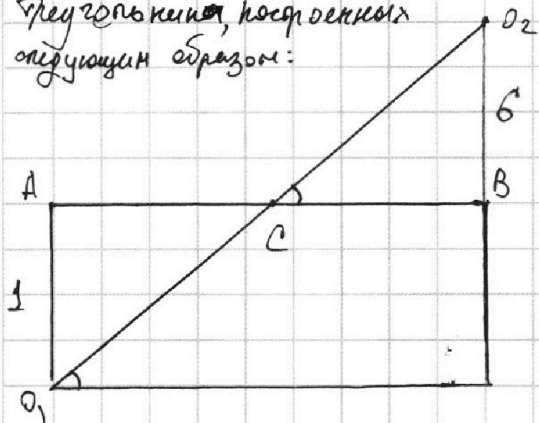
Совокупность задаёт окружности с центрами $O_1(0;0)$ и $O_2(0;10)$ и соответствующими радиусами $R_1=1$ и $R_2=6$;

Прямая $m: ax - 3y + 4b = 0$; — должна для выполнения условия пересечь окружности ровно дважды. Для этого найдём крайние положения касательной общей обоим окружностям;

Точки касания A и B , точка пересечения O_1O_2 с AB — C ;

Рассмотрим два верт. треугол.

Треугольнички, построенные следующим образом:



$$O_1O_2 = 10, AO_1 + O_2B = 7;$$

$$\Rightarrow AB \text{ по П. Пиф.} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51};$$

Нам нужен тангенс угла $\angle CO_2B$, он равен:

$$\frac{AB}{AO_1 + O_2B} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow \text{коэффициент}$$

Угла наклона касательной должен быть по модулю

большее $\tan \frac{\sqrt{51}}{7}$:

$$\left| \frac{a}{b} \right| > \tan \frac{\sqrt{51}}{7};$$

$$\begin{cases} a > 3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \\ a < -3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \\ a < -3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \Rightarrow a \in (-\infty; -3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (3 \tan \frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x} 625 - 3, \\ \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3; \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0, \\ y > 0, \\ y \neq 1, \\ x \neq \frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 2x} - 3; \\ \log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 y} - 3; \end{cases}$$

Пусть $\log_5(2x) = \alpha$, $\log_5 y = \beta$:

$$\begin{cases} \alpha^4 - \frac{3}{\alpha} = \frac{4}{3\alpha} - 3; \\ \beta^4 + \frac{4}{\beta} = -\frac{1}{3\beta} - 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha^4 - \frac{13}{3\alpha} + 3 = 0, \\ \beta^4 + \frac{13}{3\beta} + 3 = 0; \end{cases}$$

$$(I) \quad 3\alpha^5 + 9\alpha - 13 = 0,$$

$$(II) \quad 3\beta^5 + 9\beta + 13 = 0; \text{ Обе функции монотонны, при } \alpha = -\beta$$

уравнение (I) становится уравнением (II),

$\Rightarrow$ Единственное решение - $\alpha = -\beta$; Возвращаясь к замене;

$$\log_5(2x) = -\log_5 y; \Rightarrow \log_5(2xy) = 0 \Rightarrow 2xy = 1,$$

$\Rightarrow xy = \frac{1}{2}$ - единственное возможное значение; Ответ: $\frac{1}{2}$;

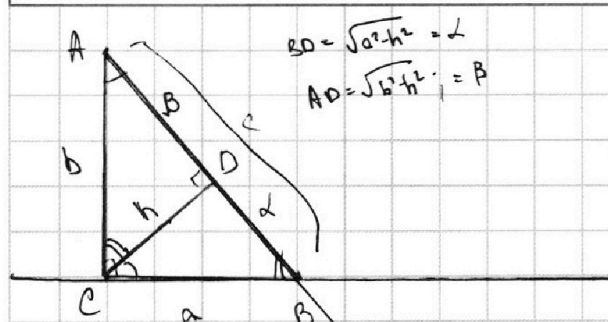
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$BD = \sqrt{a^2 - h^2} = L$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2};$$

$$? \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot CD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC$$

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{b} = \frac{30}{a}$$

$$a^2 = c \cdot d$$

$$\frac{b}{c} = \frac{a}{b}$$

$$b^2 = c \cdot \beta_T$$

$$35t^4 + 14t^2 = (5t + 2t)^2 = t^2(25 + 2 \cdot 5 \cdot 4) = t^2(25 + 20) = 45t^2$$

$$u g t^2 = u g t^2$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot c = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$h = \frac{ab}{c};$$

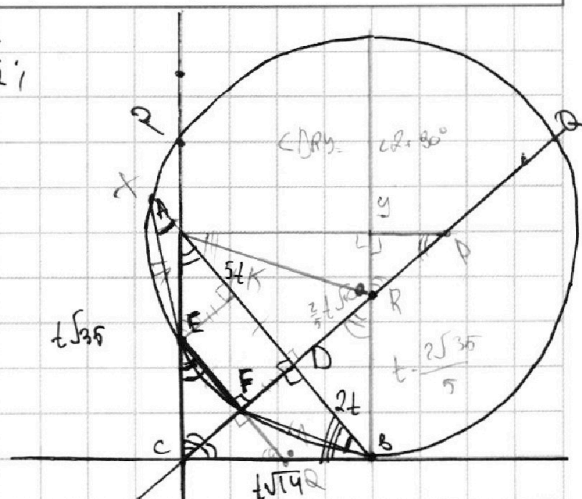
$$\{K = BD\}$$

$$\triangle RBC \sim \triangle ABC, \quad \frac{BC}{AC} = \frac{BR}{BC} \Rightarrow BC^2 = AC \cdot BR$$

$$\boxed{BR} = \frac{t \cdot 14}{t \cdot \sqrt{35}} = t \cdot \frac{\sqrt{35}}{35} = \frac{t \cdot \sqrt{35}}{5}$$

$$\rightarrow CA = \sqrt{14t^2 + \frac{t^2 \cdot 4 \cdot 35}{25}} = \sqrt{t^2 \left(14 + \frac{4 \cdot 7}{5}\right)} = \sqrt{t^2 \frac{70+28}{5}} = t \sqrt{\frac{98}{5}} = \boxed{7t \sqrt{\frac{2}{5}}} \quad \frac{98}{49} = 2$$

$$DA = 7t \cdot \frac{\sqrt{2}}{5} - t\sqrt{10} = \frac{7}{5}t \cdot \sqrt{10} - t\sqrt{10} = \frac{2}{5}t\sqrt{10}$$



$$\triangle ADC \sim \triangle CBD$$

$$S_{APC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot BP \cdot CD$$

$$\frac{S_{AOC}}{S_{BOC}} = \frac{5}{2}$$

$$BC^2 = 7t \cdot 2t = 14t^2$$

$$BC = \frac{1}{2}\sqrt{14}$$

$$AC^2 = 7t \cdot 5t = 35t^2$$

$$AC = t\sqrt{35}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overset{15 \cdot \sqrt{2}}{t\sqrt{35}} \cdot \overset{12 \cdot \sqrt{2}}{t\sqrt{14}} =$$

$$S_{rac} = \frac{7}{2} t^2 \cdot \sqrt{10} ;$$

$$CD = \frac{t\sqrt{4} + t\sqrt{5}}{2t} =$$

$$= \frac{t^2 \cdot 7 \cdot \sqrt{10}}{7t} = t\sqrt{10}$$

$$CD = t\sqrt{10}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; \quad bc: 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{12}; \quad ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{33}; \quad ? \min abc;$$

$$abc: 5^{33} \cdot 3^{21} \cdot 2^{14}; \quad - \text{произведение } ac \text{ также делится на } 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{33}.$$

Тогда для минимизации $abc=ac, b=1$. Но тогда $a=2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}, b=2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{12};$

- возможно, не минимальное значение;

$$\text{в } \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\cos x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \Rightarrow \boxed{\cos x > 0}$$

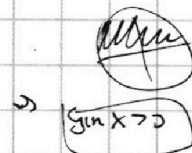


$$\arcsin\left(\frac{\pi}{2} - \sin x\right) = \pi - 2x;$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - \sin x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi \leq -\sin x \leq 0$$

$$\pi > \sin x \geq 0$$



$$\arcsin(\cos x) = \sqrt{1-x^2};$$

$$\sqrt{1-x^2} = \pi - 2x;$$

$$100(1-x^2) = \pi^2 - 4\pi x + 4x^2;$$

$$100 - 100x^2 = \pi^2 - 4\pi x + 4x^2;$$

$$\text{в } \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3} 625 - 3 \\ \log_5^4 9 + 4 \log_9 5 = \log_{9^3} \frac{1}{5} - 3 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} \text{? } \log x y \\ \text{? } \log x y \end{matrix}}$$

$$\text{или } \begin{cases} 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \\ (2x)^3 > 0 \\ (2x)^3 \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{1}{3} \log_{2x} 5^4 - 3 \\ \log_5^4 9 + 4 \log_9 5 = -\frac{1}{3} \log_9 5 - 3 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{matrix}}$$

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \\ (2x)^3 > 0 \\ (2x)^3 \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \\ y^3 > 0 \\ y^3 \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_3 3 = \log_9 9 = 2 \log_3 3 = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

0.4

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 - \frac{1}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$\log_5^4 9 + 4 \log_9 5 + \frac{1}{3} \log_9 5 + 3 = 0$$

$$\log_5^4(2x) - 4 \frac{1}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0;$$

$$\log_5^4 9 + 4 \frac{1}{3} \log_9 5 + 3 = 0;$$

$$\log_5 2 = a, \log_5 5 = b, \log_{2x} 5 = d, \log_9 5 = \beta;$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5 2 = \alpha; \quad \log_5 3 = \beta; \quad 2 = 5^\alpha, \quad 3 = 5^\beta; \quad 2xy = 5^{\alpha+\beta}; \quad xy = 2 \cdot 5^{\alpha+\beta} /$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^5 + 8 \cdot 2 - 13 = 0, \\ 3 \cdot 3^5 + 8 \cdot 3 - 13 = 0; \end{cases}$$

$$N3) \quad 10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}; \quad D3: -1 \leq \cos x \leq 1 \leq \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \leq$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right); \quad x_5 = t; \quad \text{! ограничения!}$$

$$\cos 5t = \sin\left(\frac{\pi}{10} - t\right);$$

або при ограничениях:

$$x \in (-2\pi; -\frac{\pi}{3}); \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi;$$

N5) 1. Внести степени переписать логарифмы $\rightarrow$ записать логарифмов

! Для $2x$: замена (везде с коэффициентом);

2. Упростить ур-е, выходящее из логарифмов - система; Менее $(a \text{ и } b)$ или $(a \text{ и } -b)$ - одно ур-е ~~привести~~ в форму!

3. Подстановка каждого ур-е $\Rightarrow$ имеет 1 корень $a = b$ $\rightarrow$ он;

4. Обратная замена, находим одну логарифмов $\rightarrow x, y$; (это только одно)

$$N1) \quad ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2; \quad 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39};$$

$$\Rightarrow abc = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{12}; \quad \frac{1}{2}(14+20+21) \quad \frac{1}{2}(12+14+39) \quad -\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{6} - \frac{3\pi}{6} - \frac{8\pi}{6} - \frac{4\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi-3\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$O_1 O_2 = 10, \quad A O_1 \perp O_2 B = 7$$

$\Rightarrow AB = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$; Как найти тангенс угла $\angle O_2 B$, он равен

$$\frac{AB}{A O_1 \perp O_2 B} = \frac{\sqrt{51}}{7};$$

$\rightarrow$ коэффициент угла наклона касательной $a = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $|a| > \arctg \frac{\sqrt{51}}{7}$;

$$\Rightarrow \left| \frac{a}{b} \right| > \arctg \frac{\sqrt{51}}{7} \quad \begin{cases} a > 3 \arctg \frac{\sqrt{51}}{7} \\ a < -3 \arctg \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases}$$



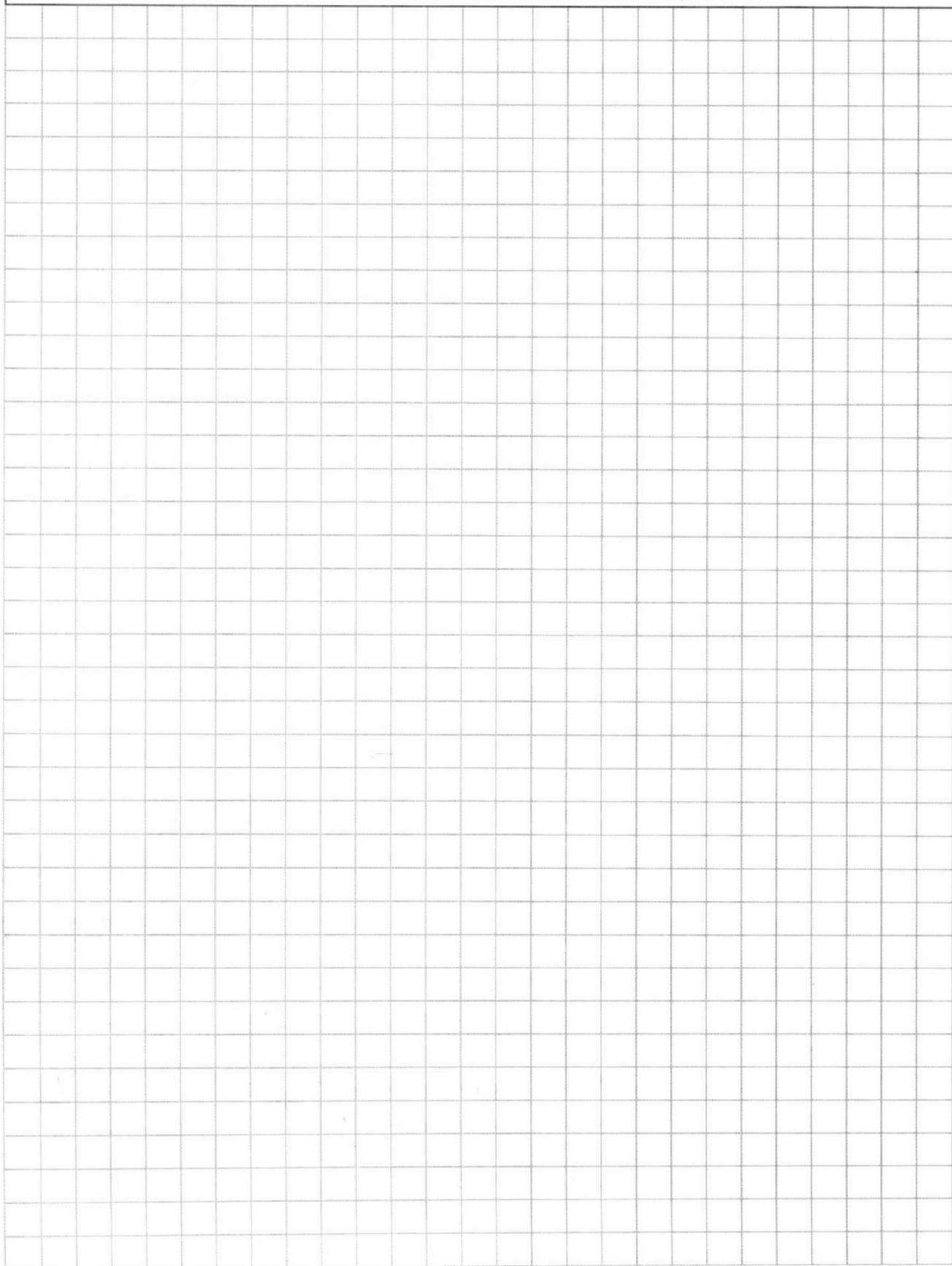
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

