



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X | | | | | | |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 \ ab : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; \ bc : 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}; \ ac : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{33};$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}; \text{ Поэтому } abc : \sqrt{2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}};$$

- последний $a^2 b^2 c^2 = (abc)^2$, \Rightarrow все это делители - делите на квадраты;

Значит, $abc : 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$; - в силу неравенства a, b, c берём большую степень при тройни;

Подберём степени "2", "3", "5" для a, b, c ;

Дно "2": т.к. $bc : 2^{12}$, $ac : 2^{14}$, $ab : 2^8$, \Rightarrow

$$\frac{ac}{bc} : \frac{2^{14}}{2^{12}} = 2^2; \Rightarrow \frac{a}{b} : 2^2; \text{ Пуск } b : 2^x; \Rightarrow a : 2^{x+2};$$

$$\Rightarrow ab : 2^{2x+2} \geq 2^8; \text{ (из-за } ab : 2^8\text{)}, \Rightarrow x \geq 3;$$

Тогда $x_{\min} = 3$ \Rightarrow при x_{\min} : $a : 2^5$, $b : 2^3$, $c : 2^3$;

Дно "3" предполагает аналогичные действия:

$$bc : 3^{20}, \ ac : 3^{21}, \Rightarrow \frac{a}{b} : 3^1; \text{ Пуск } b : 3^y; \Rightarrow a : 3^{y+1}$$

$$\Rightarrow ab : 3^{2y+1} \geq 3^4, \Rightarrow y \geq \frac{13}{2} - 6 \text{ силу неравенства } a, b, c \text{ возможна } y = 7; \Rightarrow a : 3^8, b : 3^7, \Rightarrow c : 3^{13};$$

Аналогично для "5": Пуск $b : 5^2$, $\Rightarrow a : 5^{2x+2}$; $ab : 5^{2x+2} \geq 5^2$;

$$\Rightarrow x \geq 0; \text{ Возьмём } x_{\min} = 0; b : 5^0 = 1, a : 5^2, \Rightarrow c : 5^{27};$$

Значит, $a : 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$, $b : 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0$, $c : 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$,

$$\Rightarrow \text{дно минимизации числа } a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}, b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0, c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$$

$$\Rightarrow abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}; \text{ (из-за } a, b, c \text{ делители } 2^8 \cdot 3^{20} \cdot 5^{34});$$

Ответ: $abc_{\text{мин}} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$;



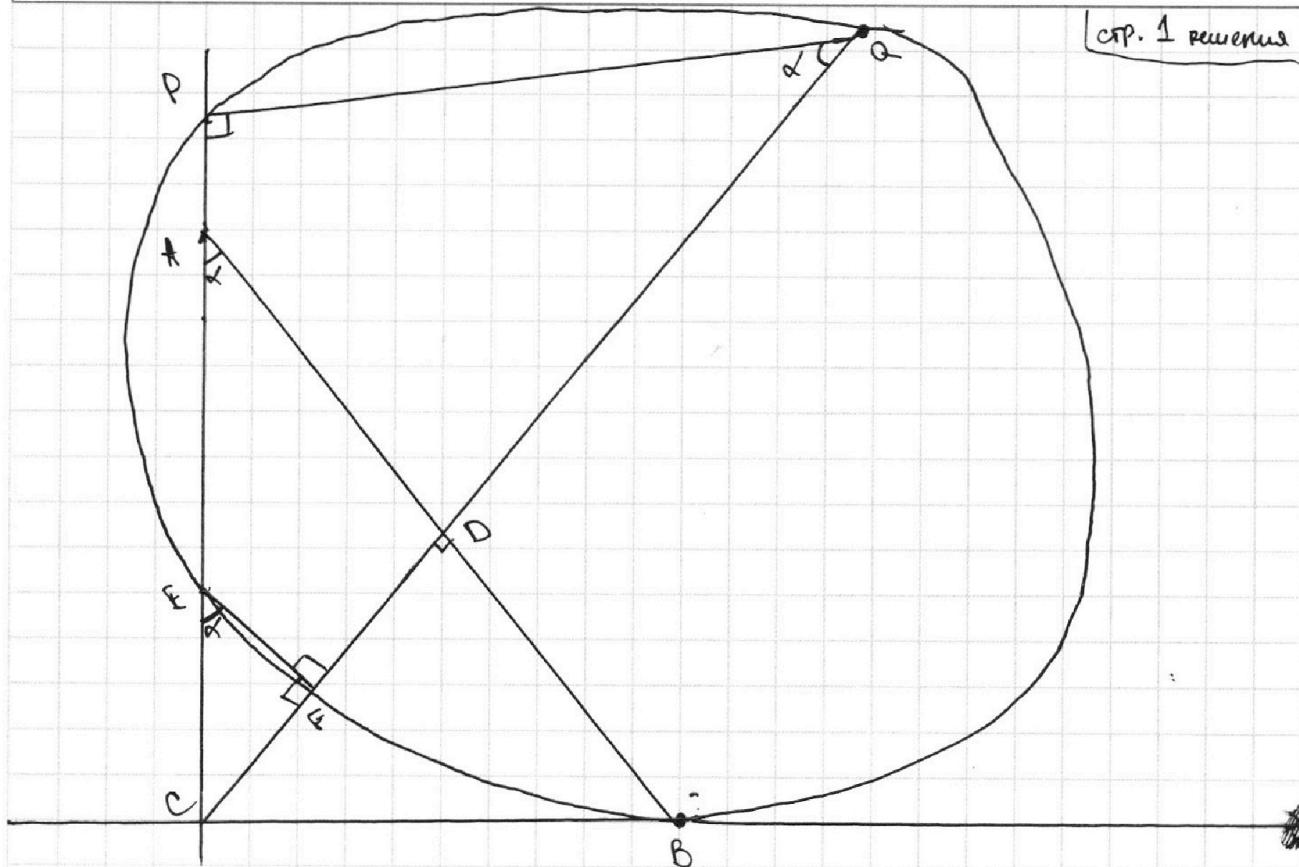
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



стр. 1 решение

1. ~~CO~~ $CO^2 = AD \cdot BD = 10t^2$ — при $BD=2t$, $AD=5t$;

$$CO = t\sqrt{10};$$

$$AC = t\sqrt{35} = \sqrt{AB \cdot AD}, \quad BC = 4\sqrt{14} = \sqrt{AB \cdot BD};$$

2. Пусть $\angle A = \alpha$, $\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{7}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{35}}{7}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$;

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ACO}} \cdot \frac{S_{ACO}}{S_{CEF}} = \left(\frac{10t}{\sqrt{35}t}\right)^2 \cdot \frac{EF^2}{AD^2} = \frac{20}{7} \cdot \left(\frac{EF}{AD}\right)^2;$$

Пусть $EF = 5z$, $\Rightarrow \frac{EF}{AD} = \frac{z}{t}$;

3. Продолжим CA до пересеч. с окруж. в P, CO до перес. с окр. в Q;

т.к. $\angle EFD = 30^\circ$, ~~неконгл.~~ FEPQ — вписанный, $\Rightarrow \angle EPQ = 30^\circ$;

4. По теореме об ортогональных отрезках из отрезка падает: $CE \cdot CP = CB^2 = 14t^2$;

$$\sqrt{35}t \cdot CP = 14t^2; \quad \Rightarrow CP = t \cdot \frac{14}{\sqrt{35}}; \quad \text{Запишем, что } CPQ \sim CEF (\text{по } \angle C)$$

$$\angle PQC = \alpha;$$

(СМ. РЕШЕНИЕ НА СБР. 2 РЕШЕНИЯ)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | X | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. Р.н. $\text{tg} \alpha = \sqrt{\frac{2}{5}}$ и $\text{tg} \alpha = \frac{PC}{PQ}$, $\Rightarrow PC = \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot 2\sqrt{14}t = 2 \cdot \sqrt{\frac{28}{5}}t =$ [ср. 2 решения]
 $= \frac{14t^2}{\sqrt{35}} \Rightarrow \sqrt{28}t = \frac{14}{\sqrt{7}} \cdot \frac{t}{\sqrt{2}}; \frac{t}{\sqrt{2}} = 2, (\Rightarrow t = \frac{1}{2})$

Одно: $\frac{20}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{7};$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{1}{10}(\pi - 2x);$$

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2} - 0.3 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{array} \right. \text{ для левой части}$$

$$(II) \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq \cos x \leq 1 \\ -0.3 \text{ для правой части} \end{array} \right.$$

(II) — ограничение дополнительное всегда!

Возьмём синус от левой и правой частей:

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right);$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \Rightarrow$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right); \text{ Пусть } t = \frac{\pi}{2} - x; -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2};$$

$$\sin 5t = \sin t;$$

$$\sin 5t - \sin t = 0;$$

$$2 \sin 2t \cos 3t = 0;$$

$$2t = \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}, \\ t = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; \end{array} \right. \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6};$$

Вернёмся к переменной x :

$$\frac{\pi}{2} - x = -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x = -\frac{5\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2} - x = 0, \\ \frac{\pi}{2} - x = \frac{5\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2} - x = -\frac{5\pi}{6}, \\ \frac{\pi}{2} - x = \frac{5\pi}{6}, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} -x = -3\pi, \\ -x = -\frac{\pi}{2}, \\ -x = 2\pi, \\ -x = -\frac{4\pi}{3}, \\ -x = \frac{\pi}{3} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 3\pi, \\ x = \frac{\pi}{2}, \\ x = -2\pi, \\ x = \frac{4\pi}{3}, \\ x = -\frac{\pi}{3}, \end{array} \right.$$

$$\left(\text{отсек} \right) -2\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N4 \begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 = 36; \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + (y - 10)^2 = 6^2; \end{cases}$$

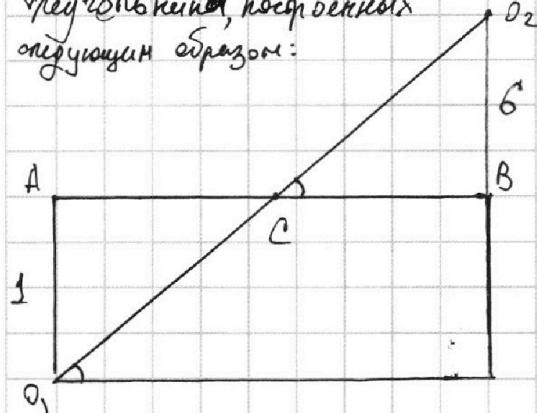
Совокупность задаёт окружности с центрами $O_1(0;0)$ и $O_2(0;10)$ и
сорт радиусами $R_1=1$ и $R_2=6$;

Принадл. t : $ax - 3y + 4b = 0$ — должна для выполнения условия касания
окружности РОВНО двумя из них. Для этого найдём краевые положения касания
прямой обеими окружностями;

Тогда касания R_1 и R_2 , т.к.
присекают $O_1O_2 \subset AB \subset C$;

Рассмотрим два вероятн. случая.

Треугольник, построенный
окружностям образом:



$$O_1O_2 = 10, \quad AO_1 + O_2B = 7;$$

$$\Rightarrow AB \text{ по Г.Пир.} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51};$$

Нам нужен тангенс угла $\angle CO_2B$,
он равен:

$$\frac{AB}{AO_1 + O_2B} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow \text{коэффициент}$$

угла наклона касательной должен быть по модулю

$$\text{Более } \left| \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7} \right|:$$

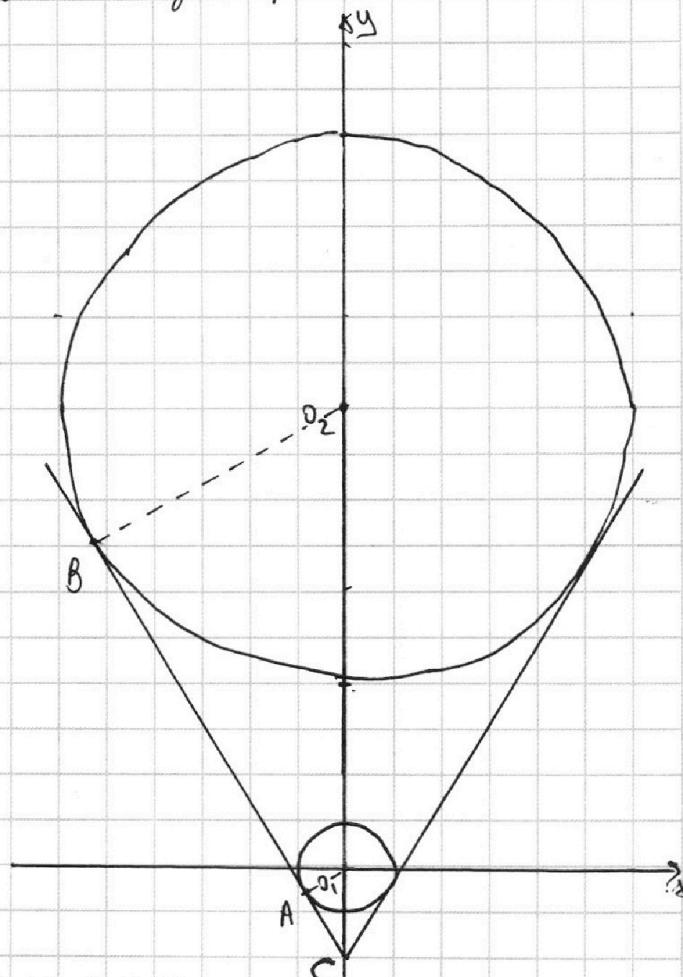
$$\left| \frac{a}{b} \right| > \left| \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7} \right|$$

$$\begin{cases} a > 3 \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7}, \\ a < -3 \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases}$$

$$a \in (-\infty; -3 \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (3 \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7}, +\infty)$$

$$a \in \left(-\infty; -3 \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7} \right) \cup \left(3 \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7}, +\infty \right)$$

$$+ \operatorname{tg} \frac{\sqrt{51}}{7} \in (-\infty; 0) \cup (0, +\infty)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \\ \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3; \end{cases}$$

Об3: $\begin{cases} x > 0, \\ y > 0, \\ y \neq 1, \\ x \neq \frac{1}{2}; \end{cases}$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 2x} - 3;$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 y} - 3; \quad \text{Пусть } \log_5(2x) = \alpha, \log_5 y = \beta :$$

$$\alpha^4 - \frac{3}{\alpha} = \frac{4}{3\alpha} - 3;$$

$$\beta^4 + \frac{4}{\beta} = -\frac{1}{3\beta} - 3;$$

$$\alpha^4 - \frac{13}{3\alpha} + 3 = 0,$$

$$\beta^4 + \frac{13}{3\beta} + 3 = 0;$$

$$(I) 3\alpha^5 - 9\alpha - 13 = 0,$$

$$(II) 3\beta^5 + 9\beta + 13 = 0; \quad \text{Обе функции монотонны, пригёём при}$$

$\alpha = -\beta$ и $(\beta \in \mathbb{R})$ ур-е (I) становится ур-ем (II),

\Rightarrow Единственное решение - $\alpha = -\beta$; Возвращаемся к замене;

$$\log_5(2x) = -\log_5 y; \Rightarrow \log_5(2xy) = 0 \Rightarrow 2xy = 1,$$

$\Rightarrow xy = \frac{1}{2}$ - единственное возможное значение;

Обрат: $\frac{1}{2}$;

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; \quad bc : 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}; \quad ac : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38}; \quad ? \min abc;$$

$$abc : 5^{38} \cdot 3^{21} \cdot 2^{14}; \quad - \text{ произведение } ac \text{ такое делится на } 2^{14}, 3^{21}, 5^{38}.$$

Придаю значение $c = bc$, $b = 1$. Но тогда $a = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, $b = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}$,

- возможно, не минимальное значение;

$$\text{D) } \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\cos x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \Rightarrow (\cos x > 0)$$



$$\text{E) } \arcsin\left(\frac{\pi}{2} - \sin x\right) = \pi - 2x;$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - \sin x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi \leq -\sin x \leq 0$$

$$\pi \geq \sin x \geq 0$$

$$\begin{cases} \sin x > 0 \\ \sin x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \sin x > 0$$

$$\arcsin(\cos x) = \sqrt{1-x^2};$$

$$\text{F) } \sqrt{1-x^2} = \pi - 2x;$$

$$\text{G) } (1-x^2) = \pi^2 - 4\pi x + 4x^2;$$

$$100 - 100x^2 = \pi^2 - 4\pi x + 4x^2;$$

$$\text{H) } \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3} 625 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} \frac{1}{5} - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ? \text{ bee } xy \\ \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3} 625 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} \frac{1}{5} - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \\ (2x)^3 \neq 0 \\ (2x)^3 < 1 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \\ y^3 > 0 \\ y^3 \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{1}{3} \log_{2x} 5^4 - 3;$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5^4 - 3$$

$$\log_3 3 = \log_8 8 = 2 \log_8 3 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 - \frac{1}{3} \log_{2x} 5^4 + 3 = 0$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 + \frac{1}{3} \log_y 5^4 + 3 = 0$$

$$\log_5^4(2x) - 4 \cdot \frac{1}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$\log_5^4 y + 4 \cdot \frac{1}{3} \log_y 5 + 3 = 0$$

$$\log_{2x} 5 = \alpha, \quad \log_5 y = \beta$$

10

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5 x = \alpha, \quad \log_5 y = \beta; \quad 2 = 5^\alpha, \quad y = 5^\beta; \quad 2y = 5^{\alpha+\beta}; \quad xy = 2 \cdot 5^{\alpha+\beta} /$$

$$\begin{cases} 3x^5 + 3x - 13 = 0, \\ 3\beta^5 + 9\beta + 13 = 0; \end{cases}$$

$$N3) 10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x;$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}; \quad (N3) \quad -1 \leq \cos x \leq 1 \quad \leq \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \leq$$

отс

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right); \quad x = t;$$

$$\cos \frac{x}{5} = \sin\left(\frac{\pi}{10} - t\right);$$

! ограничение!

тогда при ограничении

$$(x \in [-2\pi, -\frac{\pi}{3} \cup \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}])$$

зп:

1) Введем степень первичного логарифмов \rightarrow замена логарифмов

! Для $2x$: замене (α, β) с коэффициентами!

2. Упростить выражение, удалив из знаменателя - множитель: $(a + b) \text{ или } (a - b)$ -
одно ур-е ~~оканчивается~~ в правой

3. Использовать квадрат ур-е, \Rightarrow имеет 3 корня \rightarrow $a = b$

4. Ввести замена, избавить выражение логарифмов $\rightarrow x \cdot y$ (точка это)

$$N1) ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 2^{18} \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \\ \Rightarrow abc : 2^{\frac{17}{2}(14+20+21)} \cdot 3^{\frac{17}{2}(12+14+39)} \cdot 5^{\frac{57}{2}} \cdot \frac{5^n}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5^n}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3^n}{6} \cdot \frac{8^n}{8} \cdot \frac{4^n}{3} \\ \frac{5^n}{6} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5^n \cdot 3^n}{6} = \frac{25^n}{6} = \frac{25}{63}$$

$$O_1 O_2 = 10, \quad A O_1 F O_2 B = \frac{\pi}{7}$$

$\Rightarrow AB = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$; Нам нужно написать угловой коэффициент угла $O_2 B$, он равен

$$\frac{AB}{AO_1 \cdot O_2 B} = \frac{\sqrt{51}}{7};$$

должен быть по модулю больше арктан $\frac{\sqrt{51}}{7}$,

\Rightarrow котерминалный угол наименее киселевской $\alpha > \frac{\sqrt{51}}{7}$ $|a| > \arctan \frac{\sqrt{51}}{7}$

$$\Rightarrow \left| \frac{a}{3} \right| > \arctan \frac{\sqrt{51}}{7} \quad \left[a > 3 \arctan \frac{\sqrt{51}}{7}, \quad a < -3 \arctan \frac{\sqrt{51}}{7} \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log_{\frac{1}{2}}(2x) - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2x + 3) = 0$,
 $\log_{\frac{1}{2}}y + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_{\frac{1}{2}}y + 3 = 0$

$\alpha^4 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 0$,
 $\beta^4 + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 0$

$\alpha^5 + 3\alpha - 4 \cdot \frac{1}{3} = 0$,
 $\beta^5 + 3\beta + 4 \cdot \frac{1}{3} = 0$

$\alpha^5 + 3\alpha - \frac{13}{3} = 0$,
 $\beta^5 + 3\beta + \frac{13}{3} = 0$

$3\alpha^5 + 9\alpha - 13 = 0$,
 $3\beta^5 + 9\beta + 13 = 0$

$P(15) : 15^5 \cdot 3 + 9 \cdot 15 - 13 = 0$,
 $P(-15) : -3 \cdot 15^5 - 9 \cdot 15 - 13 = 0$

34

$b(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$, но координаты X макс. различия может быть ~~+70~~
 но координаты Y макс. различия может быть 80

$P(-15, 80)$, $Q(2, 80)$, $R(8, 0)$

$y_1 - y_2$. Если баланс, то P, R , \neq зеркальные ~~относительно~~
 $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 5 \cdot 34 + 80 = 150 \cdot 20 + 80 = 250$
 $x_2 \geq 0$, $y_2 \geq 0$

$x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$

$0 = 18k + b$, $b = -18k$, $b = 80$
 $80 = 2k + b$, $80 = -16k$, $k = -5$

$f(x)_1 = -5x + 80$,
 $f(x)_2 = -5x$

$\begin{cases} y \leq -5x + 80 \\ y \geq -5x \\ y \geq 0 \\ y \leq 80 \end{cases}$

$(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$,
 $-15x \leq 45$

$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$,
 $-\pi \leq 2x - \pi \leq 10$, $(0 - 10 \leq 2x \leq \pi + 10)$, $\left[\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 5 \right]$

$\arcsin(\sin x) = x$, $\arcsin(\cos x) = \sqrt{1-x^2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!